H° A. gr. b.
1270 (1

Theon

A. gr. 1039 4°
A. gr. b. 1270.
Theon.

Ex bibliotheca
Steph. Ouatremeri.

COMMENTAIRE

DE

THÉON.

SCHOOL OF THE BLIND
PHILADELPHIA

« Après les livres de Ptolemée, ce commentaire est l'ouvrage le plus important et le plus » curieux qui nous reste des Grecs, et c'est le dernier qui soit sorti de l'école d'Alexandrie. »

M. Delambre, *Hist. de l'Astronomie ancienne*, *Tome* 2, *L. V*, *p.* 550.



Bayerische
Staatsbibliothek
München

ΘΕΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΥΠΟΜΝΗΜΑ

ΕΙΣ ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΤΗΣ ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΣΥΝΤΑΞΕΩΣ.

COMMENTAIRE

DE THÉON D'ALEXANDRIE,

SUR LE PREMIER LIVRE DE LA COMPOSITION MATHÉMATIQUE DE PTOLEMÉE,

TRADUIT POUR LA PREMIÈRE FOIS DU GREC EN FRANÇAIS,
SUR LES MANUSCRITS DE LA BIBLIOTHÈQUE DU ROI,

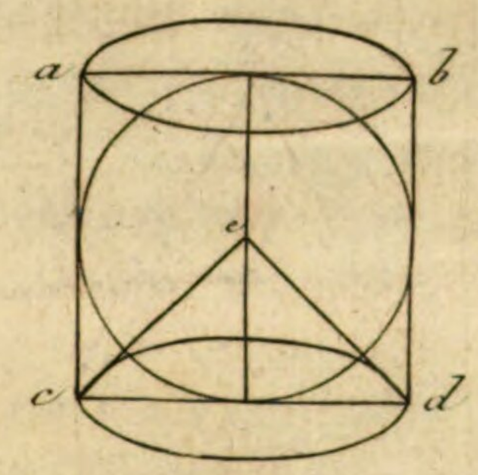
PAR M. L'ABBÉ HALMA

Chanoine honoraire de l'Eglise métropolitaine de Paris;

POUR SERVIR DE SUITE ET D'ÉCLAIRCISSEMENT A SON ÉDITION GRECQUE
ET A SA TRADUCTION FRANÇAISE DE L'ASTRONOMIE DE PTOLEMÉE.

TOME I,

CONTENANT LA PREMIÈRE PARTIE DES DÉVELOPPEMENS DE LA TRIGONOMÉTRIE SPHÉRIQUE
D'HIPPARQUE ET DE PTOLEMÉE.



A PARIS,

CHEZ MERLIN, LIBRAIRE, QUAI DES AUGUSTINS, N° 7.

1821.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS



A SON ÉMINENCE

MONSEIGNEUR

LE CARDINAL DE PÉRIGORD,

ARCHEVÊQUE DE PARIS, etc.

MONSEIGNEUR,

L'Église a toujours apporté la plus grande attention à régler son calendrier sur le cours des astres pour la célébration annuelle de la fête de Pâques. Le cycle de l'astronome grec Méton servit, dans cette vue, de règle aux saints évêques Eusèbe de Césarée et Hippolyte de Porto, et au savant prêtre Clément d'Alexandrie. Dans les derniers temps, les cardinaux Cusa et d'Ailly, que leurs talens avoient élevés au-dessus de la condition de leur naissance, eurent également pour but de leurs travaux le projet d'établir sur ce point une uniformité constante dans l'Église. Le Pape Grégoire XIII y est parvenu par la publication de la correction que l'astronomie moderne introduisit dans le calendrier Julien de Sosigène, qui professoit cette science dans Alexandrie, au temps de Jule-César. Avant l'époque grégorienne de 1582, le concile de Nicée, qui fixa l'observation de cette fête au premier dimanche après le quatorzième jour de la lune de l'équinoxe vernal, avoit chargé l'évêque d'Alexandrie, suivant ce

que rapporte saint Cyrille dans le prologue de son Cycle pascal, de s'informer auprès des astronomes de cette ville, devenue fameuse par son école d'astronomie, du jour précis de cet équinoxe, qui alors tomboit au 21 mars, et d'en instruire les autres Églises de la Chrétienté.

Théon fut un de ces savans. Il enseignoit publiquement l'astronomie dans Alexandrie, au temps même où saint Augustin étudioit cette science à Carthage. Il expliquoit les méthodes extrêmement compliquées du livre de Ptolemée, dans l'école de cet auteur, deux siècles après lui, quatrième de notre ère chrétienne. Ses explications forment le commentaire que nous avons en grec sous son nom et sur la composition mathématique de ce grand astronome.

Les ouvrages de ces deux hommes, si célèbres encore de nos jours, paroissent enfin pour la première fois en une des langues modernes de l'Europe : et si la nôtre a l'honneur d'être la première qui leur fasse parler son idiôme, elle le doit au secours que Votre Eminence accorda autrefois aux études personnelles dont cette première interprétation française est le fruit.

Je me suis livré à ce travail avec d'autant plus d'ardeur, qu'en remplissant le vœu des savans qui le demandoient depuis la renaissance des lettres, il me fournissoit aussi l'occasion de montrer la part que les premiers ministres de la Religion chrétienne ont eue à la culture d'une science qui, par suite de la variation que cause dans l'année solaire la précession des équinoxes, combinée avec le calcul des lunaisons, n'est pas moins utile à l'Église pour la détermination des jours où ses fêtes mobiles doivent être observées, que nécessaire à l'État sous le rapport de son commerce et de sa force maritime.

Je suis avec un très-profond respect,

MONSEIGNEUR,

De Votre Éminence,

Le très-humble et très-obéissant serviteur,

L'Abbé HALMA,

Chanoine honoraire de l'Église métropolitaine de Paris.

TABLE

DES CHAPITRES CONTENUS DANS CE PREMIER LIVRE.

Epitre dédicatoire
Discours préliminaire } *de l'interprète français.*

Προοίμιον . . . . . .σελ. 1

ΚΕΦ. Α'. Περὶ τῆς τάξεως τῶν θεωρημάτων 9

Β' Ὅτι σφαιροειδῶς ὁ οὐρανὸς φέρεται. 16

Γ' Ὅτι καὶ ἡ γῆ σφαιροειδῆς ἐστὶ 30

Δ' Ὅτι μέση τοῦ οὐρανου ἐστὶν ἡ γῆ 67

Ε' Ὅτι σημείου λόγον ἔξει πρὸς τὰ οὐράνια ἡ γῆ. 80

Ϛ' Ὅτι οὐδὲ κίνησιν τινὰ μεταβατικὴν ποιεῖται ἡ γῆ. . . . 83

Ζ' Ὅτι δύο διαφοραὶ των πρώτων κινήσεων εἰσὶν εν τῷ οὐρανῷ 96

Η' Περὶ τῶν κατὰ μέρος καταλήψεων. 108

Θ' Περὶ τῆς πηλικοκητος τῶν ἐν κύκλω εὐθειῶν 109

Ι' Περὶ τῆς μεταξὺ τῶν τρόπικων περιφερειας. 216

ΙΑ'. Προλαμβανομένα εις τὰς σφαιρικας Δειξεις. 232

ΙΒ'. Περὶ τῶν μεταξὺ τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ λοξοῦ κύκλου περιφέρειων. 247

Avant-Propos de Théon. . . . . p. 1

CHAP. I. *De l'ordre des théorémes.* 9

II. *Mouvement sphérique du ciel.* 16

III. *Figure sphérique de la terre* 30

IV. *Situation de la terre au centre du ciel* 67

V. *La terre n'est qu'un point relativement aux espaces célestes* 80

VI. *Immobilité de la terre.* . . 83

VII. *Deux premiers mouvemens dans le ciel* 96

VIII. *Connoissances particulières et préalables* . . . 108

IX. *Valeurs des droites inscrites dans le cercle* . . 109

X. *De l'arc compris entre les tropiques.* 216

XI. *Notions préliminaires pour les démonstrations sphériques* 232

XII. *Des arcs compris entre l'équateur et le cercle oblique* 247

ΙΓ΄ Περὶ τοῦ κανονιοῦ τῆς λοξοσεως 255
ΙΔ. Περὶ τῶν επ' ορθὴς σφαίρας αναφορων. 257

XIII. *De la table d'obliquité.* . 255
XIV. *Des ascensions dans la sphère droite* 257

Notes 275
Variantes 286

FIN DE LA TABLE.

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

DISCOURS PRÉLIMINAIRE.

« Les astronomes annoncent les éclipses de soleil et de lune, plusieurs années avant » l'événement : ils en prédisent le jour et l'heure, ils disent quelle sera la grandeur de » la partie obscurcie du disque, et jamais ils ne se trompent ; car ces phénomènes sont » toujours arrivés avec les circonstances prévues et dans les temps déterminés d'a- » vance. Aussi en ont-ils établi des règles fondées sur l'observation et le calcul, et » ces règles enseignées dans les écoles, et suivies dans la pratique de leur art, leur » font découvrir sans erreur les temps précis de l'obscuration des luminaires célestes. » Les personnes étrangères à l'astronomie en sont dans l'admiration, et les savans qui » font de cette science l'objet de leur étude, s'applaudissent avec raison du succès de » leurs travaux » (1).

C'est ainsi que s'exprime dans ses confessions le grand évêque d'Hippone, en renfermant dans ce peu de mots toute l'étendue de l'astronomie au siècle de Théon, son contemporain, et en quelque sorte son compatriote, quoique de différentes langues, car ils vivoient sous le règne de Théodose I, et ils habitoient la même côte septentrionale de la partie du monde aujourd'hui connue sous le nom général d'Afrique, qui n'en désignoit alors qu'une seule contrée. Saint Augustin nous apprend dans ce livre, qu'il avoit étudié l'astronomie à Carthage, qui avoit alors repris une partie de sa première splendeur, et ce fait nous montre que cette ville avoit conservé de ses anciennes institutions, l'école d'astronomie, si nécessaire à la navigation. Un esprit si pénétrant ne pouvoit manquer d'appercevoir l'immense différence qui distingue l'astronomie d'avec l'astrologie, sa sœur aînée, mais bâtarde et mensongère. « Je reconnoissois » la vérité dans les assertions des astronomes, dit-il, quand je comparois les résul- » tats de leurs calculs vérifiés par le temps et par les révolutions visibles des astres, » avec les délires de l'astrologue dont les prédictions étoient si nombreuses et souvent si » opposées entr'elles, que le hazard seul faisoit trouver en quelques-unes cette appa- » rence trompeuse de vérité qui nourrit toujours l'erreur des gens faciles à se repaître » d'illusions. Je ne voyois dans celles-ci ni la raison des solstices et des équinoxes, ni la

(1) Prænunciaverunt ante multos annos defectus luminarium solis et lunæ, quo die, qua hora, quanta ex paate futuri essent, et non eos fefellit numerus, et ita factum est ut prænunciaverant. Et scripserunt regulas indagatas, et leguntur hodiè, atque ex eis prænunciatur quo anno et quo mense anni, et quo die mensis, et qua hora diei, et quota parte luminis sui defectura sit luna, vel sol, et sic fit ut prænunciatur. Et mirantur hæc homines et stupent qui nesciunt eam, et exultant atque extolluntur qui sciunt. B. A. Augustini, *Hippon. episcopi confess. L.* v. *C,* iii.

» cause des éclipses, ni rien de ce que j'avois appris dans les livres où j'avois puisé les » connoissances humaines que j'avois acquises (2).

Le commentaire de Théon, sur le grand traité d'astronomie composé par Ptolemée, est un de ces livres. Comme son modèle, il est exempt de toute tache de cette astrologie qui a partout souillé l'astronomie dès sa naissance; et si l'on excepte son avant-propos, où il a renchéri sur l'ineptie du prologue de Ptolemée, si l'on excuse la longueur de ses explications où il a un peu trop abusé du privilége acquis aux commentateurs, d'être longs impunément, quoiqu'il eût promis, dans son avant-propos, d'être court, on peut regarder son commentaire comme un des bons ouvrages sortis de l'école d'Alexandrie, selon le jugement que M. Delambre en a porté. Les explications qu'il donne des méthodes de calcul usitées chez les anciens, ne se trouvent dans aucun autre ouvrage. Il est vrai qu'il n'a rien ajouté à la doctrine contenue dans celui de Ptolemée; mais il a rendu un grand service à la science en la maintenant à peu près dans l'état où Ptolemée l'avoit laissée. Et si Théon n'augmenta pas le domaine de l'astronomie, nous lui devons au moins les détails d'une éclipse de soleil qu'il observa lui-même, avec toutes ses circonstances, phénomène qui manque dans l'ouvrage de Ptolemée. C'est même presqu'uniquement en vue de rapporter toute la science au calcul des éclipses, objet constant des plus grands travaux des astronomes de l'antiquité, que Théon est entré dans les développemens qui font le mérite particulier de son commentaire. On y trouve des exemples d'opérations exécutées suivant les règles de l'arithmétique des Grecs, des applications de cette arithmétique à la géométrie, l'introduction des lois de l'une et de l'autre dans la trigonométrie sphérique, et l'emploi de cette trigonométrie si belle et si fine, dans la solution des problêmes d'astronomie. Et quand enfin l'astronomie cessa dans Alexandrie, par la mort de ce professeur, de l'avoir pour appui, elle tomba de plus en plus sous ceux qui le remplacèrent, jusqu'au dernier coup que les Sarrazins lui portèrent, par la prise de cette ville. L'astronomie alors se réfugia dans Byzance, où les Grecs du Bas-Empire qui en recueillirent les débris, laissèrent périr entre leurs mains ces restes précieux du plus bel héritage de leurs pères.

Le commentaire de Théon ne nous est pas parvenu en entier. Nous en avons les deux premiers livres dans toute leur intégrité; mais le troisième est perdu. On prétend qu'il existe en manuscrit dans la bibliothèque Ambrosienne de Milan. Comment, si cela est, se fait-il qu'il n'ait pas encore été publié? Quoiqu'il en soit, il a été suppléé par Nicolas Cabasilas, archevêque de Thessalonique, dans le quatorzième siècle, comme le cinquième, perdu également, l'a été par Pappus, dans le quatrième de notre ère. Suidas dit que Pappus avoit commenté les quatre premiers livres de Ptolemée.

(2) Multa ab eis vere dicta retinebam, et occurrebat mihi ratio per numeros et ordinem temporum et visibiles attestationes siderum, et conferebam cum dictis Manichæi qui de his rebus multa scripsit copiosissimè delirans, et non mihi occurrebat ratio nec solstitiorum et æquinoctiorum, nec defectuum luminarium, nec quidquid tale in libris sæcularis sapientiæ didiceram. (*Ibid. l.* v. *C.* III.

Harles croit sur ce témoignage que les premiers livres de ces commentaires sont de Pappus, à l'exception du troisième qui, étant perdu, a été remplacé par celui de Cabasilas, et que tous les autres sont de Théon. Ce qui est certain, c'est qu'Eutocius, qui vivoit du temps de l'empereur Justinien, a loué dans ses livres sur la mesure du cercle et sur la sphère et le cylindre d'Archimède, les écrits de Pappus et de Théon. Mais Reumann ajoute en notes, que le commentaire de Théon sur le troisième livre existe réellement; que Cabasilas attribua celui qui est sur le premier livre, à Théon qui s'en reconnoît l'auteur, et que Bandini taxe d'erreur Fabricius pour avoir dit qu'il n'existe qu'une exposition de Cabasilas sur le troisième livre, ignorant que le commentaire ds Théon sur ce troisième livre est dans un des manuscrits de la bibliothèque Laurentine de Médicis, avec les autres du même auteur sur les premier, deuxième, quatrième et sixième livres, et avec les scholies de Pappus sur le cinquième et le sixième.

Mais laissons là ces recherches qui sont plus du ressort d'un bibliographe que d'un interprète, et passons à la revue de ceux d'entre les écrits de Théon qui ont rapport à notre Ptolemée. D'abord, il est bien certain que le Théon, qui a commencé Ptolemée, n'est pas le Théon de Smyrne que Ptolemée cite et nomme dans son grand traité, et dont nous avons un commentaire sur les propositions géométriques de Platon. Mais aussi il est difficile de croire que notre Théon soit le même que celui qui a fait sur Aratus des scholies auxquelles on a mêlé bien d'autres, et qui ont donné lieu à Robert Simson, qu'il ne faut pas confondre avec Thomas Simpson, de le mettre prequ'au rang le plus bas des mathématiciens (3). Sans vouloir décider ici de son mérite d'après cet habile géomètre, je me contenterai de dire que si véritablement les six premiers livres des commentaires sur Ptolemée sont de Pappus et les autres de Théon, l'opinion du géomètre anglais seroit assez fondée, à en juger par la différence qui se remarque entre les premiers et les derniers livres de ces commentaires. Il manque une grande partie de chacun de ces derniers, mais ce qui en reste suffit pour donner une idée de ce qui est perdu. J'y ai suppléé par des extraits de l'abrégé de Régiomontan, qui avoit travaillé lui-même d'après l'arabe Geber de Séville. Seulement j'en ai retranché les sinus qui auroient fait une trop forte disparate avec ce qui est de Théon qui ne les connoissoit pas.

Ces commentaires n'ont été imprimés qu'une seule fois en grec, à la suite du texte de la composition mathématique de Ptolemée, à Bâle chez Waldérus. Mais les manuscrits sont plus nombreux; les personnes curieuses d'en avoir le dénombrement, le trouveront dans Fabricius, Harles, Bandini et Morelli. Celui-ci dit que le numéro 310 in-folio, du

(3) Nothing is usnally reckoned more difficult in the elements of geometry by learners, than tnhe doctrine of compound ratio which Theon has rendered absurd and ungeometrical. Theon's definition is quite useless and absurd, for that Theon brought it into the elements, can scarce be doubted, as it is to be found in his commentary upon Ptolemy's μεγαλη σύνταξις, where he also gives a childish explication of it, as agreeing only to such ratios as can be expressed by numbers. From this it is evident that this definition is not Euclid's, but Theon's, or some other unskillfull geometr's.

quinzième siècle, et de Venise, contient avec la composition de Ptolemée, les commentaires de Théon, suppléés pour le livre troisième par ceux de Cabasilas écrits de la main du cardinal Bessarion, et qu'ils y sont plus corrects que dans l'édition de Bâle. Morelli ajoute qu'Averrani avoit commencé la traduction latine de la composition et des commentaires, mais qu'il la cessa dès les premières pages, quand il apprit que les commentaires étoient déjà traduits et envoyés en France pour l'édition grecque qu'on en préparoit, et qui est la seule que nous ayons eue jusqu'à présent. Il dit encore qu'Alexandre Marchetti, à ce qu'il paroît par les lettres inédites des hommes illustres, publiées par Fabroni à Florence, en 1773, écrivit au cardinal Léopold de Médicis, qu'il avoit traduit en latin avec l'aide de George Fleming d'Irlande, le premier livre de l'Almageste et le commentaire de Théon sur ce livre. Mais toutes ces prétendues versions du livre de Théon sur celui de Ptolemée, n'ont été vues par aucun de ceux qui en parlent, et l'on en conclut qu'elles n'existent point. Le seul manuscrit entier de ces commentaires grecs, que j'aie trouvé dans la bibliothèque du Roi, et le seul par conséquent sur lequel je les ai traduits, est un moyen in-folio sous le nº 2392, en parchemin, relié en bois recouvert d'un cuir verdâtre, sans les fermoirs qui sont arrachés. Il vient de la bibliothèque de Hérault de Boistellier. L'écriture en est très-menue, fine, bien formée et pleine d'abbréviations et de ligatures. Elles marquent qu'il est du quinzième siècle. Le titre général qui est celui que j'ai donné au présent volume, et les titres particuliers de chaque livre, sont en lettres byzantines d'or, et ceux des chapitres, en rouge; les figures y sont en noir comme l'écriture, et bien tracées. Il y a quelques notes rares aux marges, où elles sont en rubrique, mais la plupart tronquées ou remplies de fautes de calcul, dont le texte lui-même fourmille, sans parler des omissions, des répétitions et des lacunes qui s'y trouvent les mêmes que dans l'édition de Bâle qui semble avoir été imprimée sur ce manuscrit.

La traduction française que je publie ici, est aussi littérale que celle que j'ai donnée de Ptolemée; elle l'est même beaucoup plus, parce que le style de Théon étant plus clair et plus simple, mais aussi plus prolixe encore que celui de Ptolemée, permet davantage de le rendre plus littéralement. Il faut être familiarisé avec la géométrie grecque d'Euclide, de Théodose et de Ménélas, pour suivre les démonstrations géométriques que Théon leur emprunte ou dont il profite pour les siennes. Les commentaires avec les supplémens, tirés de l'abrégé de Régiomontan, vaudront toujours mieux que ceux des Arabes et des Rabbins postérieurs aux écrivains qui ont succédé à Ptolemée dans son école même. J'ai rassemblé, à la fin de chaque volume, les figures géométriques qui appartiennent aux démonstrations qu'ils renferment. Théon citant les paroles mêmes de Ptolemée, telles que nous les lisons dans le texte de cet auteur, et telles qu'il les avoit lues par conséquent dans le manuscrit autographe de la bibliothèque d'Alexandrie, en est donc un témoin irrécusable, puisqu'il n'a été contredit par aucun écrivain contemporain ou postérieur. Les dates et les époques rapportées par Théon sont celles mêmes que nous lisons dans Ptolemée. Hesychius, Suidas et autres Grecs du moyen âge, en nous ap-

prenant que Théon est l'auteur du grand commentaire que nous avons sous son nom, et sur la composition mathématique de Ptolemée, ne nous ont donné aucun détail biographique sur ce commentateur; mais ils ne nous ont pas laissé ignorer le genre de mort de sa fille Hypatia, qui a donné lieu à des discussions où l'esprit de parti a plus écouté sa passion que la vérité. Comme on s'attend bien qu'après avoir parlé du père, je ne passerai pas sous silence ce que l'histoire nous dit de cette femme plus fameuse encore par sa fin malheureuse que par ses connoissances, j'exposerai, avec l'impartialité la plus scrupuleuse, dans l'édition que je prépare des tables manuelles astronomiques de Ptolemée, ce que j'ai trouvé de plus digne de foi dans les auteurs contemporains qui nous ont transmis les causes et les circonstances de ce déplorable événement. Ici, je dois me borner aux détails qui concernent le commentaire de Théon, auquel Hypatia n'a eu aucune part.

La bibliothèque du Roi possède un manuscrit en papier, in-folio, recouvert en parchemin, qui contient une autre version latine des commentaires de Théon, de Cabasilas et de Pappus, sur l'Almageste de Ptolemée. Elle est de David de Saint-Clair, écossais, professeur royal de mathématiques au collége de France. Son écriture est en caractères demi-gothiques du seizième siècle; ils sont assez difficiles à lire, à cause des abbréviations et des ligatures dont ils sont surchargés. Toutes les figures géométriques y manquent, et on voit à la fin de cette version qu'elle a été exécutée sur l'édition grecque de Théon imprimée à Bâle par Jean Walderus, en 1535. A la fin de cette version, Saint-Clair ajoute une traduction latine du prologue ou avant-propos de Ptolemée, dans laquelle il explique le passage de Ptolemée sur la théorie qui, avec le temps, a fini par précéder la pratique, en ces termes : *Quamvis enim ea sit activæ facultatis sors inferior ut ante ipsam speculatio temporis prærogativam adepta sit,* etc. C'est le sens que j'ai donné à ce passage dans l'almageste : « Quoiqu'il soit arrivé qu'avec le temps la théorie ait précédé la pratique, etc. » Saint-Clair confirme ce sens dans une note suivante sur le prologue de Ptolemée; il y dit : *Cum enim nostra omnis vis in animo et corpore sita sit, in quo animo humano duo principia constituant philosophi* νῦν καὶ ὀρεξιν, *quorum illa rerum speculationi dicata est, hæc actioni, hinc merito exsurgit duplex philosophandi genus quorum alterum* θεωρητικον, *alterum* πρακτικον... πραξεως γαρ αρχη προαιρεσις, προαιρεσεως δε ορεξις καὶ λογος. « Le commencement de la pratique est le choix du moyen, et ce choix doit être précédé de la curiosité et du raisonnement. »

Ce prologue est tout ce que Saint-Clair a traduit du grand ouvrage de Ptolemée. On voit, seulement à la fin du manuscrit, une seconde version de l'avant-propos de Théon, assez différente, pour le sens de quelques phrases, de celle qui est au commencement. J'ai de même ajouté à la fin du premier volume de ma traduction française de Ptolemée, une seconde version du prologue de cet auteur, pour contenter les personnes qui ne se contenteroient pas de la première. Enfin Saint-Clair termine par une note sur les calculs et les méthodes de Ptolemée et de Théon, dans laquelle il fait preuve de beaucoup d'habileté.

David de Saint-Clair étoit un gentilhomme écossais, venu en France pour y professer

librement la religion catholique, très-persécutée alors dans sa patrie. Il se lia d'amitié avec des savans, savant lui-même, et surtout dans les langues anciennes et en mathématiques. Henri IV lui donna, en 1599, une des chaires de mathématiques du collége de France; Saint-Clair la remplit jusqu'à sa mort en 1629. Il expliquoit de grec en latin à ses auditeurs les anciens mathématiciens et particulièrement les astronomes, sous le titre de sphère. Les sciences exactes n'étoient pas son seul talent; il faisoit aussi des vers latins, aujourd'hui aussi peu connus que sa version latine de Théon. Son épithalamium en l'honneur de Marguerite de Valois, est également tombé dans l'oubli, et sa version de Théon étoit sans doute ignorée de Théophile d'Urbin qui en a fait une autre dans la même langue; celle-ci se trouve aussi dans la bibliothèque du Roi, et la manière dont elle y est venue est assez curieuse pour que j'en rende compte à mes lecteurs.

Personne n'ignore que Colbert, ce digne ministre de Louis XIV, encouragea les progrès des arts et des sciences par les récompenses qu'il obtenoit de ce grand Roi pour les savans et les artistes qui se distinguoient, non-seulement en France, mais encore dans les pays étrangers. Instruit du mérite éminent de Vincent Viviani, gentilhomme florentin, mathématicien du grand-duc de Florence, et connu pour avoir restitué ce qui étoit perdu d'Apollonius de Perge, et expliqué le cinquième livre très-obscur d'Euclide, Louis XIV lui accorda une pension. C'est ce que Fontenelle raconte en ces termes, dans son Eloge de Viviani membre de l'Académie des sciences de Paris : « En ce temps-là il arriva à M. Viviani ce qui doit l'avoir le plus flatté en toute sa vie; il reçut une pension du Roi en 1664, d'un prince dont il n'étoit point sujet, et à qui il étoit inutile. Si ces circonstances relèvent le mérite de M. Viviani, elles relèvent encore plus la magnificence du Roi et son amour pour les lettres ».

Fontenelle rapporte ensuite que Viviani dédia au Roi, en 1701, par une inscription lapidaire *où les Français ont le plaisir de voir un étranger parler comme eux,* les trois livres de sa divination sur Aristée, ouvrage plein de recherches fort profondes sur les coniques. Puis il ajoute (et Voltaire l'a répété dans son Siècle de Louis XIV) : « M. Viviani ne croyant pas qu'il pût satisfaire, par ce traité adressé au Roi, à ce qu'il lui devoit pour la pension qu'il recevoit de Sa Majesté, avoit acheté à Florence une maison qu'il avoit fait rebâtir sur un dessin très-agréable, et aussi magnifique qu'il pouvoit convenir à un particulier. Cette maison s'appelle *Ædes a deo datæ,* et porte ce titre sur son frontispice : allusion heureuse et au premier nom qu'on a donné au Roi, et à la manière dont elle a été acquise. Une reconnoissance ingénieuse et difficile à contenter, n'a pu rien imaginer de plus nouveau et de plus noble qu'un pareil monument. M. Viviani, si digne par son savoir et par ses talens de recevoir les bienfaits du Roi, s'en rendoit encore plus digne par l'usage qu'il en faisoit après les avoir reçus ».

Mais ce que ni Fontenelle ni Voltaire n'ont pas su, c'est le don que Viviani a fait, en 1686, à la bibliothèque du Roi, du manuscrit autographe de la traduction latine du commentaire de Théon, par Théophile d'Urbin. Ce Théophile étoit un mathématicien

assez peu connu d'ailleurs. Mais Commandini, célèbre par ses traductions des géomètres grecs, dans deux lettres adressées d'Urbin au signor Tassoni, le prie d'imprimer la version latine que ce Théophile a faite du commentaire de Théon sur l'Almageste de Ptolemée. Cette lettre est en italien, et l'original s'en conserve dans le manuscrit de Théophile. L'écriture n'en est ni belle ni lisible, et la difficulté de la lire est encore augmentée par la confusion qui résulte de la maladresse avec laquelle on a collé ensemble sans ordre et sans intelligence, plusieurs feuillets détachés de trois différentes lettres de Commandini à ce Théophile.

Dans la première de ces lettres, datée de 1571, Commandini dit qu'il a parlé à cet imprimeur, et que la conclusion est qu'il faut qu'il se transporte sur le lieu même de l'impression pour la surveiller. Dans une seconde lettre, datée du 30 juillet 1574 et adressée d'Urbin à Théophile, à Rome, Commandini lui dit d'abord qu'Olympie, sa fille et son mari qui désirent fort d'avoir des enfans, ne peuvent pour cela aller prendre les eaux à Viterbe, comme le médecin Bartholini le leur a conseillé, parce que ces eaux sont contraires à ceux qui ont eu le mal français (1), que nous autres en France appellons le mal de Naples, d'où nos soldats l'ont rapporté dans le quinzième siècle, suivant Astruc, (2). Ensuite il lui recommande l'impression et la vente de ses Elémens d'Euclide. Et enfin il demande à Théophile s'il a terminé sa traduction de Théon, et où il en est de ce travail. Il lui mande que le signor Raphaël Bombelli de Bologne, qui a imprimé un livre d'algèbre, écrit que le signor Antonio-Maria Pazzi a traduit cinq livres de Diophante, et qu'au désir de son fils, ce Pazzi qui entend bien la langue grecque, (3) pourroit, avec ce Bombelli, habile en algèbre, achever la traduction de Diophante. Il termine cette lettre en disant que George de Trébizonde a fait aussi un commentaire sur l'Almageste qu'il a traduit, et qu'il l'a adressé à son serviteur Frédéric Commandin; qu'il voudroit le voir, et qu'étant dans la bibliothèque de Saint-Pierre, il est aisé de le lui procurer. Enfin, dans une autre lettre, sous la suscription de Tassoni à Urbin, et datée de 1575, Commandin écrit que le signor Mutio s'offre de faire tout ce qui a été convenu pour l'édition du travail de Théophile. Et toutefois cette traduction n'a jamais été imprimée. Le manuscrit tomba dans les mains de Viviani, et ce géomètre l'envoya à Paris pour en enrichir la bibliothèque du Roi, dans laquelle il est encore déposé.

Ce manuscrit est un moyen in-folio, en papier, et dont l'écriture est en abbréviations, avec des figures géométriques, très-mal faites. Il est recouvert en peau rouge, ornée des armes du Roi en or. La bibliothèque du Vatican regretta de ne pas l'avoir en sa possession, et le pape Clément XI le fit redemander à la cour de France. Cette cour refusa de le rendre, et ce pape en fit tirer à Paris une copie qui fut certifiée exacte, par une attes-

(1) Ch' hanno patito del mal francese.

(2) *De Luc Venerea* C. XI. p. 80.

(3) Le copiste de ces lettres entendoit si peu l'italien, qu'il a transcrit le mot *intendeva* par *intrudeva*, sans compter bien d'autres bévues et nombre de lacunes.

tation latine de Ch. Letellier de Louvois, premier bibliothécaire du Roi, donnée à Paris le 11 juillet 1817, et consignée sous les numéros 5868 et 7263 qui sont ceux de ce manuscrit. La traduction qu'il contient est donc la seconde du commentaire de Théon. Théophile, son auteur, n'a certainement eu aucune connoissance de la première qui est celle de l'écossais Saint-Clair; car celle-ci n'est jamais sortie de France, et ne ressemble nullement à la seconde pour le style. Le commentaire de Théon a eu ainsi, comme l'ouvrage de Ptolemée qu'il explique, deux interprètes latins; mais si les deux versions latines de Théon sont meilleures que celles de Ptolemée, celles-ci jouissent de l'avantage d'avoir été publiées, tandis que les autres sont restées enfoncées dans le réduit caché d'une bibliothèque; et cela par un de ces caprices de la fortune qui met souvent au grand jour ce qui devroit être enfoui dans l'oubli.

J'ai déjà prévenu de l'incorrection du texte grec de Théon en plusieurs endroits de l'édition de Bâle. Ils semblent imités de celles du manuscrit que je viens de décrire, et ces fautes ne sont ni en moindre quantité ni de moindre importance que celles du texte de Ptolemée qui le précède ordinairement dans cette même édition. En voici une entr'autres plus choquante que toutes celles que j'aurois pu également citer : cette édition présente, dans le chapitre VII, les mots τοῦ παρθένου, *du signe de la Vierge*, c'est-à-dire, selon cette édition, que le solstice d'hiver est *au commencement du signe de la Vierge*, et le solstice d'été au commencement du signe du Cancer : ce qui est une erreur manifeste. Car si, comme il est vrai par Ptolemée, Hipparque, Géminus et tous les autres astronomes grecs, le solstice d'été étoit dans le Cancer, le solstice d'hiver étoit nécessairement dans le sixième signe suivant, qui est le Capricorne; et effectivement le manuscrit grec exprime ce dernier par le symbole astronomique qui lui est affecté, et Théophile, dans sa version latine, l'a très-bien rendu par le mot *Capricorne;* mais Saint-Clair n'a exprimé ni le Cancer, ni le Capricorne, ni la Vierge.

J'aurois bien d'autres fautes à reprendre dans l'édition de Bâle. J'en indiquerai quelques-unes des plus grossières, dans les notes qui termineront ce discours. Je me hâte, pour arriver plutôt à la fin, de passer aux interprètes latins de Théon.

Saint-Clair et Théophile sont, à quelque peu d'exceptions près, assez d'accord entr'eux sur le sens du texte de Théon. Cependant, voici un passage où ils soutiennent la contradictoire l'un de l'autre; c'est à l'endroit où Théon explique les preuves que Ptolemée apporte de la rondeur de la terre (l. 1. ch. 3. p. 56.). Théon dit que Ptolemée, après avoir établi les raisons qui font juger que la terre est de forme sphérique, passe à des preuves plus fortes contre ceux qui s'imaginent qu'elle *n'a pas* cette forme. Cette négative ne se trouve ni dans le grec manuscrit, ni dans le grec imprimé; et cependant elle y est indispensable, ou Ptolemée seroit en contradiction avec lui-même. Aussi, Théophile l'a-t'il bien exprimée dans sa version. « *Ipse etiam,* dit-il, *ad id quod perfectius seu absolutum magis est transitum facit, eorum sententias memorans qui ab hæc* diversam *terræ figuram commenti sunt.* Saint-Clair dit au contraire : *Transit ad argu-*

mentum firmius contra dicens opinionibus eorum qui opinantur eam esse circà *hanc figuram.* Ainsi, selon Théophile, Ptolemée fait mention de ceux qui croient que la figure de la terre est différente de la figure sphérique ; et selon Saint-Clair, il réfute ceux qui croient qu'elle a bien à très-peu près cette figure. Il est évident que Saint-Clair a tort, suivant ce que dit Ptolemée aussitôt après. Il prouve par les solides à faces triangulaires comme celles des pyramides tétraëdres, et quadrangulaires comme celles des cubes, que la terre n'est ni un tétraëdre ni un hexaëdre. Or rien n'approche moins qu'une pyramide triangulaire ou qu'un cube tel qu'un dez à jouer, de la figure sphérique. Par conséquent l'intention de Théon, en cet endroit, n'a pas été de dire que Ptolemée réfutoit ceux qui soutenoient que la figure de la terre étoit environ la sphérique, mais bien ceux qui soutenoient qu'elle n'étoit pas de forme sphérique. La négative est donc nécessaire ici, et je l'ai suppléée.

Quelque parfaites que puissent être ces deux versions latines, elles sont, quoique meilleures que celle du premier livre par Porta, aussi inutiles au public, étant restées manuscrites et ignorées, que les deux mauvaises traductions latines de l'ouvrage de Ptolemée. L'interprétation de celui-ci en notre langue m'imposoit donc l'obligation de celle du commentateur dans le même idiôme; mais je sens ici que j'ai à donner quelques notions préalables sur l'objet particulier du commentateur dans les deux premiers livres de Ptolemée, dont le premier compose le contenu du présent volume. M. Delambre, dans ses notes sur le premier volume de ma traduction de Ptolemée, et dans son histoire de l'astronomie ancienne, où il a développé les méthodes de cet astronome, et celles de l'arithmétique des Grecs, a donné des explications si lumineuses de leur trigonométrie sphériqne, que le lecteur ne pourra que gagner à y avoir recours pour s'éclairer sur un grand nombre de points que nos méthodes actuelles nous donnent rarement lieu de connoître.

M. Ideler a aussi publié sur le même sujet, en sa langue, un mémoire beaucoup moins étendu. Après l'avoir traduit pour mon instruction, j'ai jugé que tout profond qu'il est, n'ajoutant rien aux explications de M. Delambre, il ne feroit que grossir ce volume et en augmenter inutilement les frais. Je lui ai donc substitué quelques lignes que j'ai extraites de l'histoire allemande des mathématiques de M. Kæstner, pour ne pas laisser tout à fait cet objet, sans en donner une légère idée.

Kæstner montre d'abord que les Grecs se servoient des triangles inscrits, pour l'évaluation des angles et des côtés. Il le prouve par la table des cordes de Ptolemée. « Le diamètre étant de 120 parties égales, dit-il, le côté de l'hexagone, égal au rayon, en a 60; le côté du décagone se trouve en avoir 37, 4′, 45″, celui du pentagone 70, 32′, 3; celui du carré 84, 51′, 10″; et celui du triangle équilatéral 103, 55′, 23″. Les 60 parties du rayon, réduites en secondes, font 126000″; par conséquent une seconde est $= \frac{1}{126000}$ du rayon. Cette fraction, réduite en décimales, est = 0,000004629. Ainsi, une seconde du rayon n'en est qu'une quatre-millionième portion, avec moins de sept

dix-millionièmes. Telle est la précision avec laquelle Ptolemée évalue les droites inscrites dans le cercle.

Pour prouver combien cette manière de les évaluer est sûre et exacte, il suffira de comparer à la valeur exprimée ci-dessus, du côté du triangle équilatéral, 103ᵖ 55′ 23″, son expression en secondes du rayon, par le moyen des logarithmes. C'est 374123″ du rayon (1).

Log. 374123 = 5,5730132
216000 = 3,3344538

0,2385694

logarithme du nombre 1,73204 qui dans nos tables répond à 2 sin 60ᵈ.

Quoique Ptolemée n'emploie pas cette doctrine à résoudre tous les cas possibles des triangles sphériques, mais seulement ceux dont il a besoin pour ses démonstrations, il est aisé de les y soumettre tous. Il prend pour la double obliquité de l'écliptique 47ᵈ, 42′, 40″, quantité égale aux $\frac{11}{83}$ de la circonférence, selon Eratosthène et Hipparque. Selon M. Ideler, Ptolemée ou plutôt Hipparque, remarquant que le diamètre ou double rayon du cercle est la corde de l'arc double de 90 degrés, et que le rayon est la corde de l'arc double de 30 degrés, vit bientôt qu'on pouvoit représenter les valeurs des angles par des droites évaluées en parties du rayon, et il en dressa une table pour le quart du cercle : cette table se trouvera expliquée et développée dans le volume suivant, celui-ci n'en contenant que les préliminaires pour l'intelligence de sa construction.

D'autres objets dont il me reste à parler, ne sont pas, comme cette table, uniquement du ressort de la conception mentale, mais ils sont la matière ou l'occasion des sensations que leur présence excite dans l'âme par l'intermédiaire de nos organes. Ce sont les représentations gravées dont j'ai décoré ce volume. Je ne parle pas des figures géométriques; elles ne sont rien moins qu'un ornement, mais elles entrent nécessairement dans l'ouvrage, comme partie intégrante pour l'intelligence du texte. Je parle, comme je l'ai fait dans le premier volume de mon Ptolemée, de la dioptre que j'ai représentée en tête du texte de Théon. Elle ressemble à celle que j'ai décrite dans la préface de mon Ptolemée, à l'exception des deux pinnules, l'une fixe ou oculaire, l'autre mobile ou objective. Elles tiennent lieu des verres de nos lunettes ou tubes à longue vue; celles de Ptolemée sont carrées ou à angles droits, et celles de Théon en forme de hache, comme il le dit et comme on le voit ici, ce qui, par la différence des lignes transversales, calculées suivant une certaine échelle, servoit à mesurer les diamètres des plus petites étoiles, comme des plus grandes, en les regardant par la transversale des deux côtés les plus étroits de

(1) Voyez les tables logarithmiques que j'ai publiées (*in*-32) d'après l'allemand de M. de Prass, pour l'intelligence de tout ce qui, dans les notes sur Ptolemée, est exprimé en logarithmes. Elles se trouvent chez Bachelier, libraire, quai des Augustins, à Paris. H.

ces pinules trapézoïdales, la plus proportionnée à la grandeur apparente de ces astres.

La seconde gravure que ce volume présente, est la vignette du frontispice. On y distingue bientôt la sphère inscrite au cylindre, avec le cône inscrit, d'une hauteur égale au rayon de la sphère. Théon en tire un parti si avantageux pour ses démonstrations dans ce premier livre, que je n'ai pas dû me dispenser de remettre sous les yeux du lecteur, par un simple tracé de lignes, cette admirable parité de rapports entre ces surfaces et ces solides, démontrée par Archimède, qui fut si charmé de l'avoir trouvée, qu'il ordonna que la figure géométrique en fût gravée sur son tombeau. Elle le fut; mais il fallut un Cicéron pour l'y voir et pour reconnoître à cette marque le lieu où étoient déposés les restes mortels du plus grand géomètre de l'antiquité.

L'orateur romain raconte ce fait avec tant d'agrément, dans ses questions tusculanes, que tout le monde me saura gré de terminer cet avant-propos par le récit qu'en fait ce grand homme.

« Je retirerai, dit Cicéron, de la cendre des morts et de dessous les traces encore visibles de la règle et du compas, cet Archimède, simple et pauvre particulier, dont je cherchois le tombeau caché sous les ronces et les épines, lorsque j'étois gouverneur de Sicile. Les Syracusains m'assuroient qu'ils ne l'avoient pas; mais de certains vers que je savois, m'avoient appris que ce tombeau étoit surmonté d'une sphère avec un cylindre. Après avoir parcouru des yeux tous les environs, car du côté des portes Agraganes, tout est couvert de tombeaux, je remarquai une petite colonne qui s'élevoit fort au-dessus des buissons, et sur laquelle étoit gravée la figure d'une sphère et d'un cylindre. Je dis aussitôt aux Syracusains, car j'étois avec les premiers de la ville, que je croyois avoir trouvé ce que je cherchois. J'envoyai des gens avec des coignées pour éclaircir et débarrasser l'entrée de ce lieu. Quand on put en approcher, on y vit une inscription dont les lignes étoient à moitié effacées chacune à la fin. Ainsi, la ville la plus célèbre, et autrefois aussi la plus riche de toute la Grèce, eût toujours ignoré qu'elle possédoit le tombeau du plus grand génie qu'elle eût jamais eu au nombre de ses citoyens, si elle ne l'eût pas appris d'un Italien d'Arpino ».

(6) Humilem homuuculum a pulvere et radio excitabo Archimedem, cujus ego quæstor ignoratum ab Syracusanis, cùm esse omninò negarent, sæptum undique et vestitum vepribus et dumetis indagavi sepulchrum. Tenebam enim quosdam senariolos, quos in ejus monumento esse inscriptos acceperam, qui declarabant in summo sepulchro sphæram esse positam cum cylindro. Ego autem cùm omnia collustrarem oculis, est enim ad portas Agraganas magna frequentia sepulchrorum, animadverti columellam non multum è dumis eminentem, in quâ inerat sphæræ figura et cylindri, atque ego statim Syracusanis, erant autem principes mecum, dixi me illud ipsum arbitrari esse, quod quærerem. Immissi cùm falcibus multi purgarunt et aperuerunt locum. Quò, cùm patefactus esset aditus, ad adversam basim accessimus. Apparebat epigramma exesis posterioribus partibus versiculorum, dimidiatis ferè. Ità nobilissima Græciæ civitas, quondam verô ditissima, sui civis unius acutissimi monumentum ignorasset, nisi ab homine Arpinate didicisset.

(M. Tull. Cicer. Tuscul. Quæst. Lib. v. C. 23.)

Ce monument n'existe plus; mais Archimède s'en étoit érigé un autre plus durable que le marbre et le bronze, dans ses écrits. Le temps et les guerres les ont plus respectés que son tombeau. Consacrons ici, à la gloire de ce grand homme, l'expression analytique de l'égalité de rapports qu'il a trouvée entre les surfaces et les solidités de la sphère et du cylindre circonscrit, et qu'il a consignée dans les œuvres immortelles où son génie respire encore.

Soient 1°, pour les surfaces:

C = Circonférence d'un grand cercle de la sphère.

A = L'axe de cette sphère, = le diamètre de ce cercle.

s = Surface du grand cercle.

S = Surface de la sphère.

Or, $s = \frac{1}{4} A. C$

Et $S = A. C$

Donc la surface de la sphère est quadruple de celle de son grand cercle. Mais la surface convexe du cylindre circonscrit à la sphère est = A. C. Donc la surface de la sphère est égale à la surface convexe du cylindre circonscrit; mais la surface totale Y de ce cylindre est = A. C. $+ \frac{1}{2}$ A. C. $= \frac{3}{2}$ A. C. . Ainsi, S : Y :: 1 : $\frac{3}{2}$ :: 2 : 3, et $S = \frac{2Y}{3}$.

Donc la surface de la sphère est = $\frac{2}{3}$ de la surface totale du cylindre circonscrit.

2°. Pour les solidités :

σ = Solidité de la sphère.

Σ = Solidité du cylindre circonscrit.

$$\text{Or} \quad \sigma = \frac{A}{2} \cdot \frac{s}{3} = \frac{1}{2} A. \frac{AC}{3} = \frac{\overset{2}{A}C}{6}$$

$$\Sigma = A \cdot s = A. \frac{1}{4} AC = \frac{\overset{2}{A}C}{4}$$

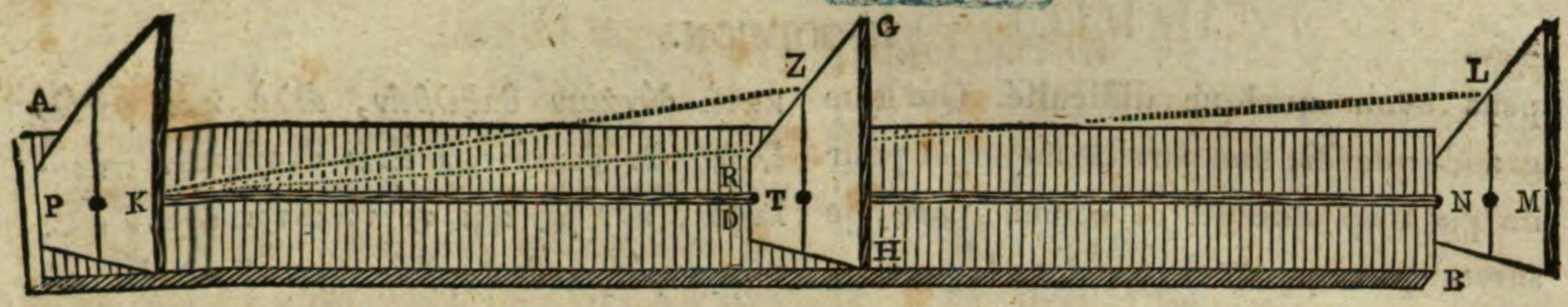
$$\text{Donc } \sigma : \Sigma :: \frac{\overset{2}{A}C}{6} : \frac{\overset{2}{A}C}{4} :: \frac{1}{6} : \frac{1}{4} :: 4 : 6 :: 2 : \ . \text{, et } \sigma = \frac{2\Sigma}{3}.$$

Ainsi la surface de la sphère est à celle du cylindre circonscrit, en même raison que la solidité de cette sphère à la solidité de ce cylindre (8).

Mais en finissant ce discours, racontons d'après Tite-Live, la fin tragique de ce grand géomètre. Les machines par lesquelles il lançait des roches sur l'armée romaine qui assiégeoit Syracuse sa patrie, et celles qu'il mettoit en mouvement pour enlever les vaisseaux de la flotte romaine, les balancer en l'air, et les précipiter au loin dans la mer, avoient retardé les progrès du siége. Enfin les soldats du consul Marcellus ayant pénétré par un endroit mal gardé, la ville fut livrée au pillage, et Archimède, absorbé dans la méditation de quelque théorême, n'ayant pas répondu à la question d'un Romain, ce brutal le tua d'un coup d'épée, sans le connoître. Marcellus avait ordonné qu'on l'épargnât, et il fut si affligé de ce malheur, qu'il le pleura même au milieu de son triomphe. Il fit remettre son corps à ses parens pour lui faire rendre des honneurs funèbres. Plutarque ajoute qu'il honora ses obsèques de sa présence. Ainsi périt Archimède, à l'âge de soixante-quinze ans, dans la 212e année avant Jésus-Christ.

(8) Voyez les principes et les détails de cette démonstration, dans les élémens de géométrie, des abbés Mazéas, La Caille et Marie. H.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS



ΘΕΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ ΥΠΟΜΝΗΜΑ

ΕΙΣ ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ

ΤΗΣ ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΣΥΝΤΑΞΕΩΣ.

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.

Συνεχέστερον προτρεπόμενος παρὰ τῶν ἀκροατῶν, τέκνον Ἐπιφάνιε, ὑπαγορεύειν εἰς τὰ ἑκάστῳ δοκοῦντα δυσχερῆ τῆς Πτολεμαίου μαθηματικῆς συντάξεως, καλῶς ἔχειν ἡγησάμην τὸν ὑπομνηματισμὸν ταύτης ποιήσασθαι, καὶ δεόντως ὡς ἂν οἷός τε ὦ τῆς τοιαύτης σπουδῆς ἐπιμεληθῆναι τῆς τε τῶν ἀστρονομούντων ἀσκήσεως, καὶ τῆς τῶν στοιχειουμένων προτροπῆς. Δυνατὸν δέ ἐστι τοῖς φιλαλήθως καὶ ζητητικῶς ἐντυγχάνουσιν ἐφικέσθαι, ὡς ὅτι πολλὰς ἀποδείξεις τῶν μηδόλως ἐπινοηθεισῶν παρὰ τῶν πρὸ ἡμῶν ὑπομνηματιστῶν παρεθέμεθα, ἐξ ὧν καταλελοίπασιν ὑπομνημάτων. Τὰ γὰρ σαφέστερα προθέμενοι παραλιπεῖν, τὰ μάλιστα δυσχερῆ παραλελοιπότες φαίνονται.

Καὶ πρὸς τούτοις τοῦ Πτολεμαίου διαρρήδην ἐν ἀρχῇ τῆς πραγματείας λέγοντος, « μέλλοντες ἅπαντα γραμμικῶς ἀποδεικνύειν, αὐτοὶ τὰ πλεῖστα καθάπερ ἐν προχείροις κανόσι διὰ ψιλῶν ἐφόδων περαίνουσιν ». Ἡμεῖς δὲ σπουδὴν μεγίστην τιθέμεθα μὴ μόνον διὰ τῆς γραμμικῆς δείξεως ἅπαντα

COMMENTAIRE DE THEON D'ALEXANDRIE

SUR LE PREMIER LIVRE

DE LA COMPOSITION MATHÉMATIQUE

(OU ASTRONOMIE)

DE PTOLEMÉE.

AVANT-PROPOS.

Perpétuellement sollicité par mes auditeurs, ô Epiphane, mon cher fils, de leur donner une explication des difficultés que leur paraît renfermer la composition mathématique de Ptolemée, j'ai cru devoir me rendre à leurs prières, et j'espère que ce sera servir tout à la fois, et ceux qui professent l'astronomie, et ceux qui l'étudient, que d'entreprendre ce travail, utile peut-être aussi aux personnes qui aiment assez la vérité pour n'épargner ni peines ni recherches en vue d'arriver jusqu'à elle. J'y ai ajouté quelques démonstrations inconnues aux commentateurs qui m'ont précédé; comme il paroît par leurs ouvrages, où, en se proposant d'omettre les choses les plus claires, ils ont le plus souvent omis les plus difficiles.

Ptolemée dit expressément au commencement de son traité: Au lieu de démontrer tout géométriquement, ils n'ont donné que des résultats comme dans les tables manuelles. Pour moi, je me suis appliqué non-seulement à soumettre tout aux démonstrations géométriques, autant que je l'ai pu, mais encore à ne rien omettre de ce qui

peut avoir quelque difficulté. Quelque grande que soit une pareille tâche, et pour ne pas trop allonger ce commentaire, je suivrai pas à pas Ptolemée dans le premier livre de sa composition, en rapportant d'abord ses propres paroles ; et dans les suivans, laissant de côté tout ce qui paraît facile aux personnes qui connoissent les élémens, je m'arrêterai sur ce qui leur semblera difficile à comprendre, et j'en donnerai les démonstrations. J'aurai une grande obligation à ceux qui rectifieront ce qui peut m'être échappé de moins exact, et comme le dit notre auteur, nous ne rougirons pas des corrections faites par une autre main, à un travail aussi grand que celui auquel je m'engage. Car je ne présume pas assez de moi-même pour me flatter de tout dire sans donner lieu à quelque contradiction.

C'est avec raison, ce me semble, dit Ptolemée, que dans la saine philosophie..... Je suis d'avis que celui qui professe l'astronomie ne doit pas emprunter de la philosophie de longs discours, mais expliquer le plus brièvement qu'il est possible, ce qu'il y a de bon dans les mots et dans les choses. Son avant-propos est, selon moi, très-clair, à le prendre simplement, comme il paraît l'avoir pris lui-même. Car il dit à la fin : Ce traité est écrit pour ceux qui ne sont pas entièrement étrangers à la science, entendant par ceux qu'il nomme ainsi, les jeunes gens, pour lesquels, s'il le leur eût destiné, il n'auroit pas ainsi conçu son prologue. Il me semble qu'il ne faudroit pas beaucoup de discours pour l'expliquer, comme je vais le faire voir en exposant

κατὰ δύναμιν διεξελθεῖν, ἀλλὰ καὶ μηδὲν ὅλως τῶν δοκούντων εἶναι δυσχερῶν παραλεῖψαι, κἂν μὴ οἷοι τε τοσοῦτοι ὦμεν περὶ τῶν τοιούτων διαλαμβάνοντες. Καὶ διὰ τὸ μὴ μακροποιῆσαι τὸν ὑπομνηματισμὸν, ἐπὶ μὲν τοῦ πρώτου τῆς συντάξεως, διὰ τὸ στοιχειώδες, ἅπαντα κατὰ λέξιν ἐκτιθέμενοι. Ἐπὶ δὲ τῶν ἑξῆς, ὅσα μὲν καὶ τοῖς μικρὰ συνορᾶν δυναμένοις εὐμαρῆ καταφαίνεται, τούτων ἑκόντες ἀμελήσομεν· ὅσα δὲ τοῖς τοιούτοις μετρίως καταφαίνεται δυσθεώρητα, καὶ τούτων τὰς ἀποδείξεις ἐκτιθέμενοι. Χάριν δὲ μεγίστην ἡγούμεθα λαμβάνειν, παρὰ τῶν δυνατῶς ἐχόντων διορθοῦσθαι, τὰ μὴ ὡς ἐχρῆν παρ' ἡμῖν ἠκριβωμένα, καθάπερ φησὶ καὶ αὐτὸς, μηδ' αἰσχρὸν ἡγεῖσθαι μεγάλης τινὸς καὶ θείας οὔσης τῆς ἐπαγγελίας, κἂν τῆς ὑπ' ἄλλων τύχωμεν διορθώσεως· οὐδὲ γὰρ καὶ αὐτοὶ τοσούτους ἑαυτοὺς εἶναι πεπιστεύκαμεν ὡς ἅπαντα κατὰ λέξιν ἀναμφισβητήτως διεξελθεῖν.

Πάνυ καλῶς οἱ γνησίως φιλοσοφήσαντες..... Προσῆκον ἡγοῦμαι τὸν ἀστρονομεῖν ἐπαγγελλόμενον, μὴ τὰς ἐκ φιλοσοφίας μακρολογίας παρεισάγειν, ἀλλ' ἐπὶ τὸ συντομώτερον κατὰ τὸ δυνατὸν παρατιθέναι, ὅσα κατά γε τὴν λέξιν καὶ τὴν ὅλην διάνοιαν ἔστι σαφῆ. Καὶ γάρ ἐστι σχεδὸν τὸ ὅλον προοίμιον, ὡς ἐγὼ νομίζω, σαφὲς, εἴτις αὐτὸ κατὰ τὸ ἁπλούστερον ἐκδέχοιτο, καθάπερ καὶ αὐτῷ τῷ Πτολεμαίῳ δοκεῖ. Φησὶ γὰρ ἐν τελευταίοις τοῦ προκειμένου προοιμίου, γέγραπται ἡμῖν ἥ δε ἡ πραγματεία, ἐφ' ὅσον ἂν οἱ ἤδη καὶ ἐπὶ ποσὸν προκεκοφότες παρακολουθεῖν αὐτῇ δύναιντο, τοὺς νέους λέγων πρὸς οὓς πραγματευόμενος, οὐκ ἂν τοιαύτην ἠξίωσε τὴν τῶν ἑαυτοῦ

προοιμίων ἐξήγησιν γίνεσθαι. Εἰ δὲ τοῦτο μηκύνοι τίς, οὐκ ἂν οἶμαι πολλῶν λόγων δεηθείη, ὅθεν ἡμεῖς ἐπὶ τὸ συνελεῖν τὴν ὅλην διάνοιαν ἐρχόμεθα. Ἔστι μὲν οὖν κατ' ἐμὴν γνώμην ἡ ὅλη διάνοια αὕτη· τὸν εὐζωοῦντα ἄνθρωπον ἀεὶ δεῖ τῆς καλῆς καὶ εὐτάκτου γίνεσθαι κατασ-άσεως. Ἔστι δὲ αὕτη ἡ κατάσ-ασις ἐν δύο, τῇ τε θεωρίᾳ καὶ τῇ πράξει, ὅθεν καὶ ἀπὸ ἐπαίνου τῶν ταῦτα διελόντων ἤρξατο, φάσκων καλῶς κεχωρικέναι τὸ θεωρητικὸν ἀπὸ τοῦ πρακτικοῦ τοὺς γνησίως φιλοσοφήσαντας. Λέγει δὲ τοὺς ἐκ τοῦ περιπάτου, ἐπεὶ καὶ μετ' ὀλίγα τοῦ Ἀρισ-οτέλου μνημονεύων, καὶ τὸ θεωρητικὸν αὐτὸν φησὶ καλῶς διελθεῖν, ὡς ἂν καὶ ἄλλό τι καλῶς διελόντα, δηλαδὴ τὸ εἰρημένον, τουτέστι τὴν ὅλην φιλοσοφίαν εἰς τὸ πρακτικὸν καὶ θεωρητικόν. Λέγουσι δὲ τῇ μὲν θεωρίᾳ προκεῖσθαι τέλος τὸ ἀληθὲς, τῇ δὲ πράξει τὴν εὐδαιμονίαν καὶ τὴν τοῦ ἤθους καλοκαγαθίαν, ὅθεν αἱ ὑπὸ τὸ πρακτικὸν αἱ τοῦ ἤθους ἀρεταὶ ἠθικαὶ καλοῦνται.

Φησὶ δὲ ὁ Πτολεμαῖος συμβεβηκέναι τῷ πρακτικῷ τὸ πρότερον αὐτοῦ τὸ θεωρητικὸν τυγχάνειν, διὰ τὸ ἴσως δεῖν πρότερον τὸν πράξαντά τι, καὶ ὅτι αἱρετὸν τὸ πραχθησόμενον καταληφέναι, καὶ ὅτι διὰ τῶν δε ἂν γένοιτο, καὶ τόν δε τὸν τρόπον, ἅπερ ἐστὶν ἀληθευτικῆς καὶ θεωρητικῆς ἕξεως· ἀλλ' ὅμως φησὶ μεγάλην εἶναι ἐν αὐτοῖς τὴν διαφοράν. Τῶν μὲν γὰρ ἠθικῶν ἀρετῶν ἐνίας καὶ ἄνευ διδασκαλίας περιγίνεσθαι· ἐξ ἔθους γὰρ ἅπασαι αὗται πλὴν τῆς φρονήσεως δοκοῦσι συνίσ-ασθαι. Ὅθεν καὶ ἠθικὰς αὐτὰς ἀξιοῦσιν ὀνομάζεσθαι, οἷον ἐθικάς τινας οὔσας. Εἰσὶ δ' αὗται, σωφροσύνη, ἀνδρία,

brièvement le sens de ses paroles. Voici donc ce qu'il veut dire : Homme qui vit honnêtement, doit toujours être dans une disposition d'esprit bien réglée. Or, cette disposition consiste dans deux parties, la spéculation et l'action. C'est pour cela que Ptolemée commence par approuver ceux qui ont fait cette distinction, en disant : C'est avec raison que l'on a distingué la théorie de la pratique. En quoi il veut parler des péripatéticiens, puisqu'ensuite, en faisant mention d'Aristote par qui il témoigne que la partie spéculative a été parfaitement traitée, il dit que si jamais il a fait une distinction juste, c'est celle-là, savoir, comme nous l'avons déjà dit, que toute la philosophie consiste dans la pratique et la théorie. Or, ils soutiennent que la fin de la spéculation est la vérité ; et celle de l'action, l'heureuse réunion des qualités du cœur et de l'esprit, et que c'est pour cette raison qu'on appelle morales les vertus qu'il faut pratiquer.

Ptolemée ajoute qu'il est arrivé à la pratique, que la théorie la précède, parce qu'il faut que celui qui agit, ait auparavant déterminé ce qu'il doit faire, l'objet qu'il doit choisir, les moyens qu'il emploiera, la manière dont il s'y prendra, toutes délibérations qui sont du ressort de la spéculation, et qui portent un caractère de vérité. Néanmoins, dit Ptolemée, il se trouve entre l'une et l'autre une grande différence, en ce qu'il y a des qualités morales, formées des notions qui ne sont pas le fruit de l'instruction, et ces qualités, outre l'intelligence, paroissent consister dans les mœurs (*a*). De là vient qu'on doit les appeler morales, comme étant de pratiquer

la plupart : telles sont la sagesse, la bravoure, la libéralité, l'équité, la clémence; et en général on dit que nous sommes honnêtes et bons, d'après notre conduite habituelle. Nous avons aussi quelques qualités qui paroissent être naturelles. Car les animaux dénués de raison, passent pour être les uns courageux, les autres prudens. Il y a donc quelques-unes de ces qualités qui sont innées dans l'homme, avec la raison. Or, la contemplation de toutes choses, dit Ptholemée, ne peut exister sans la raison. Il ne dit pas simplement la spéculation, mais celle de toutes les choses dans leur universalité; ou bien il suffiroit donc de penser, pour avoir aussitôt la vérité sans étude et sans instruction, comme cela a lieu pour les axiomes, tels que : deux choses égales chacune à une autre, sont égales entr'elles. Il dit qu'en cela seul consiste toute la différence dans les objets dont il a parlé, et ensuite en ce que l'utilité de la pratique est dans l'usage, même quand ce seroit par le moyen des organes du corps; et celle de la théorie dans l'application aux recherches, et dans les progrès qu'on y fait.

Ainsi, puisque la pratique et la théorie diffèrent l'une de l'autre, et qu'il est évident que tout homme sage se conduit d'après elles, et que, selon Ptolemée, il se règle pour ses actions par l'application qu'il leur fait de ses idées, c'est-à-dire qu'il commence par faire choix de la manière dont il agira, et qu'il y conforme ses actions, voulant avant que d'agir, le faire avec ordre et mesure, Ptolemée dit que la spéculation est le temps que l'on donne à la méditation des sciences mathématiques surtout, qui embrassent la géométrie, l'arithmétique, la musique et l'astronomie.

ἐλευθεριότης, δικαιοσύνη, πραότης· καὶ ἁπλῶς καλοὶ καὶ ἀγαθοὶ τὸ ἔθος εἶναι λεγόμεθα. Δοκοῦσι δὲ τούτων τινὲς καὶ φυσικῶς παραγίνεσθαι. Καὶ γὰρ καὶ ἄλογα ζῶα τὰ μὲν ἀνδρεῖα, τὰ δὲ σώφρονα λέγεται εἶναι. Τούτων μὲν οὖν τινες καὶ χωρὶς λόγου τοῖς ἀνθρώποις ἐγγίνονται, ἡ δὲ τῶν ὅλων φησὶ θεωρία, οὐκ ἄνευ λόγου. Οὐκ ἁπλῶς δὲ θεωρίαν εἶπεν, ἀλλὰ τὴν τῶν ὅλων. Γένοιτο γὰρ ἂν τῆς θεωρίας καὶ ἀληθείας κατάληψις, καὶ ἄνευ διδασκαλίας, οἷαι καὶ αἱ τῶν ἀξιωμάτων, οἷον τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα. Ἐν μιᾷ οὖν ταύτῃ διαφορᾷ διαφέρειν φησὶ τὰ εἰρημένα. Ἕτερον δὲ ὅτι τῆς μὲν πρακτικῆς τὸ ὄφελος, ἐξ αὐτοῦ τοῦ πράττειν (τοῦτο δ' ἂν εἴη τὸ διὰ σώματος ἐνεργεῖν) περιγίνεται, τοῦ δὲ θεωρητικοῦ, ἐκ τῆς πρὸς τὰ θεωρήματα σπουδῆς τε καὶ προκοπῆς.

Ὄντων οὖν διαφόρων τοῦ τε πρακτικοῦ λέγω καὶ τοῦ θεωρητικοῦ, καὶ κειμένου τοῦ δεῖν ἑκατέρου ἔχεσθαι τὸν εὐζῶντα, τοῦτο καὶ αὐτός φησι ποιεῖν. Πρὸς μὲν τὰς πράξεις ῥυθμίζων ἑαυτὸν ἐν αὐταῖς ταῖς τῶν φαντασιῶν ἐπιβολαῖς. Ἀντὶ τοῦ ἐν αὐτῷ τῷ ἄρχεσθαί τε καὶ προαιρεῖσθαί τι πράττειν, πειρώμενος εὐτάκτως καὶ εὐρύθμως τοῦτο ποιεῖν. Τοῦ δὲ θεωρητικοῦ φησιν ἔχεσθαι, τῷ τὴν σχολὴν εἰς τὴν τῶν θεωρητικῶν καταναλίσκειν διδασκαλίαν, μάλιστα τῶν μαθηματικῶν, ταῦτα δὲ ἐστὶ τά τε κατὰ γεωμετρίαν καὶ ἀριθμητικὴν καὶ μουσικὴν καὶ ἀστρονομίαν.

Ὅτι δὲ καὶ ἡ μαθηματικὴ ὑπὸ τὸ θεωρητικὸν, τὸν Ἀριστοτέλη μάρτυρα παρεισφέρει, ὃς εἰς τρία διεῖλε τὸ θεωρητικὸν, εἵς τε τὸ φυσικὸν καὶ μαθηματικὸν καὶ θεολογικὸν. Καὶ φησὶ καλῶς ἔχειν τὴν διαίρεσιν, διότι καὶ τὰ πράγματα τρία ἐστὶν, ἐξ ὧν πάντα τὰ ὄντα συνέστηκεν. Ἔοικε δὲ ὄντα λέγειν τὰ φυσικὰ σώματα, ταῦτ' οὖν εἶναι ἐξ ὕλης καὶ εἴδους καὶ κινήσεως, τῶν τριῶν τούτων πραγμάτων οὐ δυναμένων μὲν ἀλλήλων καθ' ὑπόστασιν χωρισθῆναι, ὡς ἰδία μὲν τοῦτο, ἰδία δὲ τὸ ἕτερον καθ' αὑτὸ ὑποστῆναι, ἀλλὰ τῷ νοεῖσθαι ἕκαστον αὐτῶν ὡς ἰδίαν ἔχον φύσιν. Οὐ γὰρ ἡ αὐτὴ κινήσεως καὶ ὕλης, ἢ κινήσεως καὶ εἴδους φύσις, ἢ ὕλης καὶ εἴδους. Τριῶν οὖν τούτων ὄντων τὴν μὲν κίνησιν ὑποστῆσαι τὸ θεολογικὸν εἶδος. Τῷ γὰρ ζητεῖσθαι τὸ τῆς ὅλων πρώτης κινήσεως αἴτιον, λέγοι δ' ἂν πρώτην κίνησιν τὴν ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δύσιν, ταύτην γὰρ πρώτην ὁ κόσμος κινεῖται· τῷ οὖν ταύτης κινητικὸν αἴτιον ζητεῖσθαι, ὑπέστη ἡ Θεολογία. Θεὸς γὰρ τούτου τὸ αἴτιον, ἀκίνητός τις καὶ ἀόρατος φύσις, εἴτις κατὰ τὸ ἁπλοῦν φησιν ἐκλάβοι, ἀντὶ τοῦ εἰς ἁπλότητα ἀνατρέχων καὶ χωρίζων αὐτὸν τῶν σωμάτων, οἷς αἴτιός ἐστι τῆς κινήσεως, ἀξιῶν ὥσπερ κατὰ ἀνάλυσιν γενέσθαι ταύτην τὴν νόησιν, καθάπερ τῶν ἐν τοῖς μαθήμασι. Καὶ γὰρ ἐνταῦθα τήν τε ἐπιφάνειαν κατὰ τὴν τοῦ στερεοῦ ἀφαίρεσιν ἐνοήσαμεν, καὶ τὴν γραμμὴν κατὰ τὴν τοῦ ἐπιπέδου. Καὶ ἔτι ἀφαιροῦντες καὶ ἀναλύοντες, ἐπὶ τὸ σημεῖον κατηντήσαμεν, χωρίσαντες αὐτοῦ καὶ τὸ μῆκος, ὅ ἔτι ἦν ὑπολειπόμενον, ἵνα εἰς τὸ πάντη ἁπλοῦν καὶ ἀμέγεθες ἔλθωμεν.

Θεολογίαν μὲν οὖν διὰ τὴν κίνησιν, τὸ

Et pour prouver que les mathématiques sont du genre des sciences spéculatives, il cite en témoignage Aristote, qui a divisé le genre spéculatif en trois parties, physique, mathématique et théologique. Divisions qu'il approuve, parce qu'il y a en effet trois choses qui constituent les êtres ; et il paraît entendre par le mot *être* tous les corps naturels qui sont composés de matière, de forme et de mouvement, trois choses qui ne peuvent pas être séparées de manière à pouvoir subsister chacune à part des autres. Mais on conçoit que chacune en particulier a sa nature propre. Car le mouvement n'est pas de la même nature que la matière, ni l'une et l'autre de la même nature que la forme. Après avoir ainsi posé ces trois principes de toutes choses, il fait consister le genre théologique dans le mouvement, et il le prouve par le premier mouvement de l'univers, en disant que ce premier mouvement s'exécute d'orient en occident, car c'est par ce premier mouvement que le monde est emporté; et la recherche de la cause de ce mouvement fera trouver que cette cause est Dieu invariable et invisible de sa nature. Si quelqu'un, dit Ptolemée, examine simplement, c'est-à-dire, abstraction faite des corps dans lesquels le mouvement entre comme partie essentielle, il veut par cette simplification et cette distinction rendre la chose plus palpable, comme dans les objets des mathématiques, où nous concevons la surface, sans égard au solide, et la ligne, sans penser au plan ; et enfin en réduisant toujours de plus en plus, nous parvenons au point considéré séparément de la longueur qui restait à la ligne, pour arriver à l'élément le plus simple, et dénué de toute grandeur.

Il fait donc du mouvement l'essence des

choses divines, et de la matière celle des choses physiques. Car le sujet de la physique étant la qualité toujours mobile et variable, comme la blancheur, la chaleur, la douceur, la mollesse, ne conserve pas toujours les mêmes propriétés, et la raison en est dans la matière. Car la permanence dans un même état repose plutôt dans la forme, c'est pourquoi la cause de la variabilité est dans la substance. Or, dit Ptolemée, la science mathématique est de ce genre, puisqu'elle en a la nature avec le transport d'un lieu en un autre. Mais la forme termine la surface, et la figure en détermine l'espèce, comme celle du triangle ou du quadrilatère. Considérée sous le rapport de la grandeur, c'est la géométrie; sous celui de la quantité, c'est l'arithmétique; on peut aussi la considérer quant au lieu et au temps, considération qui est du ressort de l'astronomie, comme quand celle-ci cherche en quel lieu du ciel est un astre, et en combien de temps il fait sa révolution.

La science mathématique tient comme le milieu entre la physique et la théologie. Car il y a des choses qui ont besoin de l'usage des sens pour être entendues, telles sont les choses physiques; et d'autres qui n'ont besoin que de l'intelligence, savoir les objets de la théologie. Or, les mathématiques se comprennent, et par le secours des sens, et sans le secours des sens, en ce qu'elles embrassent tous les êtres, tant ceux qui sont périssables, que ceux qui sont éternels; tous les êtres étant limités, et sous de certaines figures, ce qui s'entend des corps physiques, nous en avons conclu que toutes choses ont matière, forme, et mouvement. Si donc tout existe sous de certaines limites et sous de certaines figures, il s'ensuit que la science des mathématiques embrasse toutes

δὲ φυσικὸν εἶδος διὰ τὴν ὕλην ὑπέρχει. Ἐπεὶ γὰρ τὸ φυσικὸν περὶ τὴν ἀεὶ κινουμένην καὶ μεταβάλλουσαν ποιότητα, οἷον τὸ λευκὸν, τὸ θερμὸν, τὸ γλυκὺ, τὸ ἁπαλὸν, εὔδηλον ὅτι οὐ μένει ἐπὶ τῶν αὐτῶν ποιοτήτων. Τὸ δὲ μὴ μένειν, παρὰ τὴν ὕλην ἂν εἴη. Στάσεως γὰρ μᾶλλον καὶ μονῆς τὸ εἶδος αἴτιον ἀλλ' οὐ ῥύσεως· διὸ τῆς φυσικῆς ἡ ὕλη αἰτία. Ἡ δὲ μαθηματικὴ διὰ τὸ εἶδος ὑπέρχει. Περὶ γὰρ τοῦτο, φησὶν, αὕτη καὶ τὴν τούτου ποιότητα ἔχει, ἔτι τε τὰς μεταβατικὰς κινήσεις. Εἶδος δ' ἂν λέγοι τὸ πέρας, καὶ τὴν ἐπιφάνειαν, ποιότητα δὲ εἴδους τὸ σχῆμα, οἷον τὸ τρίγωνον καὶ τετράγωνον. Σκοπεῖσθαι δ' αὐτὴν καὶ περὶ πηλικότητα δηλονότι, ὡς τὴν μετρικὴν, καὶ περὶ ποσότητα, ὡς τὴν ἀριθμητικὴν, ἀλλὰ καὶ περὶ τόπου καὶ χρόνου, ὡς τὴν ἀστρονομικὴν, ὅτι καὶ ποῦ ὁ ἀστὴρ καὶ ἐν πόσῳ χρόνῳ ἀποκαθίσταται, καταλαμβάνει.

Καὶ δεῖ εἶναι ταύτην τὴν μαθηματικὴν ὥσπερ ἐν μέσῳ τῆς τε φυσικῆς καὶ τῆς θεολογικῆς. Τούτων γὰρ τὸ μὲν αἰσθήσεως χρήζειν πρὸς τὸ κατανοηθῆναι, ὡς τὸ φυσικὸν, τὸ δὲ νοῦ, ὡς τὸ θεολογικὸν, τὴν δὲ δύνασθαι καὶ δι' αἰσθήσεως καὶ ἄνευ ταύτης νοεῖσθαι. Ἔτι καὶ τῷ ταύτην πᾶσι τοῖς οὖσι συμβεβηκέναι, καὶ θνητοῖς καὶ ἀθανάτοις. Πάντα γὰρ τὰ ὄντα, καὶ πέρατα καὶ σχήματα ἔχει, ὡς ἂν περὶ σωμάτων φυσικῶν λέγων, ὅθεν καὶ πρότερον οὕτως ἐξεδεξάμεθα, τὸ πάντα τὰ ὄντα ὕλην ἔχειν καὶ εἶδος καὶ κίνησιν. Εἰ οὖν πάντα ἐν πέρασι καὶ σχήμασι, περὶ δὲ ταῦτα ἡ μαθηματικὴ, περὶ πάντα ἂν εἶναι. Τοῖς μὲν ῥᾳδίως ἀεὶ μεταβάλλουσι, ταῦτα δέ ἐστι τὰ

φυσικὰ, κατὰ τὸ εὐχώριστον φησὶ, καὶ αὕτη εἶδος μεταβάλλει. Τοῦτο δ' ἂν εἴη ὅτι ταῦτα τὰ φυσικὰ, καὶ ἀεὶ μετά τινος ἐπιφανείας ἔστι καὶ εἴδους, καὶ ἀεὶ ἐν κινήσει τοῦτο τὸ εἶδος ἔχει. Τοῖς δ' αἰθερώδεσιν ἐνυπάρχειν τὴν μαθηματικὴν, τῷ καὶ ταῦτα εἶδος ἔχειν, εἶδος δὲ ἀκίνητον. Προετιμήσαμεν οὖν φησὶ τὴν μαθηματικὴν, τῶν ἄλλων, ὅτι τὸ μὲν φυσικὸν ἀκατάληπτον ὂν ἑωρῶμεν, διὰ τὸ ῥευστὸν τῆς ὕλης, τὸ δὲ θεολογικὸν ὁμοίως ἀκατάληπτον, διὰ τὸ παντελῶς ἀφανὲς αὐτοῦ, τὸ δὲ πρόεισι διὰ ἀναμφισβητήτων ἀποδείξεων τῶν τε ἀριθμητικῶν καὶ γεωμετρικῶν. Πάσης μὲν τῆς μαθηματικῆς ἐπιμεληθῆναι, μάλιστα δὲ ἀστρονομίας, διὰ τὸ ταύτην μόνην περὶ τὰ ἀεὶ καὶ ὡσαύτως ἔχοντα ἀναστρέφεσθαι. Ἄλλως τε καὶ ὅτι δυνατὴ εἰς τὰ ἕτερα μέρη τῆς φιλοσοφίας ὠφελῆσαι. Εἰς μὲν τὸ θεολογικὸν, τῷ καὶ αὐτὴν περὶ τὰ θεῖα ἔχειν. Ἐγγυτέρω γὰρ τὰ θεῖα εἰ καὶ σώματα τῶν ἀσωμάτων θεῶν, ἤπερ τὰ μὴ θεῖα. Ἔτι δὲ καὶ ὅτι εὔτακτός ἐστιν αὐτῶν ἡ φορά. Τάξις δὲ θεῶν οἰκεῖον. Εἰς δὲ τὸ φυσικὸν συμμεταβάλλεσθαι τὴν ἀστρονομίαν, ὅτι καὶ τοῖς φυσικοῖς σώμασιν ἀπὸ τῆς μεταβατικῆς κινήσεως τὰ ἰδιώματα, τῷ τὸ μὲν ἄφθαρτον ἐγκυκλίως κινεῖσθαι, τὸ δὲ φθαρτὸν, ἐπ' εὐθείας. Ἔτι δὲ καὶ τοῦ φθαρτοῦ τὸ μὲν βαρὺ, ἐπὶ τὸ μέσον φέρεσθαι, τὸ δὲ κοῦφον τὸ ἀπὸ τοῦ μέσου. Εἰπὼν δὲ βαρὺ καὶ κοῦφον, μετέλαβεν εἰς ποιητικὸν, καὶ παθητικὸν, ἀντὶ τοῦ εἴτις μὴ βαρὺ θέλει λέγειν, ἀλλὰ παθητικὸν, ἢ μὴ κοῦφον, ἀλλὰ ποιητικὸν. Καὶ μὴν καὶ πρὸς τὸ πρακτικὸν φησι τὴν ἀστρονομίαν εἶναι χρήσιμον. Συνεθίζουσαν γὰρ τοῖς θείοις σώμασι, καὶ ταῖς

choses, puisque les limites et les figures de celles-ci sont toujours variables. Or, ces choses sont les choses naturelles, c'est pourquoi, dit-il, elles se dissolvent aisément, et changent de forme. Ce qui se fait parce qu'elles ont toujours une surface et une forme, et que cette forme tend perpétuellement à s'altérer. Mais la science mathématique embrasse les corps célestes, parce que leur forme est invariable. Nous avons donc préféré, dit Ptolemée, cette science aux autres, parce que le genre physique ne nous paraissait pas pouvoir être bien conçu à cause de l'instabilité de la matière, ni le genre théologique à cause de son obscurité absolue. Or, on procède en mathématique par démonstrations certaines d'arithmétique et de géométrie. C'est pourquoi il s'est appliqué à toutes les parties des mathématiques; mais principalement à l'astronomie, parce que cette science est la seule qui s'occupe d'objets constants, et toujours semblables à eux-mêmes, et surtout aussi parce qu'elle peut aider dans l'étude des autres genres de science; de la théologie, d'abord, qui a pour objet les choses divines, attendu que les corps célestes ont plus d'affinité avec les dieux immortels, que les corps physiques, et que leurs mouvemens se font avec un certain ordre; or, l'ordre est de l'essence divine; et dans l'étude de la physique également, parce que l'astronomie suit dans les corps célestes leurs commutations comme dans les corps physiques, par l'effet du mouvement local; ce qui est incorruptible se mouvant circulairement, et ce qui est corruptible allant en droite ligne; dans ce qui est corruptible, ce qui est pesant se portant vers le centre, et ce qui est léger s'éloignant du centre : Ptolemée donne à ces expressions de pesant et léger un sens actif et passif;

comme si quelqu'un, au lieu de dire *pesant*, disoit passif; et au lieu de *léger*, actif; enfin il dit que l'astronomie est encore utile pour la pratique de la morale. Car en accoutumant l'esprit à observer dans les corps célestes, leur bel ordre et leur symétrie, elle fait naître dans l'ame l'amour du beau, de l'honnête et du juste. Voilà, à ce qu'il me semble, ce que veut dire l'avant-propos de Ptolemée.

Après cela il expose le plan de son traité, et il dit qu'il s'efforcera d'augmenter les connaissances astronomiques, en se constituant avec raison, juge de ce qui a été dit par les anciens, dans l'intention de faire servir à l'instruction ce qu'ils ont imaginé de meilleur, et d'y ajouter les choses nécessaires à savoir pour le complément de la science; mais qu'ils ont omises ou ignorées. Car il est du devoir des hommes éclairés, dans l'exécution des ouvrages qu'ils entreprennent, de ne pas rejetter ce que d'autres ont inventé d'utile, et de suppléer ce qui y manque, et c'est ce qu'il paroît que Ptolemée a fait dans son ouvrage, car il supprime plusieurs choses dans leurs discours, comme superflues, et il en corrige d'autres comme peu exactes, sans blâmer personne, mais avec l'honnêteté et la modération qui le font, sinon toujours croire, au moins toujours approuver. Enfin, parce qu'il sait que la connoissance des mouvemens célestes ne se perfectionne qu'avec le temps, il veut que son ouvrage doive sa perfection future à un aussi long espace de temps que l'est celui qui s'est écoulé depuis les anciens astronomes jusqu'à nous.

τούτων εὐταξίαις τε καὶ συμμετρίαν διδάσκουσαν, εἰς ἔρωτα ἄγειν τοῦ καλοῦ, καὶ τάξιν ἐκποιεῖν τῇ ψυχῇ. Τοιούτων τοῦ Πτολεμαίου, κατὰ τὴν ἡμετέραν γνώμην, τὸ τοῦ παντὸς προοιμίου βούλημα.

Εἶτα ἑξῆς ἐρεῖ καὶ ὃν τρόπον βούλεται ἐπεξιέναι τῇ πραγματείᾳ, καὶ φησὶν αὔξειν πειρᾶσθαι τὴν ἀστρονομικὴν θεωρίαν, ὀρθὸς κριτὴς γινόμενος περὶ τὰ ἐκκεισόμενα τῶν παλαιῶν. Ἐθέλειν γὰρ τὰ μὲν καλῶς ἐκπεπονημένα αὐτοῖς καὶ ὀρθὴν πεποιημένα τὴν σκέψιν προθύμως προσίεσθαι, τὸν τοῦ μανθάνοντος ἀσπαζόμενος τρόπον. Ὅσα δὲ τούτοις παραλέλειπται καὶ ἀναγκαῖαν ἔχει τὴν ἐπιζήτησιν εἰς συμπλήρωσιν τῆς θεωρίας, ταῦτα προστιθέναι μετ' ἀκριβοῦς τῆς ἐπισκέψεως. Ἀνδρῶν γὰρ ἀστείων ἔργον ταῖς προειληφείαις πραγματείαις ἑπομένων, τὰ μὲν ὀρθῶς εὑρημένα προσίεσθαι καὶ μὴ παραρᾷν, τὰ ἐλλείποντα προστιθέναι, ὅπερ ἐν ἁπάσῃ τῇ συντάξει τῆς δε τῆς θεωρίας αὐτὸς ποιῶν φαίνεται. Τὰ μὲν γὰρ ἀφαιρεῖ τῶν λόγων ὡς παρέλκοντα, τὰ δὲ διορθοῦται ὡς ἂν οὐκ ὀρθῶς εἰρημένα, ἐπιτιμῶν μὲν οὐδενὶ δημώδη ἐπιτίμησιν, αὐτοῖς δὲ τοῖς πράγμασι πρᾴως ἔχων, κἀκεῖθεν τὸν ἔλεγχον λαμβάνων, ἢ τὴν πίστιν. Εἶτα ἐπεὶ οἶδε τὸν μακρῷ πολλαπλασίονα χρόνον ἀκριβεστέρας ἔτι ποιούμενον τὰς τῶν κινήσεων καταλήψεις, φησὶ, τοσαύτην προσθήκην τῇ πραγματείᾳ σπουδάζειν συνεισενεγκεῖν, ὅσην ὁ ἀπὸ τῶν παλαιοτέρων ἀστρονόμων χρόνος μέχρι τοῦ καθ' ἡμᾶς δύναιτ' ἂν περιποιῆσαι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α'.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΤΑΞΕΩΣ ΤΩΝ ΘΕΩΡΗΜΑΤΩΝ.

Βουλεται ἐν τούτῳ τῷ κεφαλαίῳ τὴν ἀπαρίθμησιν ποιήσασθαι τῶν ὀφειλόντων καθόλου καὶ κατὰ μέρος ἀρχοειδῶς προληφθῆναι εἰς τὴν τῆς ἀστρονομικῆς συντάξεως θεωρίαν, καὶ δηλῶσαι ὅτι ἀκόλουθον ποιεῖται τὴν τάξιν τῆς τε τούτων διδασκαλίας, καὶ ἔτι τῆς τῶν ἀστέρων κινήσεως τῇ πρὸς τὰ φαινόμενα συμφωνίᾳ, ἐπεὶ καὶ αὐτὴ ἡ ὕλη τῆς προκειμένης θεωρίας. Καὶ φησὶ προηγεῖσθαι τῶν κατὰ μέρος τῆς τοιαύτης συντάξεως, τὸ τὴν καθόλου σχέσιν ἰδεῖν ὅλης τῆς γῆς πρὸς ὅλον τὸν οὐρανόν. Τί δὲ ἐστὶ καθόλου τοιαύτη σχέσις, λέγει, τὸ τὴν γῆν τοῦ μέσον ἐπέχειν τόπον, ὅτι τε σφαιροειδής ἐστιν ὁ οὐρανὸς, καὶ φέρεται σφαιροειδῶς. Καὶ ὅτι ἡ γῆ τῷ μὲν σχήματι καὶ αὐτὴ σφαιροειδὴς ἐστὶ πρὸς αἴσθησιν, ὡς καθ' ὅλα μέρη λαμβανομένη, τουτέστιν ἤτοι σύμπασα, ἢ κατὰ μεγάλα μέρη· οἷον καθ' ἕκαστον κλίμα μετά τε τῶν ὀρῶν καὶ τῶν ἐν αὐτῇ κοιλωμάτων, ὡς τούτων ἐλαχίστων ὄντων πρὸς τὸ ὅλον τῆς γῆς μέγεθος, ἢ καὶ τὰ εἰρημένα μέρη, ἔτι τε καὶ μετὰ θαλαττῶν καὶ ποταμῶν. Δείκνυσι μὲν γὰρ ἐν τοῖς ἑξῆς, ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς θαλάττης καὶ παντὸς ὕδατος ἠρεμοῦντος σφαιροειδὴς ὑπάρχει. Τῇ δὲ θέσει μέση τοῦ παντὸς οὐρανοῦ κεῖται κέντρῳ παραπλησίως, σημείου λόγον ἐπέχουσα, ὡς πρὸς τὸ μέχρι τῆς τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων σφαίρας ἀπόστημα. Οὐ γὰρ ὅτι ἀμεγέθης ἐστὶ καθάπερ σημεῖον, ἀλλ' ὅτι ὡς πρὸς τὸ οὐράνιον μέγεθος, οὐκ ἀξιόλογον ἔχουσα φαίνεται αὕτη τὸ μέγεθος.

CHAPITRE I.

DE L'ORDRE DES THÉORÊMES.

Dans ce chapitre, Ptolemée veut faire l'énumération des connoissances préliminaires tant générales que particulières, qu'il faut apporter à l'étude de la syntaxe astronomique, et démontrer que l'ordre qu'il établit dans leur enseignement, ainsi que celui du mouvement des astres, s'accorde avec les apparences célestes, qui sont le sujet même de la théorie ; et il dit que la première chose à examiner particulièrement, c'est le rapport général de la terre avec le ciel; il dit en quoi ce rapport consiste, c'est en ce que la terre est au milieu du ciel, que le ciel est sphérique et se meut sphériquement, que la terre est sensiblement ronde, à la prendre dans son ensemble, c'est-à-dire, si on la considère dans son ensemble ou selon ses grandes parties, comme selon les climats, et avec ses montagnes et ses vallées, qui sont très-petites comparativement à la terre entière, ou à quelque grande partie, avec les mers et les fleuves. Il fait voir ensuite que la surface de la mer, et de toute étendue d'eau, est sphérique, et que la terre est au centre du ciel, comme un point relativement à la distance de la sphère des étoiles fixes, non qu'elle soit sans grandeur, mais c'est que comparée à la grandeur du ciel, elle paroît n'en avoir aucune, et enfin qu'elle est sans mouvement au centre du monde. Voilà ce qu'il faut d'abord savoir en général, et ce que les observations

les plus simples apprennent. Il cherche, pour le premier objet qui doit venir ensuite, de combien le cercle oblique, qui passe par les animaux du zodiaque, et que le soleil ne quitte jamais, est incliné sur le cercle équinoxial, et il trouve cette inclinaison par l'arc qu'ils interceptent sur le grand cercle qui passe par leurs pôles. En effet, comme il l'enseigne dans le second livre, c'est par le moyen de cette inclinaison, que l'on détermine les durées des jours et des nuits, différentes suivant les différens degrés d'obliquité de la sphère. Il parle ensuite des parties habitées de la terre, c'est-à-dire de la partie que nous connoissons comme habitée, vers les ourses et vers le midi, et il dit quelle est sa grandeur en longitude et en latitude; car il ne veut point parler de ce qui est inconnu, ni de la quantité dont s'étendent vers le midi les parties habitées d'après leurs plus longs et leurs plus courts jours, en conséquence des inclinaisons de leurs horizons respectifs, suivant ce qu'on sait de leurs situations boréales ou australes. Car il est clair que tout s'y passe de même, comme Théodose l'a démontré dans son traité des habitations de la terre, savoir: que les astres fixes qui sont entre l'équateur et le plus grand des cercles toujours visibles, paroissent plus long-temps aux habitans des parties boréales de la terre, au-dessus de leur horizon, qu'à ceux des parties australes. Mais les astres austraux

Καὶ ὅτι οὐδὲ κίνησιν τινὰ ποιῆται, ἀλλ' ἔστηκε μέση τοῦ παντὸς, ἀκίνητος τυγχάνουσα. Καὶ ταῦτα δηλώσας εἶναι τὰ καθόλου ἀρχοειδῶς ὡς ἐκ ψιλῆς ὑπομιμνήσεως καὶ ἁπλουστέρων παρατηρήσεων ὀφειλοντα προληφθῆναι, ἐξῆς καὶ περὶ τῶν κατὰ μέρος τὴν διάληψιν ποιεῖται, καὶ φησὶν, ὅτι ἀκόλουθον ἐστὶ καὶ ἐπὶ τούτων προλαβεῖν ἡμᾶς περὶ τῆς θέσεως τοῦ λοξοῦ πρὸς τὸν ἰσημερινὸν καὶ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλου, καθ' οὗ ὁ ἥλιος ἀεὶ φέρεται, τουτέστι πηλίκη τις οὖσα ἡ πρὸς τὸν ἰσημερινὸν ἔγκλισις αὐτοῦ καταλαμβάνεται, ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων αὐτοῦ γραφομένου μεγίστου κύκλου. Καὶ γὰρ ἐκ τῆς τοιαύτης ἐγκλίσεως, οἱ χρόνοι τῶν ἡμερῶν καὶ νυκτῶν καθ' ἑκάστην ἔγκλισιν τῆς σφαίρας, διάφοροι καταλαμβάνονται, ὡς ἐν τῷ δ' βιβλίῳ δείκνυσιν. Ἔτι τε καὶ περὶ τῶν τόπων τῆς καθ' ἡμᾶς οἰκουμένης, τουτέστι ποῖον μέρος ἐστὶ τῆς γῆς τὸ οἰκούμενον, καὶ εἰς γνῶσιν ἡμῖν ἐληλυθὸς, πότερον τὸ πρὸς ἄρκτους ἢ πρὸς μεσημβρίαν. Καὶ τίς πάλιν ἡ τούτου πηλικότης κατά τε μῆκος καὶ πλάτος. Οὐ δὲ γὰρ περὶ τῶν ἀγνώστων πρόκειται αὐτῷ διαλαβεῖν, καὶ πηλίκαι τῶν κατὰ τὰς οἰκήσεις μεγίστων ἢ ἐλαχίστων ἡμερων παρὰ τὰς ἰσημερινὰς αἱ ὑπεροχαὶ, παρὰ τὰς ἐγκλίσεις τῶν ὁριζόντων γινόμεναι, ἐκ τῶν βορειοτέρων καὶ νοτιωτέρων αὐτῶν θέσεων. Δῆλον γὰρ ὡς ἐκ τούτων αἱ τοιαῦται γίνονται διαφοραὶ, καθάπερ ὁ Θεοδόσιος ἐν τῷ περὶ οἰκήσεων δείκνυσιν, ὅτι τὰ ἀπλανῆ ἄστρα ὅσα ἐστὶ μεταξὺ τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ μεγίστου τῶν ἀεὶ φανερῶν, πλείονα χρόνον ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα φαίνεται, τοῖς πρὸς ἄρκτον οἰκοῦσι, ἢ τοῖς πρὸς μεσημβρίαν. Ὅσα δὲ ἐστὶ μεταξὺ ταῦ

τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ μείζονος τῶν ἀφανῶν, πλείονα χρόνον ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα φαίνεται τοῖς πρὸς μεσημβρίαν οἰκοῦσιν, ἢ τοῖς πρὸς ἄρκτους. Διὸ συμβαίνει τοῦ μὲν ἡλίου ἐπὶ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ τυγχάνοντος, μείζονας γίνεσθαι τὰς ἡμέρας ἐπὶ τῶν βορειοτέρων οἰκήσεων, ἐλάσσονα δὲ τὰ ἐπὶ τῶν νοτιωτέρων. Τοῦ δὲ ἡλίου ἐπὶ τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ τυγχάνοντος, ἀνάπαλιν, μείζους μὲν γίνεσθαι τὰς ἐλαχίστας τῶν ἡμερῶν ἐπὶ τῶν νοτιωτέρων οἰκήσεων, ἐλάσσους δὲ ἐπὶ τῶν βορειοτέρων. Γίνονται δὲ καὶ περὶ τὰς ἀνατολικωτέρας καὶ δυτικωτέρας τῶν ὁριζόντων θέσεις διαφοραὶ, τῷ κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον πλεῖον εἶναι τὸ πλῆθος τῶν ὡρῶν ἐπὶ τῶν ἀνατολικωτέρων οἰκήσεων, ἔλαττον δὲ ἐπὶ τῶν δυτικωτέρων. Ἔτι δὲ καὶ περί τε τὰς ἀναφορὰς καὶ τοὺς ὡριαίους χρόνους, καὶ περὶ ἄλλα πλείονα γίνονται διαφοραὶ περὶ τὰς θέσεις τῶν ὁριζόντων, ὡς ἐν τοῖς ἑξῆς φανερὸν ποιεῖται.

qui sont entre l'équateur et le plus grand des cercles invisibles, paroissent plus longtemps aux habitans des terres australes, au-dessus de leurs horizons, qu'aux habitans des terres boréales. De là vient que le soleil étant dans le tropique d'été, les jours sont plus longs pour les pays septentrionaux, et plus courts pour les méridionaux; et réciproquement, plus longs pour les méridionaux, et plus courts pour les septentrionaux, quand le soleil est dans le tropique d'hiver. Il y a aussi des différences pour les points plus orientaux ou plus occidentaux des horizons, car dans un même instant les pays plus orientaux comptent plus d'heures que les pays plus occidentaux. Enfin, les différences dans les élévations des astres au-dessus des horizons, dans les saisons de l'année, et dans bien d'autres circonstances sont autant de conséquences des différences des horizons, comme on le verra dans la suite.

Εἶτα βουλόμενος τὸ χρήσιμον τῆς τούτων προδιαλήψεως διδάξαι, φησὶ, προλαμβανομένη γὰρ ἡ τούτων θεωρία, τὴν τῶν λοιπῶν ἐπίσκεψιν εὐοδοτέραν παρέχει. Ἐξῆς δὲ πάλιν τούτων τὴν περὶ τῶν ἀστέρων ἐπίσκεψιν μέλλων ποιεῖσθαι, ἀναγκαῖον εὑρίσκει προεκθέσθαι, περὶ τῆς ἡλιακῆς καὶ σεληνιακῆς κινήσεως καὶ τῶν ταύταις ἐπισυμβαινόντων. Ταῦτα δὲ ἐστὶ τὰ περὶ τοὺς ἀποκαταστατικοὺς χρόνους αὐτῶν καὶ τὰς ἀνωμαλίας καὶ μήκους ἐποχὰς, ὁμαλάς τε καὶ ἀκριβεῖς, ἔτι τε καὶ πλάτους, καὶ ἀποστημάτων καὶ μεγεθῶν, καὶ παραλλάξεων, καὶ συνόδων, καὶ πανσελήνων, καὶ ἐκλείψεων, καὶ προσνεύσεων, καὶ ὅσα ἄλλα ἐν τῷ γ΄ καὶ δ΄ καὶ ε΄ βιβλίῳ καὶ ἔκτῳ διαλαμβάνει.

Puis voulant montrer l'utilité de la connoissance préalable de ces principes, Ptolemée dit qu'elle facilitera l'intelligence de tout le reste. Et avant que d'en faire l'application aux astres, il juge nécessaire de traiter du mouvement du soleil et de celui de la lune, ainsi que de leurs conséquences qui sont les durées de leurs périodes, et les lieux vrais et moyens de longitude et d'anomalie de chacun à part; et de plus, leurs déclinaisons, leurs distances, leurs grandeurs, leurs parallaxes, leurs conjonctions, les pleines lunes, les éclipses, les in-

clinaisons de l'ombre, et tout ce dont il traite dans le troisième, le quatrième, le cinquième et le sixième livres. Car sans cette connoissance préliminaire, dit-il, on ne peut rien savoir de clair, de complet, ni de certain concernant les étoiles et les planètes. Et comme la dernière fin de ce qu'il met en avant sur le soleil et la lune, est d'arriver à la théorie des planètes, il s'arrête aux étoiles, et cela avec raison, dit-il, parce que descendant du général au particulier, il commence par la terre et le ciel. Et parlant d'abord du ciel, et par suite, de la position du zodiaque et de la partie de la terre que nous habitons, il entre ensuite dans les détails de la terre, c'est-à-dire des différences causées dans les divers horizons, par leurs inclinaisons. Après avoir déclaré que ce sont là les principes dont il faut être instruit pour entendre plus facilement ce qui suit dans l'étude de l'astronomie, il expose les particularités du soleil et de la lune, et des autres astres tant fixes qu'errans. Nous verrons par chacune de ces choses traitée en son lieu, qu'en suivant le plan qu'il s'est proposé, Ptolemée a suivi l'ordre des phénomènes. Car comme il déduit les mouvemens des étoiles et des planètes, de ce qu'il a exposé de la lune et du soleil, c'est pour cela qu'il a commencé par ces deux astres, et d'abord par

Χωρὶς γάρ φησι τῆς τούτων προδιαλήψεως, οὐδὲ τὰ περὶ τοὺς ἀστέρας, λέγω δὴ ἀπλανεῖς τε καὶ πλανωμένους, οἷον τ' ἂν γένοιτο διεξοδικῶς τουτέστιν ἐντελέστερον καὶ σαφέστερον καταληφθῆναι. Τελευταίου δὲ ὄντος τῶν περὶ τοῦ ἡλίου καὶ τὴν σελήνην ἀποδεικνυμένων καὶ περὶ τῶν ἀστέρων ὡς ἔφαμεν θεωρίαν ποιήσασθαι, προτάττει δὴ καὶ ἐνταῦθα, τῆς περὶ τῶν πλανωμένων διαλήψεως, τὴν περὶ τῶν ἀπλανῶν ἐπίσκεψιν, ἐξῆς δὲ ταύτης, τὴν περὶ τῶν πλανωμένων. Ὅτι δὲ ἀκολούθῳ τάξει ἡ τοιαύτη ἀπαρίθμησις αὐτῷ γεγένηται, δῆλον ἡμῖν οὕτως ἔσται, πρότερον μὲν γὰρ ἀπὸ τῶν καθολικωτέρων τὴν ἀρχὴν πεποίηται, οὐρανοῦ καὶ γῆς, καὶ πρῶτον ἀπὸ οὐρανοῦ, εἶτα ἑξῆς περὶ τῆς θέσεως τῶν τούτων μερῶν, λέγω δὴ τοῦ τε ζωδιακοῦ καὶ τῆς καθ' ἡμᾶς οἰκουμένης· εἶτα πάλιν τῶν μερικωτέρων τῆς γῆς τόπων, τουτέστι τῶν καθ' ἕκαστον ὁρίζοντα περὶ τὰς ἐγκλίσεις γινομένων διαφορῶν. Καὶ ταῦτα δηλώσας εἶναι τὰ ὀφείλοντα προληφθῆναι, πρὸς εὐμεταχείριστον ἐπίσκεψιν τῶν λοιπῶν τῆς ἀστρονομικῆς θεωρίας, ἑξῆς καὶ τῶν ἐπιμερικωτέρων τὴν ἀπαρίθμησιν πεποίηται, ἡλίου καὶ σελήνης, καὶ τῶν λοιπῶν ἀστέρων ἀπλανῶν τε καὶ πλανωμένων. Ὅτι δὲ καὶ τὴν τούτων τάξιν ἀκολούθως πεποίηται τῇ πρὸς τὰ φαινόμενα συμφωνίᾳ, φανερὸν ἡμῖν γενήσεται ἐν τοῖς οἰκείοις τόποις, ἐκ τῶν περὶ τὰς καταλήψεις αὐτῶν δεικνυμένων. Τὰ μὲν γὰρ περὶ τὰς κινήσεις τῶν ἀπλανῶν τε καὶ πλανωμένων ἐκ τοῦ περὶ τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην καταλαμβάνεται· διὸ προλαμβάνει τὴν περὶ τούτων πραγματείαν. Ἔπειτα αὐτῶν τούτων προλαμβάνει τὴν περὶ τοῦ ἡλίου. Ἐκ γὰρ τῶν

τούτων καταλήψεων, τὰ περὶ τὴν σελήνην καταλαμβάνεται. Ἔτι δὲ προτάττει τὴν περὶ τῶν ἀπλανῶν πραγματείαν τῆς περὶ τῶν πλανωμένων, ἐπειδήπερ πολλάκις ἡ τοῦ ἀπλανοῦς ἐποχὴ χρήσιμος αὐτῷ πρὸς τὴν κατάληψιν τοῦ πλάνητος γίνεται, ὡς ἐν τῷ Θ΄ βιβλίῳ φανερὸν ποιεῖται, ὅθεν προσέθηκε καὶ τῷ εἰκότως προτάττεσθαι τὰ περὶ τῆς τῶν ἀπλανῶν σφαίρας τῆς περὶ τῶν πλανωμένων πραγματείας· διὸ καὶ τελευταίαν τὴν τούτων δείξιν πεποίηται. Ἐκάλεσε δὲ πλανώμενα τοὺς ε΄ μόνους τούτους ἀστέρας, λέγω δὲ τόν τε τοῦ Κρόνου καὶ τὸν τοῦ Ζηνὸς καὶ Ἄρεως καὶ Ἀφροδίτης καὶ Ἑρμοῦ· διὰ τὸ μόνους τούτους ὁρᾶσθαι, πῆ μὲν ἑστῶτας πρὸς αἴσθησιν, πῆ δὲ ἐπὶ τὰ ἑπόμενα, πῆ δὲ ἐπὶ τὰ προηγούμενα, τουτέστιν ἐπὶ τὰ ἔμπροσθεν καὶ ὄπισθεν, καὶ ἔτι ἐπὶ τὰ πλάγια, ὡς ἐπὶ τῶν κατὰ πλάτος ἀποστάσεων τὰς παρόδους ποιουμένους, καὶ ἐοικέναι τοῖς κατὰ τὰς τριόδους πλανωμένοις. Τοὺς δὲ λοιποὺς ἀστέρας πάντας ἐκάλεσεν ἀπλανεῖς, διὰ τὸ τά τε διαστήματα καὶ τοὺς σχηματισμοὺς αὐτοὺς φυλάττοντας πρὸς ἀλλήλους, ἐοικέναι τοῖς μὴ ἀπ' ἀλλήλων πλανωμένοις. Ἥλιον δὲ καὶ σελήνην οὔτε ἀπλανεῖς καλεῖ, διὰ τὸ μὴ φυλάττειν αὐτοὺς μήτε τὰ πρὸς ἀλλήλους διαστήματα, μήτε τὰ πρὸς τοὺς ἀστέρας, μήτε μὴν δηλαδὴ τοὺς σχηματισμούς. Οὔτε δὲ πλανωμένους, διὰ τὸ μήτε στηρίζοντας αὐτοὺς φαίνεσθαι, μήτε ὑποστρέφοντας. Ἕκαστα δὲ τὰ προειρημένα, ἀποδείκνυσιν ἀρχαῖς μὲν καὶ ὥσπερ ὕλῃ τῆς ἀστρονομικῆς θεωρίας προσχρώμενος, τοῖς διὰ τῶν ὀργάνων παρατηρήσεως καταλαμβανομένοις περὶ τὰς κινήσεις συμβεβηκόσιν. Ἔτι δὲ καὶ ταῖς παρὰ τῶν παλαιῶν ἀνα-

le soleil, car le soleil lui servira pour la lune. Ensuite il traite des planètes après les étoiles, parce que le lieu d'une étoile lui sert à connoître celui d'une planète, comme on le voit au neuvième livre. C'est pourquoi il dit qu'il exposera ce qui concerne la sphère des étoiles, avant que de rapporter ce qui concerne la sphère des planètes, raison pour laquelle il n'a parlé de celles-ci qu'en dernier lieu. Il appelle ces cinq astres, planètes ou astres errans, ce sont Saturne, Jupiter, Mars, Vénus et Mercure, parce qu'ils sont les seuls qui paroissent tantôt sensiblement stationnaires, tantôt allant suivant l'ordre des signes, et tantôt contre; c'est-à-dire, tantôt directs et tantôt rétrogrades, enfin tantôt allant de côté dans leurs écarts en latitude, en quoi ils ressemblent aux gens qui se trompent de route dans un carrefour. Il appelle fixes tous les autres astres qui gardent toujours les mêmes configurations entr'eux, et les mêmes distances, samblables en cela à ceux qui ne s'écartent jamais les uns des autres. Quant au soleil et à la lune, il ne les appelle point fixes, parce qu'ils ne gardent ni les mêmes distances, ni les mêmes configurations, l'un par rapport à l'autre, et par rapport aux étoiles; et il ne les appelle pas non plus errans, parce qu'on ne les voit jamais stationnaires ni rétrogrades. Ptolemée démontre toutes ces choses par des principes dont il se sert comme étant les élémens de la science astronomique, par le secours des instrumens qui ont aidé

suivre les astres dans leurs mouvemens, et par d'excellentes observations que les anciens, et surtout Hipparque, ont décrites, après les avoir faites à l'aide de leurs instrumens, dont il explique la construction, la position et l'usage, dans l'endroit qui convient à chacune de ces choses, et par ces moyens il pose ses hypothèses sur ce qui a été trouvé avant lui, et il en déduit les conséquences par des méthodes démontrées géométriquement.

Ensuite, après avoir dit plus haut qu'il faut commencer par voir quelle est la relation générale de la terre entière avec le ciel; il l'expose ici, comme nous l'avons annoncé, en disant : Il convient d'abord de savoir avant tout que le ciel est sphérique, et se meut sphériquement, que la terre est sensiblement de figure ronde dans l'ensemble de ses parties prises, comme nous l'avons déjà dit, avec ses mers et ses montagnes, parce que l'élévation de celles-ci au-dessus de la surface n'est rien en comparaison de la grandeur de la terre ou de ses parties. En effet, comme un grain de sable ou quelque très-petit enfoncement sur une boule de quelque matière qu'elle soit, d'un pied de diamètre, n'est rien par rapport à cette grosseur, et ne l'empêche pas d'être ronde, de même les montagnes et les cavités de la surface terrestre n'altèrent point sa figure sphérique, au moins sensiblement. Car cela sera démontré dans le chapitre où ce point sera traité par la comparaison de la plus grande montagne à la grandeur de toute la terre. Pto-

γεγραμμέναις ἀκριβέσι τηρήσεσι, καὶ μάλισ-α ταῖς ὑπὸ τοῦ Ἱππάρχου, καὶ αὐταῖς πάλιν δι' ὀργάνου καταληφθείσαις, ὧν τὰς κατασκευὰς καὶ τὰς θέσεις ἔτι τε καὶ τὰς χρήσεις ἐν τοῖς ἑξῆς κατὰ τοὺς οἰκείους τόπους ἐκτίθεται. Καὶ τὰς ταῖς διὰ τούτων εὑρισκομέναις καταλήψεσι συμφώνους ὑποθέσεις ἐφαρμόζων, τὰς ἐφεξῆς τῶν καταλήψεων ποιεῖται, διὰ τῶν ἐν ταῖς γραμμικαῖς δείξεσιν ἐφόδων.

Εἶτα ἐπεὶ ἐπάνω ἔλεγε τῆς προκειμένης συντάξεως προηγεῖσθαι τὸ τὴν καθόλου σχέσιν ἰδεῖν ὅλης τῆς γῆς πρὸς ὅλον τὸν οὐρανόν, νῦν ὡς ἔφαμεν ἐρεῖ τίς ἐ-ιν ἡ εἰρημένη αὐτῷ καθόλου σχέσις, καὶ φησὶ· τὸ μὲν οὖν καθόλου τοιοῦτον ἂν εἴη προλαβεῖν, ὅτι τε σφαιροειδής ἐ-ιν ὁ οὐρανὸς, καὶ φέρεται σφαιροειδῶς, καὶ ὅτι ἡ γῆ τῷ μὲν σχήματι καὶ αὐτὴ σφαιροειδὴς ἐ-ὶ πρὸς αἴσθησιν ὡς καθ' ὅλα μέρη λαμβανομένη, καθάπερ ἐπάνω ἐδηλοῦμεν, μετά τε τῶν θαλαττῶν καὶ τῶν ὀρῶν· ὡς καὶ τούτων ἐλαχίσ-ας ποιούντων ἐπαναβ-άσεις πρὸς τὸ ὅλον τῆς γῆς μέγεθος, ἢ καὶ τὰ εἰρημένα μέρη, καθάπερ γὰρ ἐὰν ἐν σφαίρᾳ ἐξ ὕλης τινὸς κατασκευασθείσῃ, ποδιαίαν ἐχούσῃ διάμετρον ψάμμιον προσπαγῇ, ἢ ἐλάχισ-όν τι τοιοῦτον κοίλωμα ἐν αὐτῇ γένηται, οὐκ ἤδη καὶ τὸ σφαιροειδὲς σχῆμα ὡς πρὸς τὴν αἴσθησιν ἠλλοίωσεν, οὕτω καὶ ἐπὶ τῆς γῆς, ὡς πρὸς τὴν σύγκρισιν τοῦ μεγέθους αὐτῆς, τά τε ὄρη καὶ τὰ ἐν αὐτῇ κοιλώματα ἐλάχισ-α τυγχάνοντα, ἀναλλοίωτον αὐτῆς, ὡς πρὸς τὴν αἴσθησιν, τὸ σφαιροειδὲς σχῆμα συντηροῦσι. Καὶ ἐπ' αὐτῶν δὲ τῶν μεγεθῶν τῆς γῆς καὶ τοῦ μεγίσ-ου ὄρους τὴν ἐξέτασιν ποιούμενοι, τὸ αὐτὸ τοῦτο ἀποδείξομεν ἑξῆς, ἐν τῷ περὶ

τούτου κεφαλαίῳ· διὸ καὶ σφαιροειδῆ αὐτὴν ὑποτίθεται, ἐκ τῶν περὶ αὐτὴν φαινομένων ἐναργῶν τοιαύτης αὐτῆς καταλαμβανομένης. Ετι δὲ καὶ τῇ θέσει μέσην τοῦ παντὸς οὐρανοῦ, καὶ τῷ μεγέθει σημείου λόγον ἔχουσαν, οὐχ' ὡς ἀμεγέθους αὐτῆς ὑπαρχούσης, ἀλλ' ὡς πρὸς τὴν σύγκρισιν ὡς ἔφαμεν τοῦ ὑπερμεγέθους ἀπ' αὐτῆς ἀποστήματος, ἐπὶ τὴν τῶν οὐρανίων σφαίραν, καθὼς καὶ Εὐκλείδης ἐν τοῖς ὀπτικοῖς φησιν, ὅτι ἕκαστον τῶν ὁρωμένων, ἔχει τι διάστημα, οὗ γενόμενον, οὐκέτ' ὀφθήσεται. Ἐὰν οὖν ἐπινοήσωμεν ἀπὸ τηλικούτου ἀποστήματος ὁρᾶν τινα τὸ τῆς γῆς μέγεθος, διὰ τὴν ὑπερβολὴν τοῦ ἀποστήματος, ἐλαχιστον θεωρηθήσεται, ἢ καὶ φεύξεται τὴν αἴσθησιν· διὸ καὶ εἴρηκεν ὡς πρὸς τὸ ἀπόστημα, ἔτι δὲ καὶ τοῦτον ἂν εἴη των ὡς ἐν ἀρχῆς λόγῳ ὀφειλόντων προληφθῆναι, τὸ ἀκίνητον αὐτὴν μένειν καθ' ὃν εἰρήκαμεν τόπον, μὴ δ' ἥν τινα οὖν κίνησιν ποιουμένην. Καὶ ἐπεὶ ὡς ἀρχὰς τὰ τοιαύτα παραλαμβάνει, τῶν δὲ ἀρχων οὐκ ἐστὶν ἀποδειξεις ποιήσασθαι, φησὶ, περὶ τούτων δὲ ἑκάστου τῆς ὑπομνήσεως βραχέως διελευσόμεθα, τῆς ὑπομνήσεως εἰπὼν, καὶ οὐχὶ τῆς ἀποδείξεως· διὸ καὶ ἐπακτικῷ καὶ οὐκ ἀποδεικτικῷ κέχρηται λόγῳ. Διαλαμβάνει δὲ περὶ τούτων, ἀπὸ κοινῶν ἐννοιῶν, καὶ ψιλῶν τινων παρατηρήσεων, οὐχὶ ὡς ἀποδείξεις ὡς ἔφαμεν των ἀρχῶν ποιούμενος, ἀλλ' ὑπομιμνήσκων, ὅτι αὗται αἱ λαμβανόμεναι αὐτῶν ἀρχαὶ, οὐχὶ τυγχανόντως καὶ ἀνοικείως λαμβάνονται, ἀλλ' ὡς ὅτι μάλιστα ἁρμοζόντως τῇ πρὸς τὰ φαινόμενα συμφωνία. Ὁ αὐτὸς γὰρ τρόπος ἁρμόττει τοῖς περὶ ἀρχῶν λόγοις.

lemée suppose donc la terre sphérique d'après toutes les apparences qui confirment cette supposition. En outre, il dit que la terre occupe le milieu du ciel, où elle est comme un point, proportionnellement à la grandeur de l'espace, non pas qu'elle n'ait aucune grandeur, mais comparativement à la distance presqu'infinie de la sphère céleste, comme Euclide a démontré dans son optique, que les objets que l'on voit, ont tous une certaine distance, à laquelle si on les y transportoit on ne les appercevroit plus. Si donc nous concevons que nous voyons à une aussi grande distance, quelque corps aussi gros que la terre, nous le verrons extrêmement petit, à cause de l'éloignement immense où nous serons de lui; ou même il échappera à nos yeux, et nous ne le verrons point du tout. Voilà pourquoi Ptolemée a dit, relativement à la distance : Enfin, ce qu'il faut préalablement savoir comme principe, c'est que la terre est immobile dans le lieu que nous avons dit qu'elle occupe : Et comme il pose cela en principe, et que les principes ne se démontrent pas, il dit : Nous n'en ferons qu'une légère mention, et non une démonstration; c'est pourquoi il ne fait que l'exposer sans le démontrer, n'en parlant que d'après les notions communes, et d'après de certaines observations, non par voie de démonstration, comme nous l'avons dit, mais de supposition, parce que les principes dont on se sert ne se prennent pas au hasard, et sans aucun rapport aux objets en question, mais on choisit ceux qui ont le plus de convenance et de conformité avec les apparences, et c'est ce qui a lieu pour tout ce qui concerne les principes.

CHAPITRE II.

LE CIEL TOURNE SPHÉRIQUEMENT.

Après avoir exposé les articles, tant généraux que particuliers, de la composition mathématique, qui doivent être les premiers énoncés, et après avoir déclaré qu'il faut savoir avant tout que le ciel est sphérique, et tourne à la manière d'une sphère, Ptolemée, pour éclaircir ces deux assertions, commence par le mouvement sphérique du ciel, laissant de côté la preuve de sa sphéricité : attendu que ce mouvement fait assez voir que le ciel est sphérique ; c'est donc ce mouvement qui est le sujet de ce chapitre. Ptolemée enseigne d'abord comment les anciens ont eu connoissance de ce mouvement de l'univers; c'est, dit-il, qu'ils voyoient le soleil, la lune et les autres astres, tant fixes qu'errans, décrire des cercles parallèles. Ils en avoient acquis la certitude par l'observation continuelle des corps célestes, et surtout des astres toujours visibles, qui décrivent des cercles par leur mouvement, comme il le dit ensuite. Ainsi c'est la vue constante du mouvement des étoiles toujours visibles, qui a conduit les anciens à la connoissance de cette sphéricité. Le soleil et la lune leur paroissent, ainsi que les cinq planètes, parcourir des cercles parallèles, par le premier mouvement, qui est celui de l'univers, d'orient en occident, sans aucune différence sensible, dans les

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄.

ΟΤΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΩΣ Ο ΟΥΡΑΝΟΣ ΦΕΡΕΤΑΙ.

Ποιησαμενος τὴν ἀπαρίθμησιν τῶν τε καθόλου καὶ κατὰ μέρος τῆς ἀστρονομικῆς συντάξεως ὀφειλόντων προληφθῆναι, καὶ δηλώσας ὅτι πρὸ πάντων χρὴ προλαβεῖν τοῦτο, τὸ συναμφότερον, ὅτι τε σφαιροειδὴς ἐστὶν ὁ οὐρανὸς, καὶ ὅτι σφαιροειδῶς φέρεται, ἐνταῦθα καθ' ὃν εἰρήκαμεν τρόπον τὴν περὶ τούτων ὑπόμνησιν μέλλων ποιήσασθαι, ἐπέσκεψε τὸ προτεθὲν κεφάλαιον, ὅτι σφαιροειδῶς ὁ οὐρανὸς φέρεται, παραλιπὼν ὅτι καὶ σφαιροειδής ἐστιν. Ἔοικε δὲ ἐπεὶ ἀπὸ τῆς τοῦ παντὸς σφαιροειδοῦς φορᾶς τὴν ὑπόμνησιν ποιεῖται, τοῦ σφαιροειδῆ αὐτὸν εἶναι, ἀπὸ ταύτης καὶ τὴν ἀπογραφὴν τοῦ κεφαλαίου πεποιῆσθαι. Ἐρεῖ οὖν πρότερον πόθεν εἰς ἔννοιαν ἦλθον οἱ παλαιοὶ τῆς τοιαύτης τοῦ παντὸς φορᾶς. Καὶ φησὶν ὅτι, ἑώρων γὰρ τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην καὶ τοὺς ἄλλους ἀστέρας τούς τε ἀπλανεῖς καὶ πλανωμένους κατὰ παραλλήλων κύκλων φερομένους. Τὸ μὲν οὖν κατὰ κύκλων φερομένους, ὡς ἤδη ἔννοιαν αὐτῶν εἰληφότων ἀπό τοῦ συνεχοῦς ἐπὶ τὰ οὐράνια κατανοήσεως, καὶ μάλιστα ἀπὸ τῶν ἀεὶ φανερῶν ἄστρων, ὅτι σφαιροειδῶς φέρονται· καθὼς καὶ ἐπάγων ἑξῆς φησι, μάλιστα δ' αὐτοὺς ἦγεν ἐπὶ σφαιρικὴν ἔννοιαν, ἡ τῶν ἀεὶ φανερῶν ἄστρων περιστροφὴ, κυκλοτερὴς θεωρουμένη, καὶ τὰ ἑξῆς. Τὸ δὲ καὶ κατὰ παραλλήλων κύκλων, ἐπὶ μὲν ἡλίου καὶ σελήνης καὶ τῶν ε΄ πλανωμένων, ὅτι ἐκ τῆς τοῦ παντὸς ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς πρώτης φορᾶς φερόμενοι, οὕτως αὐτοῖς ἐφαίνοντο, ὡς πρὸς αἴσθησιν ἐπὶ τῆς κατὰ μίαν ἑκάστην

ἡμέραν θεωρίας ἀνεπαισθήτου γινομένης ἐν τοσούτῳ τῆς διαφορᾶς τῶν παραλλήλων; πρὸς τὰς ἕλικας τὰς κατὰ τὸ ἀληθὲς ὑπ' αὐτῶν γραφομένας, ἔκ τε τῆς αὐτῶν κινήσεως, καὶ ἐκ τῆς τοῦ παντὸς γινομένης αὐτῶν περιφορᾶς. Τῆς γὰρ τῶν ὅλων πρώτης φορᾶς ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς εἰς τὰ προηγούμενα γινομένης, τῆς δὲ τῶν ἀστέρων κινήσεως ἀπὸ δυσμῶν ἐπὶ ἀνατολὰς καὶ εἰς τὰ ἑπόμενα θεωρουμένης, καὶ ταύτης μηδὲ κατὰ παραλλήλων τινῶν τοῖς πόλοις τῆς σφαίρας ἐν τῇ περιφορᾷ γραφομένων, ἀλλὰ κατὰ λοξῶν, τούτοις συμβήσεται ἕλικας αὐτοὺς γράφειν, ἐκ τῆς συναμφοτέρων ὑπεναντίας κινήσεως.

Νενοήσθω γὰρ ἡ σφαίρα, καὶ ἐν αὐτῇ μεσημβρινὸς μὲν ὁ ΑΒΓΔ, πόλοι δὲ αὐτῆς τὰ ΒΔ σημεῖα. Καὶ ἕως μέγιστος τῶν παραλλήλων τῶν τοῖς πόλοις τῆς σφαίρας ἐν τῇ περιφορᾷ γραφομένων, ὁ ΑΕΓ κύκλος, λοξὸς δὲ ἕως πρὸς τοῦτον ὁ ΖΕΘΗ. Ἐὰν δὴ νοήσωμεν τινὰ τῶν πλανωμένων ἀστέρων κατὰ τὸ Θ, τῆς τῶν ὅλων περιφορᾶς περὶ τοὺς ΒΔ πόλους ὁμαλῶς ἀποτελουμένης, εἰ μὲν ὁ ἀστὴρ ἐπί τοῦ Θ μένει, δηλονότι γράψει κύκλον παράλληλον τῷ ΑΕΓ. Ἐπεὶ δὲ ἐν ᾧ ἡ τῆς σφαίρας στροφὴ ἀποτελεῖται, καὶ ὁ κατὰ τὸ Θ ἀστὴρ κινεῖται, καὶ γίνεται λόγου ἕνεκεν κατὰ τὸ Κ, γράψει ἄρα γραμμὴν ἐκ τῆς περιφορᾶς ὡς τὴν ΘΛΚ, καὶ πάλιν ἕως ἑτέρα περιφορὰ γένηται, κινηθεὶς καὶ γενόμενος ὡς κατὰ τὸ Ν, γράψει καὶ ἑτέραν γραμμὴν, ὡς τὴν ΚΜΝ, ἥτις ἔσται ἡ καλουμένη ἕλιξ. Ἐπὶ δὲ τῶν ἀπλανῶν, ἀληθέστερον ἂν εἴη μᾶλλον τὸ λεγόμενον, ὡς ὅτι ἑώρων αὐτοὺς κατὰ παραλλήλων κύκλων φερομένους, διὰ τὸ τὴν τούτων ἰδίαν κίνη-

observations faites sur chacun de ces astres. Mais ce sont vraiment des hélices décrites par les astres en vertu de leur mouvement combiné avec celui de l'univers. Car le premier mouvement, qui est celui du monde, s'exécutant d'orient en occident, vers les points antécédens, en même temps que l'on voit les astres aller d'occident en orient vers les points conséquens, il s'ensuit qu'ils ne tracent pas des cercles dont tous les points soient à égales distances des pôles de la sphère; mais que leurs routes obliques par la combinaison de ces deux mouvemens contraires l'un à à l'autre, sont des hélices (ou spirales.)

Concevons (fig. 1) une sphère dont le méridien soit A B G D; les pôles B, D; le plus grand des cercles parallèles décrits par la révolution de la sphère sur ses pôles A E G; et le cercle Z E T H oblique sur ce parallèle. Imaginons une planète en T. Si dans le mouvement uniforme de la révolution de la sphère sur ses pôles, la planète demeure en T, il est évident qu'elle décrira un cercle parallèle à AEG. Mais comme pendant que la sphère fait sa révolution, l'astre qui est en T se meut en sens contraire, et arrive, par exemple, en K, il décriroit donc par la révolution de la sphère, une ligne telle que T L K, et par l'effet de son mouvement simultané une ligne telle que K M N qui sera celle qu'on appelle hélice. Pour les fixes, il seroit plus vrai de dire que les anciens les voyoient parcourir des cercles parallèles, parce que leur mouvement propre étant très-lent, est insensible, puisqu'il n'est que d'environ

un degré en cent ans, en s'exécutant dans des cercles inclinés à l'équateur, vers les points conséquens, et en commençant d'en bas, comme si elles partoient de la terre, pour s'élever peu à peu. Quant aux intervalles du ciel à la terre, il a appelé bas le lieu qui est du côté de l'orient, non pour sa distance au ciel, mais relativemnent à nous. Car chacun appelant haut ce qui est au-dessus de sa tête, et bas ce qui est sous ses pieds, tout ce qui est de niveau avec les pieds, c'est-à-dire, dans l'horizon oriental est bas aussi. C'est pourquoi il a ajouté qu'ils s'élèvent peu à peu, attendu qu'ils montent par degrés depuis l'horizon, comme vers le haut milieu du ciel qui paroît à chacun au-dessus de sa tête, et qu'ensuite ils en repartent vers l'occident, en descendant de même par degrés jusqu'en bas, au niveau des pieds, jusqu'à ce qu'ils disparoissent aux yeux de ceux qui les observent. Après qu'ils ont demeuré quelque temps invisibles, ils reparoissent comme s'ils recommençoient leur élévation subséquente au-dessus de la terre. Il a dit qu'ils reparoissent ou qu'ils se lèvent comme d'un autre point de départ, parce que leur disparition interrompt l'apparente continuité de leur révolution. En observant les temps de leur apparition et de leur disparition, ainsi que les lieux d'où elles se levoient, et ceux où elles se couchoient, où ils remarquèrent un grand ordre et une grande régularité : car les temps mesurés par des vases à eau (clépsydres), se trouvoient, par le calcul, être les mêmes en chaque jour, le passage de chacune des fixes au-dessus de la terre, et son passage

σιν βραχεῖαν καὶ ἀνεπαίσθητον εἶναι παντελῶς. Δείκνυται γὰρ ἐν τοῖς ρ̄ ἔτεσι μίαν μοῖραν ἔγγιστα εἰς τὰ ἑπόμενα κινούμενοι κατὰ λοξῶν ὁμοίως κύκλων πρὸς τὸν ἰσημερινὸν. Καὶ ἀρχομένους μὲν ἀναφέρεσθαι κάτωθεν ἀπὸ τοῦ ταπεινοῦ καὶ ὥσπερ ἐξ αὐτῆς τῆς γῆς, μετεωριζομένους δὲ κατὰ μικρὸν εἰς ὕψος. Καίτοι ὄντων τῶν ἀπὸ τῆς γῆς ἐπὶ τὸν οὐρανὸν διαστημάτων, ταπεινὸν ἐκάλεσε τὸν πρὸς τῇ ἀνατολῇ τόπον, ταπεινὸν οὐχὶ πρὸς τὸ ἀπόστημα, ἀλλ' ὡς πρὸς ἡμᾶς. Ἐπεὶ καὶ τὸ μὲν πρὸς τῇ κεφαλῇ αὐτοῦ ἕκαστος ἄνω καλεῖ, τὸ δὲ πρὸς τοὺς πόδας κάτω. Καὶ ἔστι τὸ πρὸς τοὺς πόδας τὸ πρὸς τῷ ὁρίζοντι ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ ἀνατολή. Ὅθεν καὶ τὸ μετεωριζομένους κατὰ μικρὸν εἰς ὕψος προσέθηκεν, ἐπεὶ καὶ τάξει οὕτω φέρονται ἀπὸ τοῦ ὁρίζοντος, ὡς ἐπὶ τὸ μεσούρανοῦν, ὃ δοκεῖ ἑκάστῳ ὡς πρὸς τῇ κεφαλῇ καὶ ἄνω τυγχάνειν. Εἶτα πάλιν ἀναλόγως ἀπὸ τούτου πρὸς τὴν δύσιν, καὶ ὥσπερ εἰς τὸ κάτω καὶ πρὸς τοὺς πόδας, ἕως οὗ καὶ ταῖς ὄψεσι τῶν τηρούντων ἀφανεῖς γένονται. Ετι δὲ καὶ τινὰ χρόνον μείναντες αὐτοῖς ἀφανεῖς ὥσπερ ἀρχὴν πάλιν ἑτέραν ἐλάμβανον τοῦ ἀνατέλλειν καὶ ὑπὲρ γῆν ἀκολούθως φαίνεσθαι. Ἔφησε δὲ ὥσπερ ἐξ ἄλλης ἀρχῆς αὐτοὺς φαίνεσθαι, ἤτοι ἀνατέλλειν, διὰ τὸ τὸν ἀφανισμὸν αὐτῶν διακόπτειν τὴν φαινομένην τῆς φορᾶς αὐτῶν συνέχειαν. Τοὺς δὲ χρόνους τούτους καθ' οὓς φανεροὶ ἐγίνοντο καὶ ἀφανεῖς, καὶ ἔτι τοὺς τόπους ἀφ' ὧν ἀνέτελλόν τε καὶ ἔδυνον τεταγμένως, καὶ ὁμοίως τὰς ἀνταποδόσεις λαμβάνοντας. Τοὺς μὲν οὖν χρόνους ὑδρίοις καταμετροῦντες, τοὺς αὐτοὺς καθ' ἑκάστην ἐξ ἐπιλογισμῶν κατελάμβανον, τῆς τε ὑπὲρ γῆν φορᾶς, καὶ τοῦ αὐταῦ τῆς ὑπὸ γῆν

ἐπὶ τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων τῆς συναμφότερον ὑπὲρ γῆν φορᾶς τξ χρόνων συναγομένης. Καὶ τοὺς τόπους δὲ τοὺς ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος ἀνατολικοὺς καὶ δυτικοὺς, καὶ ἔτι τοὺς ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, τοὺς αὐτοὺς πάλιν μένοντας πρὸς αἴσθησιν κατελαμβάνοντο. Οὐκέτι δὲ καὶ ἐπὶ ἡλίου καὶ σελήνης καὶ τῶν πέμπτων πλανωμένων οἱ αὐτοὶ χρόνοι καὶ τόποι κατελαμβάνοντο, ἀλλὰ τάξει τινὶ κατὰ τὴν ἀνταπόδοσιν ἀμειβόμενοι.

Μάλιστα δὲ αὐτοὺς ἦγεν εἰς σφαιρικὴν ἔννοιαν ἡ τῶν ἀεὶ φανερῶν ἄστρων περιστροφὴ, κυκλοτερὴς θεωρουμένη, καὶ περὶ κέντρον ἓν καὶ τὸ αὐτὸ περιπολουμένη. Ἑώρων γὰρ ἀστέρας τινὰς περὶ τὸν βόρειον πόλον μήτε ἀνατέλλοντας μήτε δύνοντας, ἀλλὰ πάντοτε ὑπὲρ γῆς φαινομένους, καὶ ἐκ τῆς περιφορᾶς κύκλους γράφοντας, ἐξ ὧν μάλιστα ἐνενόουν σφαιρικὴν εἶναι τὴν κίνησιν, τῷ τοὺς μὲν αὐτῶν ἐλάττονας κύκλους γράφειν, τοὺς δὲ μείζονας. Καὶ φαίνεσθαι τὸν μείζονα κύκλον γράφοντα ἐκ τῆς περιφορᾶς, ὥσπερ ἐφαπτόμενον τῆς τοῦ ὁρίζοντος περιφερείας. Καὶ ἐμπεριλαμβάνοντα τῷ ὑπ' αὐτοῦ γραφομένῳ κύκλῳ πάντα τὰ ἀεὶ φανερὰ ἄστρα. Τοῦ δὲ ὑπό τινος ἀστέρος γραφομένου ἐλαχίστου κύκλου, ὥσπερ μέσον τι σημεῖον ἀκίνητον. Τοῦτο δὲ ἐγίνετο ὥσπερ κέντρον τῶν ἐκ τῆς περιφορᾶς τῶν ἀεὶ φανερῶν ἀστέρων γραφομένων κύκλων. Κέντρον δὲ εἶπε καὶ οὐχὶ πόλον, ὥσπερ κοινῇ καὶ σαφεστέρᾳ ἐννοίᾳ καταχρόμενος. Ἀναγκαῖον οὖν ἦν ἡγεῖσθαι τοῦτο τὸ σημεῖον κατὰ τοῦ πόλου τῆς σφαίρας, ἀκόλουθον γὰρ ἦν λοιπὸν καὶ λέγειν σφαῖραν. Τῶν μὲν μᾶλλον αὐτῷ πλησιαζόντων, κατὰ μικροτέρων κύκλων φερομένων, τῶν δὲ ἀπωτέρω πρὸς τὴν τῆς διαστάσεως ἀναλογίαν

au-dessous, faisant ensemble la somme de 360 temps; les lieux, tant ceux des levers à l'horizon oriental, que ceux des couchers à l'horizon occidental, et ceux de leurs passages au méridien, se trouvoient aussi demeurer sensiblement les mêmes. Au contraire on n'observoit pas cette constance de temps et de lieux dans le soleil, la lune et les cinq planètes, mais bien qu'ils varioient suivant des périodes régulières.

Ce qui surtout leur suggéra l'idée de la sphéricité, ce fut la révolution des étoiles toujours visibles, qu'ils voyoient aller circulairement autour d'un centre toujours le même. Car ils voyoient vers le pôle boréal des étoiles qui jamais ne se levoient, ni ne se couchoient; mais qui paroissoient toujours au-dessus de la terre, et qui décrivoient par leur révolution des cercles qui, plus que tout autre chose, firent concevoir que le mouvement général étoit sphérique, en ce que, de ces cercles, les uns étoient plus grands et les autres plus petits, et que le plus grand décrit par cette révolution paroissoit comme toucher la circonférence de l'horizon, et embrasser toutes les étoiles toujours visibles, et que le point immobile, presqu'au milieu du plus petit cercle décrit par quelqu'une de ces étoiles, devenoit comme le centre des cercles décrits par la révolution des étoiles toujours visibles. Il s'est servi du mot centre, et non du mot pôle, préférant une expression commune et plus claire; et comme on ne pouvoit faire autrement que d'estimer ce point au pôle de la sphère, il s'ensuit qu'il devoit aussi employer l'expression de sphère, les étoiles qui sont les plus proches de ce point, tournant dans des cercles plus petits, et celles qui en sont plus éloignées décrivant des cercles plus

grands, à proportion de leur éloignement, et formant par là une figure sphérique jusqu'au point où commencent les étoiles qui disparoissent par suite de leur distance. La conséquence étoit qu'au-delà du plus grand des cercles visibles, les cercles parallèles étaient coupés par l'horizon, et que les étoiles qui décrivent ces parallèles se levoient et se couchoient. Ils voyoient que parmi celles-ci, la plus proche du plus grand cercle des étoiles toujours visibles, se levant et se couchant, demeuroit moins de temps invisible que celles qui étoient plus éloignées, et ainsi des autres; ensorte que les portions de ces cercles parallèles, inférieures à l'horizon, et les plus proches du plus grand cercle des étoiles toujours visibles, étoient plus grandes que semblables aux portions inférieures des cercles plus éloignés : propriété de la figure sphérique; Théodose l'a démontré dans son second livre des sphériques, savoir : que quand un grand cercle de la sphère, comme l'horizon, coupe des cercles parallèles de cette sphère, sans passer par ses pôles, dans les diverses inclinaisons de la sphère oblique, alors de tous les arcs coupés dans les parallèles à l'équateur, les plus proches du pôle visible seront toujours plus grands que semblables à ceux des plus éloignés. D'après ces principes on a jugé que la figure de l'univers étoit sphérique. Et en observant toujours avec plus de soin et de continuité, on trouva que toutes les autres circonstances apparentes du mouvement des astres prouvoient la figure sphérique, et détruisoient l'opinion contraire.

μείζονας κύκλους ἐν τῇ περιγραφῇ ποιούντων, καὶ διὰ τοῦτο σφαιρικὸν σχῆμα ἐκτυπούντων, ἕως ἂν καὶ ἡ ἀπόστασις καὶ μέχρι των ἀφανιζομένων φθάσῃ. Λοιπὸν γὰρ οἱ ἀπώτεροι τοῦ μεγίστου τῶν φανερῶν παράλληλοι κύκλοι, ἐτέμνοντο ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος, καὶ οἱ τούτους γράφοντες ἀστέρες, ἀνέτελλόν τε καὶ ἔδυνον. Καὶ τούτων ὁ μὲν πλησιέστερον τοῦ μεγίστου τῶν ἀεὶ φανερῶν ἀνατέλλων τε καὶ δύνων, ἐλάττονα χρόνον αὐτοῖς ἐποιει ἀφανὴς γινόμενος τοῦ ἀπωτέρου, καὶ οἱ ἑξῆς ἀναλόγως, ὡς καὶ τὰ ὑπὸ γῆν τμήματα τῶν παραλλήλων κύκλων, τὰ ἔγγιον τοῦ μεγίστου τῶν αἰεὶ φανερῶν τῶν ἀπώτερον συνάγεσθαι μείζονα ἢ ὅμοια τυγχάνειν, ὅπερ τῷ σφαιρικῷ σχήματι δέδεικται ἁρμόττον, καθὰ καὶ Θεοδόσιος ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν σφαιρικῶν ἀπέδειξεν· ὅτι ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος παραλλήλους τινὰς κύκλους τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ διὰ τῶν πόλων τέμνῃ, ὥσπερ ὁ ὁρίζων ἐπὶ τῶν ἐγκλίσεων τοὺς παραλλήλους τῷ ἰσημερινῷ, τῶν ἀπολαμβανομένων περιφερειῶν, μείζονες ἢ ὅμοιαι ἔσονται ἀεὶ αἱ ἔγγιον τοῦ φανεροῦ πόλου τῶν ἀπώτερον. Ὡς τὴν μὲν ἀρχὴν τοῦ σφαιρικὸν εἶναι τὸ σχῆμα τοῦ παντὸς, ἐκ τῶν τοιούτων ἐννοιῶν αὐτοὺς λαβεῖν. Ἔτι δὲ καὶ ἐκ τῆς συνεχεστέρας παρατηρήσεως περὶ τὴν θεωρίαν, καὶ τὰ λοιπὰ πάντα περὶ τὰς κινήσεις τῶν ἀστέρων φαινόμενα, σύμφωνα κατελαμβάνοντο τῷ σφαιρικῷ σχήματι, μαχόμενα δὲ τοῖς ἕτερον περὶ τοῦτο δοξάζουσι.

Supposons, dit Ptolemée, le mouvement des astres en ligne droite... Ce mouvement dans une direction à l'infini est de l'imagination d'Épicure, et manifestement

Φέρει γὰρ εἴ τις ὑπόθοιτο τὴν τῶν ἀστέρων φορὰν ἐπ' εὐθείας γινομένην ἐπ' ἄπειρον φέρεσθαι καθάπερ τισὶν ἔδοξεν. Αὕτη ἡ δόξα ἐπικούρειος μὲν ἐστιν, ἐναργῶς δὲ μαχομένη

τοῖς φαινομένοις. Ἀπορήσειε γὰρ ἄν τις ἐπιζητῶν, ὃν τρόπον ἐπ' εὐθείας καὶ ἐπ' ἄπειρον ἀπιόντα ἄστρα ἠδύνατο ὑποστρέφειν, καὶ ὥσπερ ἀπ' ἄλλης ἀρχῆς ὡς ἔφαμεν καθ' ἑκάστην περιφερόμενα θεωρεῖσθαι. Πῶς γὰρ ἀνακάμπτειν ἠδύνατο τὰ ἄστρα ἐπ' ἄπειρον ὁρώμενα. Ἢ γὰρ τὴν ἄπειρον οὐδόλως διεξήρχοντο, εἴπερ ἀνέκαμπτον, ἢ φαίνεσθαι ἡμῖν αὐτὰ ἦν ἀκόλουθον ἀνακάμπτοντα. Ἔτι δὲ καὶ κατ' Εὐκλείδην ἐν τοῖς ὀπτικοῖς, ἕκαστον τῶν ὁρωμένων, ἔχει τὶ μέγεθος διαστήματος, οὗ γενομένου, οὐκέτι ὀφθήσεται. Καὶ πάλιν τῶν ἴσων μεγεθῶν καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντων, τὰ ἐκ πλείονος διαστήματος ὁρώμενα, ἐλαττονα φαίνεται, ὡς συμβαίνειν ἐπ' εὐθειας τῶν ἀστέρων ἀπιόντων, τά τε μεγέθη αὐτῶν καὶ τὰ διαστήματα τὰ πρὸς ἄλληλα μείζονα ὄντα, ἐλάττονα φαίνεσθαι, καὶ ἐκ τῆς συνεχοῦς ἐπιπλείον ἀποστάσεως κατὰ μικρὸν τῶν μεγεθῶν ἐλαττουμένων, ἀφανῆ ἡμῖν αὐτὰ καθίστασθαι, ἐκ τῆς οἰκείας ἑκάστου ἀποστάσεως, ᾧπερ τοὐναντίον ὁρῶμεν συμπίπτειν ἐκ των φαινομένων. Ὅθεν γὰρ δοκοῦσι κατ' αὐτοὺς ἐκ τῆς πλείονος ἀποστάσεως ἀφανῆ γίνεσθαι, ἐκεῖθεν μᾶλλον μείζονα τὰ μεγέθη αὐτων ὁρῶμεν, καὶ ἀνοικείως τῇ ἐπ' εὐθείας φορᾷ ἀφανιζόμενα. Τὰ γὰρ ἐπ' εὐθείας ἀπιόντα μεγέθη, κατὰ μικρὸν ὡς ἔφαμεν ὁρῶμεν μειούμενα ταῖς ὄψεσι, μέχρις ἂν καὶ τέλεον ἀφανισθῶσι, καὶ οὐχὶ κατὰ μέρος ἐν βραχεῖ χρόνῳ ἀποτεμνόμενά τε καὶ ἀγανιζόμενα, ἅπερ ὁρῶμεν ἐν τοῖς ἀφανισμοῖς ἢ καταδύσεσι τῶν ἀστέρων, ὡς ἂν ἐκ τῆς ἐπιπροσθήσεως τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς κατὰ μέρος αὐτὰ ἀφανῆ γίνεσθαι. Ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ ἀνάπαλιν

contraire aux apparences. Car comment pourrait-on expliquer le retour des astres qui s'éloigneraient toujours en parcourant une ligne droite sans fin, et leur réapparition comme recommençant, après avoir circulé chaque fois, comme nous l'avons dit? Comment ces astres pourroient-ils revenir, s'ils couroient à l'infini? Car, ou ils ne vont pas à l'infini, s'ils reviennent; ou ils doivent nous paroître revenir, s'ils parcourent des cercles. Or, selon Euclide, dans ses livres sur l'optique, il est pour chaque objet que l'on voit, une certaine étendue de distance, où on ne l'apperçoit plus. Et encore parmi les grandeurs égales posées sur une même ligne droite, celles qu'on voit de plus loin paroissent moindres, de sorte que si les astres alloient en ligne droite, leurs grandeurs et leurs distances quoique devenues plus étendues les unes à l'égard des autres, paroissent moindres, et ces grandeurs diminuant toujours de plus en plus à mesure que leur éloignement augmenteroit, elles nous deviendroient enfin tout-a-fait invisibles, dans une distance propre à produire cet effet pour nous sur chacune d'elles. Mais les phénomènes célestes nous montrent tout le contraire dans les astres. Car lorsque selon eux (les Epicuriens), nous les voyons a une distance plus grande qui devroit les faire disparoître, c'est alors que nous les voyons plus grands, ce qui est contraire au mouvement continu en ligne droite. Car nous voyons les grandeurs qui s'éloignent en ligne droite diminuer peu à peu, comme nous l'avons dit, jusqu'à ce qu'enfin elles disparoissent, non par parties coupées l'une après l'autre, dans des instants qui se suivent rapidement, comme nous le voyons dans les disparitions et les couchers des

astres qui ne deviennent invisibles par parties, qu'à cause de l'interposition de la surface terrestre qui avance sur eux successivement. Mais quoi de plus absurde que de dire que la terre les allume, et ensuite les éteint? Ineptie complète de la part d'Héraclite, qui ne peut s'accorder avec l'ordre immuable des étoiles, tant dans leurs grandeurs et dans leurs quantités, c'est-à-dire dans le nombre des plus apparentes qui forment les figures des constellations, que dans les distances et les configurations qu'elles forment entr'elles, dans les lieux où elles se lèvent, passent au méridien, et se couchent, et dans les temps où elles passent au-dessus de la terre et au-dessous, et dans les durées des temps qu'elles observent les unes à l'égard des autres, avant que de se lever, ou à leurs passages par le méridien, ou avant que de se coucher. Quand nous voudrions admettre que tout cela se fait par un effet du hasard, quand nous conviendrions que les parties orientales de la terre sont d'une nature propre à enflammer, et que les occidentales ont la vertu d'éteindre, il s'ensuivroit, vu la connoissance que nous avons des antipodes, qu'un même lieu de la terre seroit tout à la fois propre à enflammer et à éteindre. Car celles de ses parties qui sont orientales pour nous, sont occidentales pour eux, et celles qui sont occidentales pour eux, sont orientales pour nous, d'où il résulteroit que les étoiles s'allumeroient ou s'éteindroient pour des lieux terrestres, et point du tout pour d'autres. Car celles qui se lèvent pour les plus orientaux, ne se lèvent point en même temps pour les plus occidentaux; et celles qui se couchent pour les plus orientaux, sont au-dessus de l'horizon des plus occidentaux. Mais enfin, supposant même cette ridicule vicissitude de s'allumer et de s'éteindre alternativement quoiqu'é-

πτεσθαί τε αὐτὰ ἀπὸ τῆς γῆς καὶ πάλιν εἰς αὐτὴν ἀποσβέννυσθαι, τῶν ἀτοπωτάτων ἂν φανείη παντελῶς. Ἔτι δὲ τὸ ἀνάπτεσθαι καὶ σβέννυσθαι τὰ ἄστρα καθ' Ἡράκλειτον, εὔηθες ἂν εἴη παντελῶς. Ἵνα γὰρ συγχωρήσωμεν τὴν τοσαύτην αὐτοῖς ἀμετάπτωτον τάξιν, τῶν τε μεγεθῶν καὶ τῆς ποσότητος τουτέστι καὶ τοῦ πλήθους τῶν ἐν ταῖς μορφώσεσι καταδηλωτέρων, ἔτι τε καὶ διαστάσεων καὶ σχηματισμῶν ὧν ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους, καὶ τῶν τόπων ἐφ' ὧν ἀνατέλλουσι καὶ μεσουρανοῦσι καὶ δύνουσι, καὶ τῶν χρόνων ὧν ποιοῦνται ὑπὲρ γῆν καὶ ὑπὸ γῆν μένοντες, καὶ τῶν προανατολῶν ἢ μεσουρανήσεων ἢ προκαταδύσεων ὧν ποιοῦνται πρὸς ἀλλήλους, οὕτως εἰκῇ καὶ ὡς ἔτυχεν ἀποτελεῖσθαι, καὶ συγχωρήσαιμεν αὐτοῖς λέγειν τὰ μὲν ἀνατολικὰ μέρη ἀναπτικῆς εἶναι φύσεως, τὰ δὲ δυτικὰ σβεστικῆς, συνάγεται ἐννοούντων ἡμῶν τὰ πρὸς τοὺς ἀντίποδας, τὸν αὐτὸν τόπον τῆς γῆς καὶ ἀναπτικὸν εἶναι καὶ σβεστικόν. Αἱ γὰρ ἡμῶν ἀνατολαὶ ἐκείνων δύσεις εἰσὶ, καὶ αἱ ἐκείνων δύσεις, ἡμῶν ἀνατολαί. Καὶ ἔτι συμβήσεται τὰ ἄστρα τοῖς μὲν ἤδη ἀνημμένα, ἢ ἐσβεμένα τυγχάνειν, τοῖς δὲ μήπω. Τὰ γὰρ περὶ τοῖς ἀνατολικωτέροις ἀνατέλλοντα, οὐδέπω παρὰ τοῖς δυτικωτέροις ἀνατέλλει. Ὁμοίως καὶ τὰ δύνοντα τοῖς ἀνατολικωτέροις, τοῖς δυτικωτέροις ὑπὲρ γῆν ἐστιν. Εἴ τις οὖν ταῦτα πάντα συγχωρήσειεν αὐτοῖς οὕτως ὄντα γελοῖα καὶ ἐνεργῶς τῇ δόξῃ αὐτῶν μαχόμενα, τί περὶ

τῶν ἀεὶ φανερῶν ἀστέρων ἔχοιεν εἰπεῖν, τῶν μήτε ἀνατελλόντων μήτε δυνόντων; Ἢ διὰ ποίαν αἰτίαν ἐπὶ μὲν τῶν ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας οἰκήσεων, ταῦτα καὶ ἀνάπτεται καὶ σβέννυται, τουτέστι καὶ ἀνατέλλει καὶ δύνει; Ἐπὶ δὲ τῶν κατὰ τὴν ἔγκλισιν, ὁρῶμεν τινὰ μήτε ἀνατέλλοντα μήτε δυόμενα, ἀλλὰ εἰ ὑπὲρ γῆν μένοντα παντάπασι. Καταδήλου ὄντος ἐκ τῶν φαινομένων τοῦ τοὺς αὐτοὺς ἀστέρας ἔν τισι μὲν οἰκήσεσιν ἀνατέλλειν τε καὶ δύνειν, τουτέστιν ἀνάπτεσθαι, κατ' αὐτοὺς καὶ σβέννυσθαι, ἔν τισι δὲ μηδέποτε, ὡς συμβαίνειν περὶ τὰ αὐτὰ ἄστρα ἐναντία, τὸ καὶ ἀνάπτεσθαι αὐτὰ καὶ σβέννυσθαι, καὶ μήτε ἀνάπτεσθαι μήτε σβέννυσθαι.

videmment contradictoire dans l'opinion de ceux même qui la soutiennent; comment pourroit-on expliquer le phénomène des étoiles toujours visibles, qui ne se lèvent et ne se couchent jamais, et la raison pour laquelle, dans les lieux qui ont la sphère droite, ces mêmes étoiles s'allument et s'éteignent, c'est-à-dire se lèvent et se couchent? Or, nous voyons que pour les lieux qui ont la sphère oblique, il y a des étoiles qui ne se levant et ne se couchant jamais, sont entièrement au-dessus de la terre, tandis qu'il est certain, par les phénomènes, que ces mêmes étoiles se lèvent et se couchent pour d'autres degrés d'obliquité, c'est-à-dire qu'elles s'allumeroient et s'éteindroient pour ceux-ci, mais non pour d'autres; de sorte que les mêmes étoiles éprouveroient à la fois deux choses contraires, savoir : qu'elles s'allumeroient et s'éteindroient, et tout en même temps; ou plutôt qu'elles ne s'allumeroient, ni ne s'éteindroient.

Συνελόντι τε εἰπεῖν κἂν ὁποῖον τὶς ἕτερον σχῆμα τῆς τῶν οὐρανίων φορᾶς ὑπόθηται, πλὴν τοῦ σφαιροειδοῦς, ἀνίσους ἀνάγκη γίνεσθαι τὰς ἀπὸ τῆς γῆς ἐπὶ τὰ μέρη τῶν μετεώρων ἀποστάσεις, ὅπου δ' ἂν αὐτὴ καὶ ὡς ἂν ὑποκέηται, ὥστε ὀφείλειν καὶ τὰ μεγέθη καὶ τὰ πρὸς ἀλλήλους διαστήματα τῶν ἀστέρων ἄνισα φαίνεσθαι καθ' ἑκάστην περιφοράν, ὡς ἄν ποτε μὲν ἀπὸ μείζονος, ποτὲ δὲ ἀπὸ ἐλάττονος γινόμενα διαστήματος. Καὶ συλλαβόμενος φησὶν εἰς ἕν τι κοινὸν κατὰ μέρος ἔστιν εἰπεῖν, ὅτι κἂν ὁποῖον τὶς ἕτερον σχῆμα τῆς φορᾶς τῶν οὐρανίων ὑπόθηται παρὰ τὸ σφαιροειδὲς, τουτέστι περὶ τὸ περὶ πόλους καὶ ἄξονα φέρεσθαι (τὴν γὰρ τοιαύτην φορὰν κυκλοφορικὴν τυγχάνουσαν γενικώτερον σφαιροειδῆ καλεῖ). Ἀνίσους ἀνάγκη γίνεσθαι

En un mot, quelqu'autre figure que la sphérique, que l'on suppose au mobile des corps célestes, les distances de la terre aux diverses parties des espaces qui sont au-dessus d'elle, seront nécessairement différentes, en quelque lieu et de quelque manière qu'elle soit postée, de sorte qu'il faudra toujours que les grandeurs et les distances des astres à l'égard les uns des autres paroissent inégales en chaque révolution, puisqu'elles deviennent tantôt plus petites, tantôt plus grandes. Ptolemée, pour se résumer, dit qu'en supposant pour la révolution des corps célestes toute autre espèce de mouvement que le sphérique, c'est-à-dire, autour des pôles et de l'axe (car il appelle plus généralement sphérique, cette révolution qui se fait circulairement), les distances de la terre aux di-

vers points des espaces célestes doivent nécessairement être inégales, en quelque lieu qu'on la suppose, et quelque figure qu'on lui imagine. Car si le mouvement n'étoit pas circulaire, il seroit ou de forme triangulaire, ou oblongue, autre que celui qui la fait tourner autour des pôles et de l'axe ; et de même que pour le mouvement en ligne droite, les astres paroîtraient à des distances et plus petites et plus grandes. Il s'ensuivroit que non-seulement leurs grandeurs, comme nous l'avons dit, mais encore leurs distances entr'eux paroîtraient inégales en chaque révolution, c'est-à-dire, chaque jour ; selon ce que dit Euclide dans ses optiques, que les grandeurs ou distances égales, inégalement distantes de l'œil, lui paroissent inégales. Si l'on dit qu'en supposant ce mouvement, cylindrique ou conique, les distances des astres paroîtraient égales chaque jour, parce que par ces mouvemens, les trajets sur des cercles sensiblement parallèles peuvent faire paroître égales les grandeurs et les distances, nous répondrons que ces mouvemens sont sphériques, parce qu'ils s'exécutent autour des pôles fixes et de l'axe. Plusieurs sortes de diverses figures peuvent bien tourner autour des pôles et de l'axe, mais nous allons démontrer par les phénomènes des planètes, que toutes entraînant les astres en leur faisant décrire des cercles parallèles, (ce qui est propre aux mouvemens autour des pôles fixes), le ciel ne peut avoir d'autre figure que la sphérique, et surtout qu'il ne peut être ni cylindrique, ni conique, comme on pourroit le croire. Et voici comment nous nous con-

τὰς ἀπὸ τῆς γῆς ἐπὶ τὰ μέρη τῶν μετεώρων ἀποστάσεις, ὅπου δ' ἂν αὐτὴ ὑποτεθείη, καὶ ὁποῖον ἂν σχῆμα τὶς αὐτῆς ἐπινοήσειε. Συμβήσεται γὰρ ἕτερον παρὰ τοῦτο τῆς φορᾶς σχῆμα λαμβανούσης, ἤτοι τριγωνοειδὲς ἢ ἑτερόμηκες ἢ ἀλλό τι παρὰ περὶ πόλους καὶ ἄξονα μένοντας, καὶ τὸ αὐτὸ τῇ ἐπ' εὐθείας πασχούσης, πλησιέστερον καὶ ἀπώτερον χωροῦντα φαίνεσθαι τὰ ἄστρα, ὥστε παρακολουθεῖν μὴ μόνον τὰ μεγέθη αὐτῶν ὡς ἔφαμεν ἄνισα φαίνεσθαι, ἀλλὰ καὶ τὰ πρὸς ἀλλήλους διαστήματα, καθ' ἑκάστην περιφορὰν, τουτέστι καθ' ἑκάστην ἡμέραν· καθά φησι καὶ Εὐκλείδης ἐν τοῖς ὀπτικοῖς, ὅτι τὰ ἴσα μεγέθη ἤτοι διαστήματα, ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὄμματος, ἄνισα φαίνεται. Εἰ δέ τις λέγοι καὶ ἐπὶ κυλινδροειδοῦς καὶ κωνοειδοῦς φορᾶς δύνασθαι τὰ μεγέθη τῶν ἀστέρων ἴσα φαίνεσθαι καθ' ἑκάστην ἡμέραν, διὰ τὸ καὶ ἐπὶ τῶν τοιούτων φορῶν κατὰ παραλλήλων κύκλων πρὸς αἴσθησιν φερομένους τοὺς ἀστέρας δύνασθαι τά τε μεγέθη καὶ τὰ διαστήματα ἴσα ποιοῦντες φαίνεσθαι, λέξομεν καὶ τὰς τοιαύτας φορὰς σφαιροειδεῖς ὑπάρχειν, διὰ τὸ καὶ αὐτὰς περὶ πόλους μένοντας καὶ ἄξονα φερομένας, τὸ τοιοῦτον ἀποτελεῖν. Καὶ ἐπεὶ πλείονα ἐστὶ σχήματα τὰ στερεὰ περὶ πόλους καὶ ἄξονα δυνάμενα φέρεσθαι, πάντα δὲ κατὰ παραλλήλων κύκλων φέροντα τοὺς ἀστέρας (τοῦτο γὰρ ἴδιον τῶν περὶ πόλους μένοντας φορῶν) δείξομεν ἐκ τῶν περὶ τοὺς πλανωμένους ἀστέρας φαινομένων, ὅτι οὐχ' οἷόν τε ἕτερον εἶναι τὸ τοῦ οὐρανοῦ σχῆμα, παρὰ τὸ σφαιρικόν. Καὶ μάλιστα ὅτι οὔτε κυλινδρικὸν, οὔτε κωνικὸν δύναται τυγχάνειν· ὅπερ ἄν τις μᾶλλον ὡς πιθανώτερον ἡγήσαιτο. Ὅτι μὲν οὖν κυλινδρικὸν οὐχ' οἷόν

τε εἶναι τὸ τοῦ οὐρανοῦ σχῆμα, οὕτως ἂν κατανοήσαιμεν.

Ἔστω, εἰ δυνατὸν, ὡς ὁ ΑΒΓΔ κύλινδρος, καὶ βάσεις μὲν αὐτοῦ ἔστωσαν οἱ ΑΒ, ΓΔ κύκλοι, πρὸς ἄρκτους καὶ μεσημβρίαν τετραμμένοι, ὅπερ ἄν τινες πάλιν ὡς πιθανὸν ἡγήσαιντο ὑποθέσθαι. Ἄξων δὲ ὁ ΕΖ, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ ἔστωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ, ἐν τῷ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ παράλληλοι αὐτῷ γινόμεναι. Διάμετροι δὲ τῶν βάσεων, αἱ ΑΕΒ, ΓΖΔ, ὥστε τὸ ΑΕΓΖ παραλληλόγραμμον, μενούσης τῆς ΕΖ περιενεχθὲν, πεποιηκέναι τὸν κύλινδρον. Καὶ τετμήσθω ὁ ἄξων δίχα κατὰ τὸ Η, καὶ ὑποκειμένης ἐπ' αὐτοῦ τῆς γῆς, εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τυχὸν σημεῖον τὸ Θ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸν ἄξονα κάθετος ἤχθω ἡ ΘΚ. Ἐὰν οὖν μένοντος τοῦ ΕΖ ἄξονος, περιφέρεται ὁ κύλινδρος περὶ τοὺς ΕΖ πόλους μένοντας, δηλονότι καὶ τὸ Θ σημεῖον φερόμενον, γράψει κύκλον ὀρθὸν πρὸς τὸν ἄξονα, οὗ κέντρον ἔσται τὸ Κ, διὰ τὸ καὶ τὴν ΚΘ εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς τῇ ΕΖ περιφερομένην τὴν αὐτὴν μένειν, καὶ καθ' ἑνὸς ἐπιπέδου φέρεσθαι, διὰ τὸ μένειν καὶ τὰ ΚΘ σημεῖα. Ἔστω οὖν ὁ γραφόμενος κύκλος ὁ ΘΛΜ περὶ διάμετρον τὴν ΘΜ· ἀπὸ δὲ τῆς γῆς, τουτέστι τοῦ Η σημείου ἐπὶ τὸν κύκλον προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΗΘ, ΗΜ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΘΚ τῇ ΚΜ, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΚΗ βάσις, ἄρα ἡ ΗΘ βάσις τῇ ΗΜ ἴση ἐστί. Διήχθω δὴ καὶ ἡ ΗΛ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΛ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΚΗ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ τοῦ ΘΛΜ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΘΛΜ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν, ὥστε καὶ πρὸς τὴν ΚΛ ὀρθή ἐστι. Καὶ ἐπεὶ ἴση

vaincrons que le ciel ne peut pas être de figure cylindrique :

Supposons possible qu'il soit comme le cylindre ABGD (figure 2), dont les bases soient les cercles AB et GD, et regardent l'une les ourses, l'autre le midi, comme quelques personnes l'ont encore supposé probable. Soit l'axe EZ, et les côtés AG, BD dans le plan de l'axe auquel ils sont parallèles. Soient AEB et GZD les diamètres des bases, ensorte que EZ demeurant, le parallélogramme AEZG forme un cylindre par sa révolution. L'axe étant coupé par le milieu en H, où la terre est supposée, prenons un point T sur la surface du cylindre, et de ce point abaissons sur l'axe la perpendiculaire TK. Si pendant que l'axe reste immobile, le cylindre tourne autour des pôles E, Z, il est clair que le point T emporté dans cette révolution décrira un cercle perpendiculaire sur l'axe, et dont le centre sera K, parce que la droite KT perpendiculaire sur EZ, reste la même dans cette révolution, étant emportée dans un seul plan, attendu que les points KT demeurent toujours. Soit donc décrit un cercle TLM dans ce plan sur le diamètre TM, et soient menées du point H de la terre, deux droites égales entr'elles qui tomberont sur le cercle en T et en M, et que HT et HM soient jointes. Puisque TK et KM sont égales, et la base KH commune et perpendiculaire, la base HT est égale à la base HM, menons HL, et joignons KL; puisque KH est perpendiculaire, sur le plan du cercle TLM, elle l'est donc aussi sur toutes les droites qui la touchent, et qui sont dans le plan du cercle TLM,

elle est donc perpendiculaire sur KL; et puisque KT est égale à KL, et que KH est commune et perpendiculaire, il s'ensuit que la base HT est égale à la base HL. Nous démontrerons de même que toutes les droites menées du point H de la terre à la circonférence du cercle TLM, seront égales entr'elles. D'où il résulte que les grandeurs des étoiles fixes paroissent égales, parce qu'elles sont généralement transportées dans des parallèles sensiblement les mêmes : effet qui ne peut pas avoir lieu pour les planètes, puisqu'elles sont emportées par un certain écart sensible, dans des parallèles plus boréaux ou plus austraux. Car si nous concevons pareillement un autre cercle parallèle décrit du point X autour du centre S, sur la circonférence duquel encore un astre soit porté, et que nous tirions le diamètre XSR, et la droite HR, il est clair que les distances de la terre à cet astre seront inégales, s'il est emporté tantôt suivant le parallèle TLM, tantôt suivant le parallèle XR, parce que les carrés de HS et de SR, c'est-à-dire le carré de HR, sont plus grands que ceux de HK et de KM, c'est-à-dire que le carré de HM, en sorte que la droite HR est plus grande que HM, et qu'il en résulte que l'astre paraît de grandeurs différentes. Ce qui est entièrement contraire aux phénomènes. Par conséquent le ciel ne sauroit être de forme cylindrique. Il en seroit de même, si l'on supposoit la terre en tout autre point que le milieu de l'axe.

Nous allons voir par la démonstration suivante, que les mêmes absurdités se rencontreroient pour les planètes, si la figure etait conique, en ce que les distances de la terre au ciel y seroient inégales, quoiqu'il y ait dans les phénomènes plusieurs choses qui s'accordent assez bien avec cette figure. Soient (fig. 3) deux cônes ABG et DGB,

ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΚΛ, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΚΗ βάσις, ἄρα ἡ ΗΘ βάσις τῇ ΗΛ ἐστὶν ἴση. Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Η τῆς γῆς πρὸς τὴν τοῦ ΘΛΜ κύκλου περιφέρειαν προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται, ὥστε συμβαίνειν τὰ μεγέθη τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων ἴσα φαίνεσθαι, διὰ τὸ ἐπιπλεῖστον ἐπὶ τῶν αὐτῶν παραλλήλων αὐτοὺς πρὸς αἴσθησιν φέρεσθαι. Οὐκέτι δὲ καὶ ἐπὶ τῶν πλανωμένων τὰ τοιοῦτον δύνασθαι παρακολουθεῖν, αἰσθητῇ τινι παραχωρήσει κατὰ βορειοτέρων καὶ νοτιωτέρων παραλλήλων αὐτῶν φερομένων. Ἐὰν γὰρ νοήσωμεν καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ὁμοίως ἕτερον παράλληλον κύκλον γραφόμενον περὶ κέντρον τὸ Σ, ἐφ' οὗ πάλιν ὁ ἀστὴρ ἐνεχθήσεται, καὶ ζεύξωμεν τὴν ΞΣΡ διάμετρον, καὶ τὴν ΗΡ, δῆλον ὡς ἄνισοι ἔσονται αἱ ἀπὸ τῆς γῆς ἐπὶ τὸν ἀστέρα διάστασεις, ποτὲ μὲν κατὰ τοῦ ΘΛΜ παραλλήλου αὐτοῦ φερομένου, ποτὲ δὲ κατὰ τοῦ ΞΡ, διὰ τὸ μείζονα εἶναι τὰ ἀπὸ τῶν ΗΣ, ΣΡ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΗΡ, τῶν ἀπὸ τῶν ΗΚ, ΚΜ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΜ, ὥστε καὶ τὴν ΗΡ τῆς ΗΜ μείζονα γίνεσθαι, καὶ συμβαίνειν ἀνισομεγέθη φαίνεσθαι τὸν ἀστέρα, ὅπερ παντάπασιν ἀντίκειται τοῖς φαινομένοις. Οὐκ ἄρα κυλινδρικὸν ἂν εἴη τὸ τοῦ οὐρανοῦ σχῆμα. Τὰ αὐτὰ δὲ συμβήσεται κἂν μὴ κατὰ τῆς διχοτομίας τοῦ ἄξονος ἡ γῆ ὑποτεθείη.

Ὅτι δὲ κωνικὸν ἂν εἴη, πάλιν γὰρ ἂν τὰ αὐτὰ ἄτοπα συμβαίνει περὶ τοὺς πλανωμένους ἀστέρας. Τῷ καὶ ἐπὶ τούτου ἄνισα γίνεσθαι τὰ ἀπὸ τῆς γῆς ἐπὶ τὸν οὐρανὸν διαστήματα, εἰ καὶ πλείονα σύμφωνα τὸ τοιοῦτον σχῆμα φυλάττει τοῖς φαινομένοις, οὕτως ἂν νοήσαιμεν. Ἔστωσαν δύο κῶνοι ὀρθογώνιοι ἰσο-

ὑψεῖς, ἐπὶ μιᾶς βάσεως τὰς κορυφὰς ἔχοντες πρὸς τοῖς πόλοις (ὅπερ ἄν τις πάλιν ὡς πιθανώτερον ὑπολάβοι, διὰ τὸ καὶ δύο πόλους εἶναι τῆς φορᾶς) οἱ ΑΒΓ, ΔΓΒ, περὶ ἄξονα τὸν ΑΔ, βάσις δὲ αὐτῶν ἔ-ω ὁ ΒΕΓΖ κύκλος, ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΔ ἄξονα, οὗ κέντρον τὸ Η, καὶ ὑποκείσθω ἡ γῆ κατὰ τὸ Η, καὶ ἴση δηλαδὴ ἡ ΒΗ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΗ ΗΔ, διὰ τὸ ὀρθογωνίους καὶ ἰσοϋψεῖς ὑποκεῖσθαι τοὺς κώνους. Ἵνα καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Η τῆς γῆς ἐπὶ τὸν οὐρανὸν εὑρημέναι διαστάσεις ὦσι, λέγω δὴ ὅτι αἱ ἀπὸ τοῦ Η κέντρου ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου διαγόμεναι εὐθεῖαι ἄνισοι ἔσονται. Διήχθω γὰρ ἡ ΗΘ, ὥ-ε τὸ Θ σημεῖον κατὰ τῆς διχοτομίας εἶναι τῆς ΑΒ πλευρᾶς τοῦ κώνου. Καὶ δῆλον ὡς ὅτι ἡ ΗΘ κάθετος γινομένη ἐπὶ τὴν ΑΒ, διὰ τὸ καὶ τὴν ΑΗ τῇ ΗΒ ἴσην ὑποκεῖσθαι, ἐλαχίσ-η ἔ-αι πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὴν ΑΒ, ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας οὖσαν τοῦ οὐρανοῦ προσπιπτουσῶν εὐθειῶν. Καὶ ἔτι τῶν ἐφ' ἑκάτερα αὐτῆς ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐ-ίν. Ἐὰν οὖν νοήσωμεν, ὁμοίως τοῖς ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν Θ καὶ Λ σημείων, ἐκ τῆς περιφορᾶς παραλλήλους γραφομένους ὡς τοὺς ΘΚ, ΛΜ, πάλιν τὰ ἀπὸ τῆς γῆς τοῦ Η ἐπὶ τὸν αὐτὸν παράλληλον διασ-ήματα ἴσα ἔσονται, καὶ τὰ αὐτὰ μεγέθη ὀφθήσεται τῶν ἀπλανῶν ἀσ-έρων κατὰ τῶν αὐτῶν παραλλήλων πρὸς αἴσθησιν φερομένων. Οὐκέτι δὲ διὰ τὰ εἰρημένα καὶ τὰ ἀπὸ τῆς ὄψεως διασ-ήματα ἐπὶ διαφόρους παραλλήλους ἴσα τυγχάνειν· διὸ καὶ ὁμοίως πάλιν οἱ πλανώμενοι κατὰ βορειοτέρων καὶ νοτιωτέρων παραλλήλων φερόμενοι, ἀνισομεγέθεις ὀφθήσονται, ὅπερ ὡς ἔφαμεν ἀντίκειται τοῖς φαινομένοις. Συμβήσεται δὲ ἐπὶ τοῦ

droits et de hauteurs égales, dont les bases soient appliquées l'une contre l'autre, et dont les sommets soient tournés vers les pôles, (ce que l'on admettra sans difficulté, parce que ce sont les deux pôles du mouvement) autour de l'axe AD; que leur base commune soit le cercle BEGZ perpendiculaire sur l'axe AD, et dont le centre soit H. Supposons la terre en H, nous aurons BH égale à AH, aussi bien qu'à HD, parce que les cônes sont supposés droits et égaux en hauteur, afin que les distances de la terre H au ciel soient égales. Or, je dis que les droites menées du centre H à la surface du cône seront inégales. Car soit menée HT de manière que le point T soit au milieu du côté AB du cône. Il est évident que cette droite, à cause de AH supposée égale HB, sera la plus petite de toutes celles qui tombent de H sur AB qui est sur la surface du ciel; et qu'aussi, de celles qui tombent de chaque côté de cette droite HT, chacune est toujours d'autant plus petite qu'elle en est plus proche, et plus éloignée des extrêmes. Si donc nous imaginons, comme pour le cas du cylindre, les cercles parallèles TK, LM décrits des points T, L, par la révolution, les distances de la terre H au même cercle parallèle seront encore égales, et les grandeurs des étoiles fixes transportées sensiblement suivant les mêmes parallèles paraîtront toujours les mêmes. Or, d'après ce qui a déjà été dit, les distances de l'œil à différens parallèles ne sont pas égales. C'est pourquoi aussi pareillement les planètes transportées suivant des parallèles plus boréaux et plus méridionaux seroient vues variant de grandeurs, ce que nous avons déjà dit être contraire aux apparences. Or, dans

cette figure actuelle, le cercle des bases étant le plus grand des parallèles et coupant le ciel en deux parties égales, comme fait l'équateur dans la sphère, les cercles parallèles également éloignés du plus grand, sont égaux, et celui qui est le plus proche du plus grand, est plus grand que celui qui en est plus éloigné. Ce qui a lieu aussi dans la figure sphérique. On démontrera par les mêmes raisons que le ciel ne peut avoir que la figure sphérique seule ; car dans toute autre, les distances de la terre au ciel seront inégales, en quelque lieu qu'on la suppose et quelle que soit sa situation ; ces distances n'étant égales que dans la seule figure sphérique, et les grandeurs de tous les astres y étant toujours égales conformément à ce que nous voyons. Après avoir démontré que la figure du ciel est sphérique, d'abord parce que parmi les étoiles toujours visibles, les plus proches du pôle visible sont transportées sur des cercles plus petits, et les plus éloignées en proportion sur de plus grands, et que celles qui se lèvent et se couchent le plus près de celles-ci restent moins de temps dans leur disparition, et les plus éloignées plus long-temps à proportion, ce qui ne convient qu'à la seule figure que j'ai dit être la sphérique ; et encore parce que dans cette seule figure les grandeurs des planètes paroissent toujours égales, suivant ce que nous voyons dans les apparences célestes.

Cela paroît pourtant contraire à ce qui a été dit un peu plus haut, savoir : que les astres nous paroissent plus grands au moment de leur disparition, c'est-à-dire dans l'horizon. Et afin qu'on ne croie pas que nous les voyons ainsi, parce que nous les

τοιούτου σχήματος, τὸν μὲν ἐπὶ τῶν βάσεων κύκλον μόνον μέγιστον εἶναι τῶν παραλλήλων, καὶ διχοτομεῖν τὸν οὐρανὸν, καθάπερ καὶ ἐπὶ τῆς σφαίρας ὁ ἰσημερινὸς, καὶ τοὺς ἴσον ἀπέχοντας τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων ἴσους εἶναι, καὶ τὸν ἔγγιον τοῦ μεγίστου, τοῦ ἀπώτερον μείζονα· ὅπερ καὶ ἐπὶ τοῦ σφαιρικοῦ σχήματος συμβαίνει. Κατὰ τὰ αὐτὰ δὲ δειχθήσεται, καὶ ὅτι οὐδ' ἕτερόν τι σχῆμα ἐνδέχεται ἔχειν τὸν οὐρανὸν, ἢ μόνον τὸ σφαιρικόν. Ἀνίσους γὰρ πάλιν ἐπὶ πάντων τῶν ἄλλων σχημάτων συμβαίνει γίνεσθαι τὰς ἀπὸ τῆς γῆς ἐπὶ τὸν οὐρανὸν διαστάσεις, ὅπου δ' ἂν αὐτὴ, καὶ ὡς ἂν ὑποθέῃ, ἴσον αὐτῶν γινομένων ἐπὶ μόνου τοῦ σφαιρικοῦ σχήματος, καὶ τὰ μεγέθη πάντων τῶν ἀστέρων ἴσα δεικνυουσῶν συμφώνως τοῖς φαινομένοις. Ἐπεὶ οὖν ἐδείξαμεν σφαιρικὸν τυγχάνον τὸ σχῆμα τοῦ οὐρανοῦ, καὶ πρῶτον μὲν, διὰ τὸ τοὺς ἔγγιον τοῦ φανεροῦ πόλου ἀεὶ φανεροὺς ἀστέρας κατὰ μικροτέρων κύκλων φέρεσθαι, τοὺς δὲ ἀπώτερον, ἀνάλογον ἐπὶ μειζόνων, καὶ τοὺς μὲν ἐγγυτέρω τούτων ἀνατέλλοντας καὶ δύνοντας, ἐλάττονα χρόνον ἐν τῷ ἀφανισμῷ μένοντας, τοὺς δὲ ἄπωθεν ἀνάλογον πλείονα, ὅπερ μόνῳ τῷ εἰρημένῳ σφαιρικῷ σχήματι ἁρμόττει. Ετι δὲ καὶ διὰ τὸ ἐπὶ μόνου τοῦ τοιούτου σχήματος γίνεσθαι ἀεὶ καὶ τὰ τῶν πλανωμένων ἀστέρων μεγέθη ἴσα φαίνεσθαι, ὅπερ σύμφωνόν ἐστι τοῖς φαινομένοις.

Δοκεῖ δὲ τοῦτο ἐναντίον εἶναι τοῖς μικρῷ πρόσθεν αὐτῷ εἰρημένοις, ὅτι μείζονα ἡμῖν ὁρᾶται τὰ ἄστρα πρὸς αὐτοῖς τοῖς ἀφανισμοῖς, τουτέστι τοῖς ὁριζουσιν, ἵνα μὴ νομισθῇ ὅτι ὡς ἐξ ἐλλάττονος δῆλον διαστάσεως ὁρώμενα οὕτω φαίνεται, βούλεται ἐνταῦθα τὸ

τοιούτον ἐπιλύσασθαι, καὶ δηλῶσαι, ὅτι οὐ παρὰ τὸ ἀπόσ-ημα τὸ ἀπὸ τῆς γῆς ἐπὶ τὸν οὐρανὸν, καὶ τοιοῦτον συμβαίνει, ἀλλ' ἐκ τῆς περὶ τὴν γῆν γινομένης ὑγροτάτης ἀναθυμιάσεως τῆς ὄψεως, διὰ τοῦτο εἰς ἀχλυωδέσ-ερον ἀέρα ἐμπιπτούσης, καὶ τῶν ἀπ' αὐτῆς ἐπὶ τὸν ἀέρα προσπιπτουσῶν ἀκτίνων, κλάσιν ὑπομενουσῶν, καὶ μείζονα ποιουσῶν τὴν πρὸς τῇ ὄψει γωνίαν, καθὰ καὶ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς περὶ κατοπτρικῶν ἀποδεικνύων φησίν· ὅτι καθάπερ καὶ τὰ εἰς ὕδωρ ἐμβαλλόμενα, μείζονα φαίνεται, καὶ ὅσω κάτω χωρεῖ μείζονα. Ἔσ-ω γὰρ ἐν καθαρῷ ἀέρι ἄνισα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ, ὑπὸ τῆς αὐτῆς γωνίας ὁρώμενα, τῆς ὑπὸ ΓΕΔ, ὄμματος δηλονότι τοῦ Ε. Φανερὸν δὴ ὅτι ἴσα ὀφθήσονται τὰ ΑΒ, ΓΔ, διὰ τὸ ὑπὸ τῆς αὐτῆς γωνίας ὁρᾶσθαι. Γεγονέτωσαν δὲ καὶ καθ' ὕδατος, ὥσ-ε τὴν τοῦ ὕδατος ἐπιφάνειαν εἶναι τὴν ΖΗ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος αἱ ΕΘ, ΕΚ, καὶ κεκλάσθωσαν ἐπὶ τὰ ΑΒ, ὡς ΕΘΑ, ΕΚΒ, καθὰ καὶ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς περὶ κατοπτρικῶν, ὡς ἔφαμεν. Καὶ ἐπεὶ πέφυκεν ἡ ὄψις κατ' εὐθείας γραμμὰς ὁρᾶν, ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΕΘ, ΕΚ ἀκτῖνες ἐπ' εὐθείας ὡς ἐπὶ τὰ ΛΜ, καὶ ἔτι ἡ ΑΒ ἐφ' ἑκάτερα κατὰ τὰ ΛΜ. Φαντασίαν ἄρα παρέξει τὸ ΑΒ μέγεθος τηλικοῦτον ὁρᾶσθαι, οἷον ἐσ-ὶ τὸ ΛΜ ὑπὸ τῆς ὑπὸ ΛΕΜ γωνίας ὁρώμενον. Καὶ φανερὸν ὅτι μεῖζον ὀφθήσεται τὸ ΑΒ μέγεθος ἐφ' ὕδατος γενόμενον. Προσπιπτέτωσαν δὴ καὶ ἕτεραι ἀκτῖνες ὡς αἱ ΕΝ, ΕΞ, κλώμεναι πρὸς τὰς ΝΓ ΞΔ, περιλαμβανούσας τὸ ΓΔ μέγεθος. Καὶ ἐκβεβλήσθωσαν πάλιν ταῖς ΕΝ, ΕΞ ἐπ' εὐθείας αἱ ΕΝΟ, ΕΞΠ, καὶ ἔτι ἡ ΓΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ ΟΠ. Δόξει πάλιν διὰ ταῦτα τὸ ΓΔ μέγεθος

voyons alors d'une moindre distance, Ptolemée veut montrer par un exemple que c'est un effet, non de la distance de la terre au soleil, mais de l'exhalaison très-humide qui environne la terre, notre vue étant plongée par là dans un air plus épais, et de la réfraction qu'y éprouvent les rayons qui entrent dans l'air et font l'angle à l'œil, plus grand, suivant ce que démontre Archimède dans ses livres de catoptrique, ou, quand il dit qu'il en est de cela comme des objets plongés dans l'eau, qui y paroissent d'autant plus gros, qu'ils y sont plus profondément enfoncés. Car soient dans l'air pur les grandeurs inégales A B, G D, vues sous un même angle G E D par l'œil E. Il est clair que A B, GD seront vues égales, parce qu'elles seront vues sous le même angle. Supposons-les maintenant (fig. 4) dans l'eau dont la surface soit Z H sur laquelle tombent les rayons solaires E T, EC qui se réfractent en A B comme E T A, E X B, suivant Archimède dans son traité de catoptrique, comme nous avons dit. Par les lois de la physique, la vue des objets s'exécutant en lignes droites, soient prolongés les rayons E T, E K en ligne droite jusques en L et en M, et menons A B par les deux points L et M. Alors la grandeur A B paroîtra vue comme si elle étoit L M, sous l'angle L E M. Ainsi il est évident que la grandeur A B sera vue plus grande étant dans l'eau. Faisons encore tomber d'autres rayons solaires E N, E X, qui se réfractent suivant N G, X D, en embrassant la grandeur G D, et prolongeons E N, E X en lignes droites E N O, E X P, puis menons la droite G D par les deux points O,

P. La grandeur G D pour les mêmes raisons paroîtra augmentée étant vue comme O P. Ainsi, les astres A, B, G, D étant inégaux et pararoissant égaux dans l'air pur, paroissent inégaux dans l'eau ou dans l'air dense, et cela d'autant plus, qu'ils y sont plus enfoncés, parce qu'ils sont vus sous des angles inégaux. Or, la terre étant plongée dans les vapeurs qui s'en élèvent de tous ses points, les astres paroissent plus grands à leurs levers et à leurs couchers, parce que conséquemment à sa sphéricité prouvée par les phénomènes, et à sa position au centre de l'univers, nous voyons les astres au travers de plus d'humidité étendue sur le plan de l'horizon devant nos yeux.

(F. 5). Pour rendre évident ce que nous disons, concevons la sphère AB de la terre, autour du centre G, et la sphère des corps célestes EZH. L'évaporation se faisant sur toutes les parties de la terre, concevons encore une figure sphérique comme TKD. Faisons passer par le point habité A, le plan de l'horizon qui se coupe à angle droit avec le méridien en ce point, et menons-y en A la perpendiculaire AKZ qui passe par le centre G. Il est évident que les droites TA, AD sont égales et plus grandes chacune que AK, et que de celles qui tombent sur KT la plus proche de AT, telle que celle de l'horizon, est plus grande que chacune de celles qui en sont plus éloignées. Pareillement de celles qui tombent sur KD, la plus proche de AD est plus grande que toute autre qui en est plus éloignée. Ainsi l'astre paroissant en E et en A, sera vu au travers de plus d'humide que s'il étoit plus loin et au-dessus de la terre, parce que, comme nous l'avons dit, les astres paroissent plus grands à l'horizon. Si l'on disoit que ce n'est pas à cause

ὡς τὸ ΟΠ, ὁρᾶσθαι μεῖζον γενόμενον. Τὰ ἄρα τοίνυν τὰ Α, Β, Γ, Δ ἄνισα ὄντα καὶ ἐν καθαρῷ ἀέρι ἴσα φαινόμενα, ἐν ὕδατι ἢ ἐν παχυτέρῳ ἀέρι ἄνισα φαίνεται, καὶ τὸ κατωτέρω μεῖζον, ἐπειδήπερ ὑπὸ ἀνίσων γωνιῶν ὁρῶνται. Συμβαίνει δὲ καί περ κατὰ πάντα τὰ μέρη τῆς γῆς τῆς ἀναθυμιάσεως γινομένης, πρὸς ταῖς ἀνατολαῖς καὶ δύσεσι μείζονα τὰ μεγέθη τῶν ἀστέρων φαίνεσθαι, διὰ τὸ ἐν τοῖς ἑξῆς ἐκ τῶν περὶ αὐτὴν φαινομένων σφαιρικῆς αὐτῆς καὶ μέσης τοῦ παντὸς καταλαμβανομένης, παρακολουθεῖν ἐπιπλέον ταῖς ὄψεσιν ἡμῶν παρεκτεινομένου τῷ τοῦ ὁρίζοντος ἐπιπέδῳ διὰ πλείονος ὑγροῦ θεωρεῖσθαι τοὺς ἀστέρας.

Ἵνα δὴ κατάδηλον γένηται τὸ λεγόμενον, νενοήσθω ἡ τῆς γῆς σφαῖρα ἡ ΑΒ, περὶ κέντρον τὸ Γ, ἡ δὲ τῶν οὐρανίων, ἡ ΕΖΗ. Ἔτι δὲ καὶ τῆς ἀναθυμιάσεως κατὰ πάντα τὰ μέρη τῆς γῆς ὁμοίως γινομένης, νενοήσθω πάλιν σχῆμα σφαιρικὸν ὡς τὸ ΘΚΔ. Καὶ διὰ τῆς Α οἰκήσεως διήχθω τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον, καὶ ποιείτω μετὰ τοῦ μεσημβρινοῦ κοινὴν τομὴν τὴν ΕΘΑΔΗ εὐθεῖαν. Καὶ ἤχθω αὐτῇ πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α οἰκήσεως, ἡ ΑΚΖ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Γ κέντρον, φανερὸν δὴ ὅτι ἴσαι εἰσὶν αἱ ΘΑ, ΑΔ ἀλλήλαις, καὶ ἔτι ἑκατέρα αὐτῶν τῆς ΑΚ μείζων, καὶ ἀεὶ τῶν ἐπὶ τῆς ΚΘ ἡ ἔγγιον τῆς ΑΘ οἱονεὶ τοῦ ὁρίζοντος, τῆς ἀπώτερον μείζων. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐπὶ τῆς ΚΔ, ἡ ἔγγιον τῆς ΑΔ, τῆς ἀπώτερον μείζων· ὥστε ὅταν ὁ ἀστὴρ πρὸς τοῖς ΕΗ φαίνηται, διὰ πλείονος ὑγροῦ ὀφθήσεται, ἤπερ ὅταν ἐπὶ τῶν ἀπώτερον καὶ ὑπὲρ γῆν, διὸ πρὸς τοῖς ὁρίζουσι μείζονα, ὡς ἔφαμεν, τὰ μεγέθη τῶν ἀστέρων φαίνεται. Εἰ δέ τις

λέγει μηδόλως ἐκ τῆς ἀναθυμιάσεως πρὸς τοῖς ὁρίζουσι μείζονα τὰ μεγέθη φαίνεσθαι τῶν ἀστέρων, ἀλλὰ φακοειδὲς ὑποτιθέμενος τὸ σχῆμα τοῦ οὐρανοῦ, ἵνα αἱ μὲν ἐλάττονες διαστάσεις πρὸς τὰς ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ὦσι τετραμμέναι, αἱ δὲ μείζονες πρὸς τῷ μεσημβρινῷ, λέγει ἑστάναι μὲν τὸ οὐράνιον σῶμα, τὰ δὲ ἄστρα φέρεσθαι, καὶ διὰ τοῦτο πρὸς μὲν τοῖς ὁρίζουσι μείζονα τὰ μεγέθη φαίνεσθαι, πρὸς δὲ τῷ μεσημβρινῷ ἐλάττονα, ψευδῆ ὑποτιθέμενος ἐλεγχθήσεται, διὰ τὸ ἐπὶ διαφόρων οἰκήσεων τῶν αὐτῶν τόπων, τοῖς μὲν πρὸς ἀνατολαῖς τυγχανόντων, τοῖς δὲ πρὸς τῷ μεσημβρινῷ παρακολουθεῖν τὸ ἀνάπαλιν· παρὰ μέν τισι πρὸς τῷ μεσημβρινῷ τὰ ἄστρα μείζονα φαίνεσθαι, πρὸς δὲ τῷ ὁρίζοντι ἐλάττονα, ὅπερ παντάπασιν ἀντίκειται τοῖς φαινομένοις. Προσάγει δ' εἰς τὴν σφαιρικὴν ἔννοιαν καὶ τὰ τοιαῦτα, τὸ μὴ δύνασθαι κατὰ ἄλλην ὑπόθεσιν τὰς τῶν ὁροσκοπίων κατασκευὰς συμφωνεῖν, ἢ μόνην ταύτην. Ἄγει δ' εἰς πίστιν τοῦ σφαιρικὸν εἶναι τὸν οὐρανὸν, μετὰ τῶν εἰρημένων, καὶ τοῦτο, τὸ τοὺς γνωμονικοὺς τοιαύταις ὑποθέσεσι χρωμένους· ὡς ὅτι ὁ οὐρανὸς σφαιροειδής ἐστι, καὶ ἡ γῆ σημείου καὶ κέντρου λόγον ἔχει πρὸς τὴν τοῦ ἡλίου σφαῖραν, εἰ καὶ μὴ δοκεῖ τοῦτο ἀληθὲς εἶναι, διὰ τὸ τοῦ ἡλίου ἀκτῖνας παραλλήλας καταλαμβάνεσθαι, ὡς ἐν τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ δείκνυται. Ἔτι δὲ καὶ μικρὸν προϊόντες εἰς οἰκεῖον τινὰ τόπον ὑπόμνησιν τοῦ τοιούτου ποιησόμεθα, ὅμως οὕτω καταχρώμενοι διὰ τὸ πρὸς αἴσθησιν μηδὲν ἧττον τοῦτο σύμφωνον τοῖς φαινομένοις καταλαμβάνεσθαι, καὶ ὡς τῶν ἀπὸ τῆς ὄψεως ἡμῶν ἐπὶ τὴν τοῦ ἡλίου σφαῖραν ἀποστάσεων ἴσων οὐσῶν.

des vapeurs à l'horizon, que les grandeurs des astres paroissent augmentées, et que supposant le ciel de figure lenticulaire, ces moindres distances seroient vers les levers et vers les couchers, et les plus grandes dans le méridien, ou qu'on prétendît que le corps même du ciel est en repos, mais que les astres sont transportés, et par là paroissent augmentés de grandeur à l'horizon, et diminués quand ils sont au méridien, cette supposition se trouveroit fausse, parce qu'il s'ensuivroit tout le contraire, savoir : qu'en différentes positions des mêmes lieux à l'orient pour les unes, au méridien pour les autres, les astres paroîtroient plus grands à ceux qui les auroient à leur méridien, en même temps qu'ils seroient plus petits pour ceux qui les auroient dans leur horizon : chose qui répugne aux phénomènes. L'impossibilité où seroient les horloges d'y répondre, si on les construisoit selon une autre hypothèse que la sphérique, conduit à cette idée de sphéricité. Et ce qui achève d'en convaincre, après tout ce que nous venons de dire, c'est que toutes les opérations de la gnomonique sont fondées sur les hypothèses de la sphéricité de la terre, et sur ce qu'elle n'est que comme un point au centre de la sphère du soleil, quelque peu vrai que cela paroisse, parce que les rayons du soleil tombent parallèles sur la terre, suivant ce que nous dirons dans le cinquième livre. Nous en parlerons plus au long dans leur lieu, quand nous y serons, voulant ici seulement dire par là que néanmoins tout y est conforme aux phénomènes, les distances de notre vue à la sphère du

soleil, étant égales partout, et comme sur la sphère, les méridiens, les horizons, les équinoxiaux et leurs parallèles, tant mensuels que diurnes, les arcs de descension et d'ombres opposées, et toutes les autres conditions supposées dans l'analemme, suivent de la figure sphérique, les instruments construits sur ces hypothèses pour donner les heures, se trouvent d'accord avec les phénomènes. Et le mouvement des corps célestes se faisant sans obstacle et avec la plus grande facilité, parce que la figure la plus mobile de toutes est dans les plans, le cercle; et dans les solides, la sphère; c'est encore une raison pour conclure de ce que le ciel se meut librement et facilement, qu'il est sphérique.

Qu'entre toutes les figures, la circulaire dans les plans soit la plus aisée à mouvoir, ainsi que la sphérique dans les solides, c'est ce qui est prouvé par les poulies, par les rouleaux et par les moufles dont on se sert pour tirer sans peine les plus gros poids, comme Philon l'a exposé dans ses démonstrations concernant le mouvement circulaire, ces figures ne touchant le plan qu'en un seul point, et par une seule droite, et tournant uniformément et avec la même force dans tous les points de leur contour, ou de part et d'autre, par la révolution qui entraîne le mouvement depuis le point où il commence, et le continue dans le même sens, jusqu'à ce que la cause qui a fait naître ce mouvement ait cessé d'agir. C'est pourquoi il est naturel de donner au corps entier du ciel le plus mobile de tous, la figure la plus mobile de toutes, d'où il suit que le ciel doit être de forme sphérique.

Καὶ ὡς ἐν σφαίρᾳ μεγίστων κύκλων γραφομένων μεσημβρινῶν καὶ ὁριζόντων καὶ ἰσημερινῶν καὶ τῶν τοιούτων παραλλήλων, μηνιαίων τε καὶ ἡμερησίων, καὶ γωνιῶν καταβατικῶν τε καὶ ἀντισκίων, καὶ πάντων τῶν λοιπῶν τῶν ἐν τῷ ἀναλήμματι ὑποτιθεμένων ἀκολούθως τῷ σφαιρικῷ σχήματι, συμφώνους τὰς ἐκ τῶν τοιούτων ὑποθέσεων κατασκευὰς τῶν ὁροσκοπίων καταλαμβάνεσθαι τοῖς φαινομένοις. Καὶ ὅτι τῆς τῶν οὐρανίων φορᾶς ἀκωλύτου τε καὶ εὐκινητοτάτης ἁπασῶν οὔσης, καὶ τῶν σχημάτων εὐκινητότατον ὑπάρχει, τῶν μὲν ἐπιπέδων τὸ κυκλικὸν, τῶν δὲ στερεῶν τὸ σφαιρικόν. Ἔτι δὲ καὶ ἑτέραν πίστιν εἰσάγει τοῦ σφαιρικὸν εἶναι τὸν οὐρανὸν, ἐκ τοῦ τὴν τοιαύτην κίνησιν εὐκινητοτάτην καὶ ἀκώλυτον ὑπάρχειν.

Εἶναι δὲ καὶ ἐπὶ τῶν σχημάτων, τὸ μὲν κυκλικὸν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις εὐκινητότατον, τὸ δὲ σφαιρικὸν ἐν τοῖς στερεοῖς, ἐκ τοῦ καὶ τὰ ὑπερμεγέθη τῶν βαρῶν, διὰ τροχαλῶν ἢ μοχλικῶν ἢ πολυσπάστων εὐλύτως ἕλκεσθαι, καθὰ καὶ φίλων τὰς ἐπιδείξεις εἰς τὸ κυκλικὸν ἤγαγεν. Ἐπεὶ καὶ καθ' ἓν σημεῖον καὶ μίαν εὐθεῖαν τὰ τοιαῦτα σχήματα ἁπτόμενα τοῦ ἐπιπέδου, καὶ ἐπιῤῥέποντα ὁμοίως καὶ ἰσοσθενῶς εἰς τὰ πέριξ ἢ παρ' ἑκάτερα μέρη, ὅπη ἂν λάβῃ τὴν ἀρχὴν τοῦ κινεῖσθαι, ἡ ἐπέκεινα ἐπιῤῥοπὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐφέλκει τὴν κίνησιν, ἕως οὗ τὸ αἴτιον τῆς ἀρχῆς τῆς κινήσεως ἐξασθενήσει. Διὸ καὶ οἰκειότατον ἂν εἴη τῷ οὕτως εὐκινητοτάτῳ οὐρανίῳ σώματι, τὸ εὐκινητότατον τῶν σχημάτων ἀπονεῖμαι, ὥστε ἀκόλουθον ἂν εἴη ἡγεῖσθαι τὸν οὐρανὸν σφαιρικὸν ἔχειν τὸ σχῆμα.

Ωσαύτως ὅτι τῶν ἴσην περίμετρον ἐχόντων σχημάτων διαφόρων, ἐπειδὴ μείζονά ἐστι τὰ πολυγωνιώτερα, τῶν μὲν ἐπιπέδων ὁ κύκλος γίνεται μείζων, τῶν δὲ στερεῶν ἡ σφαῖρα. Ποιησόμεθα δὴ τὴν τούτων ἀπόδειξιν ἐν ἐπιτομῇ, ἐκ τῶν Ζηνοδώρῳ δεδειγμένων ἐν τῷ περὶ ἰσομέτρων σχημάτων, λέγοντι οὕτως· τῶν ἴσην περίμετρον ἐχόντων τετραγώνων εὐθυγράμμων σχημάτων, λέγω δὴ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων, τὸ πολυγωνιώτερον μεῖζον ἐστίν. Ἔστωσαν γὰρ ἰσοπερίμετρα ἰσόπλευρά τε καὶ ἰσογώνια τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, πολυγωνιώτερον δὲ ἔστω τὸ ΑΒΓ, λέγω ὅτι μεῖζον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ. Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν περὶ τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ πολύγωνα περιγραφομένων κύκλων τὰ Η Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΒ, ΗΓ, ΘΕ, ΘΖ. Καὶ ἔτι ἀπὸ τῶν Η Θ ἐπὶ τὰς ΒΓ, ΕΖ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ Η Κ, Θ Λ. Ἐπεὶ οὖν πολυγωνιώτερόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τοῦ ΔΕΖ, πλεονάκις ἄρα ἡ ΒΓ τὴν τοῦ ΑΒΓ περίμετρον καταμετρεῖ, ἤπερ ἡ ΕΖ τὴν τοῦ ΔΕΖ· καὶ εἰσὶν ἴσαι αἱ περίμετροι. Μεῖζων ἄρα ἡ ΕΖ τῆς ΒΓ, ὥστε καὶ ἡ ΕΛ τῆς ΒΚ. Κείσθω τῇ ΒΚ ἴση ἡ ΛΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΜ. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΕΖ εὐθεῖα πρὸς τὴν τοῦ ΔΕΖ πολυγώνου περίμετρον, οὕτως ἡ ὑπὸ ΕΘΖ πρὸς δ' ὀρθὰς, διὰ τὸ ἰσόπλευρον εἶναι τὸ πολύγωνον, καὶ ἴσας ἀπολαμβάνειν τὰς τοῦ περιγραφομένου κύκλου περιφερείας, καὶ τὰς πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίας, τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ταῖς περιφερείαις· ὡς καὶ ἡ τοῦ ΔΕΖ περίμετρος, τουτέστιν ἡ ΑΒΓ, πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως αἱ δ' ὀρθαὶ πρὸς τὴν ὑπὸ ΒΗΓ· δι' ἴσου ἄρα, ὡς ἡ ΕΖ πρὸς ΒΓ, τουτέστιν ἡ ΕΛ πρὸς ΛΜ, οὕτω καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΖ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΒΗΓ, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΕΘΛ πρὸς τὴν ὑπὸ

De même, puisque les plus grandes des figures différentes qui ont leurs contours égaux (isopérimètres), sont celles qui ont un plus grand nombre d'angles, le cercle est le plus grand des plans, et la sphère est le plus grand des solides. Nous allons le prouver d'une manière abrégée, tirée des démonstrations de Zénodore dans son traité des figures isopérimètres. Voici comme il s'exprime : étant proposées des figures rectilignes isopérimètres (fig. 6 et 7), je veux dire des figures dont les côtés soient égaux et les angles égaux, celle qui a le plus d'angles est la plus grande. Car soient les figures isopérimètres, équiangles et équilatérales ABG, DEZ, et soit ABG celle qui a le plus d'angles; je dis que ABG est la plus grande. Car soient les points H, T centres des cercles circonscrits aux polygones ABG, DEZ et soient menées HB, HG, TE, TZ; et des points H, T, les perpendiculaires HK, TL, sur BG, EZ; ABG ayant plus d'angles que DEZ, BG s'applique sur le contour de ABG plus souvent que EZ sur le contour de DEZ, or les contours sont égaux, donc EZ est plus grande que BG, et par conséquent EL plus que BK. Supposons LM égale à BK, et joignons TM. Puisque l'angle ETZ est à quatre angles droits, comme la droite EZ est au contour du polygone DEZ, ce polygone étant équilatéral et soutendant des arcs égaux du cercle circonscrit, et les angles au centre étant en même rapport que les arcs : et puis qu'aussi quatre angles droits sont à l'angle BHG, comme le périmètre ou contour du polygone DEZ, c'est-à-dire ABG, est à BG, et que l'angle ETZ est à l'angle BHG, c'est-à-dire, l'angle ETL à l'angle BHK, comme la droite EZ est à la droite BG, c'est-à-dire comme EL est à la droite LM; la droite EL étant à la droite LM

en plus grande raison que l'angle ETL à l'angle MTL, comme nous le prouverons tout à l'heure, EL étant à LM, comme l'angle ETL à l'angle BHK, et l'angle ETL étant en plus grande raison à l'angle BHK, qu'à l'angle MTL, il s'ensuit que l'angle MTL est plus grand que l'angle BHK. Mais l'angle droit en L est égal à l'angle droit en K. Donc l'angle restant HBK sera plus grand que l'angle TML. Soit l'angle HBK égal à l'angle NML, et prolongeons LT jusqu'en N; puisque l'angle HBK est égal à l'angle NML, et l'angle en K à l'angle en L, et le côté BK, l'angle HBK est égal à l'angle NML et l'angle en K égal à l'angle en L, et le côté BK égal au côté ML, HK est donc égal à NL, et NK est plus grande que TL. Donc le produit du périmètre ABG par la droite HK est plus grand que le produit du périmètre DEZ par la droite TL. Or, le produit du périmètre ABG par HK est double du polygone ABG, parce que le produit de BG par HK est double du triangle HBG. Et le produit du périmètre DEZ par TL est double du polygone DEZ, donc le polygone ABG est plus grand que le polygone DEZ. (*Voyez ci-après la note de M. Delambre.*)

(Fig. 8.) Nous allons démontrer que la droite EL est à LM en plus grande raison que l'angle ETL à l'angle MTL: supposons le triangle TEL à part, menons la droite TM. Du centre T et de l'intervalle TM, décrivons l'arc de cercle NMX, et prolongeons TL en X. Puisque le triangle TEM est au secteur TMN en plus grande raison que le triangle TML au secteur TMX, donc réciproquement et par composition, le triangle TEL est au triangle

ΒΗΚ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΕΛ πρὸς τὴν ΛΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΕΘΛ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΘΛ, ὡς ἐξῆς δείξομεν. Ὡς δὲ ἡ ΕΛ πρὸς τὴν ΛΜ, οὕτως ἡ ὑπὸ ΕΘΛ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΒΗΚ, καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΛ πρὸς τὴν ὑπὸ ΒΗΚ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΘΛ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΘΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΗΚ. Ἔστι δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Λ ὀρθῇ τῇ πρὸς τῷ Κ ἴση. Λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΒΚ μείζων ἔσται τῆς ὑπὸ ΘΜΛ. Κείσθω τῇ ὑπὸ ΗΒΚ ἴση ἡ ὑπὸ ΝΜΛ, καὶ διήχθω ἡ ΔΘ ἐπὶ τὸ Ν. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΚ τῇ ὑπὸ ΝΜΛ, ἀλλὰ καὶ ἡ πρὸς τῷ Κ τῇ πρὸς τῷ Λ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΚ πλευρὰ τῇ ΜΛ ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΗΚ τῇ ΝΛ. Μείζων ἄρα ἡ ΗΚ τῆς ΘΛ. Μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ΑΒΓ περιμέτρου καὶ τῆς ΗΚ, τοῦ ὑπὸ τῆς ΔΕΖ περιμέτρου καὶ τῆς ΘΛ. Καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ τῆς ΑΒΓ περιμέτρου καὶ τῆς ΗΚ, διπλάσιον τοῦ ΑΒΓ πολυγώνου, ἐπεὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ΒΓ καὶ τῆς ΗΚ διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ΗΒΓ τριγώνου. Τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΔΕΖ περιμέτρου καὶ τῆς ΘΛ, διπλάσιον τοῦ ΔΕΖ πολυγώνου, μεῖζον ἄρα τὸ ΑΒΓ πολύγωνον τοῦ ΖΕΔ.

Ὅτι δὲ ἡ ΕΛ πρὸς τὴν ΛΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΕΘΛ πρὸς τὴν ὑπὸ ΝΘΛ, δείξομεν οὕτως. Ἐκκείσθω γὰρ χωρὶς τὸ ΘΕΛ τρίγωνον, καὶ ἡ ΘΜ διαχθεῖσα. Καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΜ, κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΝΜΞ, καὶ διήχθω ἡ ΘΛ ἐπὶ τὸ Ξ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ΘΕΜ τρίγωνον πρὸς τὸν ΘΜΝ τομέα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΘΜΛ τρίγωνον πρὸς τὸν ΘΜΞ τομέα, ἐναλλὰξ ἄρα καὶ συνθέντι, τὸ ΘΕΛ τρίγωνον πρὸς τὸ ΘΜΛ,

μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ΘΜΞ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΝΞ τομέα. Ἀλλ' ὡς μὲν τὸ τρίγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον, ἡ ΕΛ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΛΜ, ὡς δ' ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, ἡ ὑπὸ ΕΘΛ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΘΛ, ἡ ἄρα ΕΛ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΛΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὑπὸ ΕΘΛ γωνία πρὸς τὴν ΜΘΛ. Τούτου δεδειγμένου, λέγω ὅτι ἐὰν κύκλος εὐθυγράμμῳ ἰσοπλεύρῳ τε καὶ ἰσογώνῳ ἰσοπερίμετρος ᾖ, μείζων ἔσται ὁ κύκλος. Κύκλος γὰρ ὁ ΑΒΓ ἰσοπλεύρῳ τε καὶ ἰσογωνίῳ τῷ ΔΕΖ ἰσοπερίμετρος ἔστω, λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος.

Εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Η, τοῦ δὲ περὶ τὸ ΔΕΖ πολύγωνον περιγραφομένου κύκλου τὸ Θ, καὶ περιγράφθω περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον, πολύγωνον ὅμοιον τῷ ΔΕΖ, τὸ ΚΛΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΒ, καὶ κάθετος ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὴν ΕΖ ἤχθω ἡ ΘΝ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΛΘΕ. Ἐπεὶ οὖν ἡ τοῦ ΚΛΜ πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιμέτρου, ὡς ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδης λαμβάνει, ἴση δὲ ἡ τοῦ ΑΒΓ κύκλου περίμετρος τῇ τοῦ ΔΕΖ πολυγώνου περιμέτρῳ. Μείζων ἄρα καὶ ἡ τοῦ ΚΛΜ πολυγώνου περίμετρος τῆς τοῦ ΔΕΖ πολυγώνου περιμέτρου. Καὶ εἰσὶν ὅμοια τὰ πολύγωνα, μείζων ἄρα ἡ ΒΛ τῆς ΝΕ. Καὶ ὅμοιον τὸ ΗΛΒ τρίγωνον τῷ ΘΕΝ τριγώνῳ, ἐπεὶ καὶ τὰ ὅλα πολύγωνα. Μείζων ἄρα καὶ ἡ ΗΒ τῆς ΘΝ. Καὶ ἔστιν ἴση ἡ τοῦ ΑΒΓ κύκλου περίμετρος τῆς τοῦ ΔΕΖ πολυγώνου περιμέτρῳ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου καὶ τῆς ΗΒ μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΔΕΖ πολυγώνου καὶ τῆς ΘΝ. Ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῆς περιμέτρου

TML, en plus grande raison que le secteur TNX au secteur TMX : mais comme un de ces deux triangles est à l'autre, ainsi EL est à LM ; et comme un de ces secteurs est à l'autre, ainsi l'angle ETL est à l'angle MTL ; donc la droite EL est à la droite LM en plus grande raison que l'angle ETL à l'angle MTL. Cela démontré, je dis que si un cercle est isopérimètre à un polygone rectiligne, équilatéral et équiangle, le plus grand des deux sera le cercle. Car soit le cercle ABG isopérimètre au polygone DEZ équilatéral et équiangle, je dis que le cercle est plus grand.

(Fig. 9 et 10.) Prenons le centre H du cercle ABG, et T celui du cercle circonscrit au polygone DEZ; circonscrivons au cercle ABG un polygone KLM semblable au polygone DEZ, joignons HB, et abaissons la perpendiculaire TN de T sur EZ, puis joignons HL, TE. Puisque le contour du polygone KLM est plus grand que le contour du cercle ABG, comme Archimède le dit dans son traité de la sphère et du cylindre, et que la circonférence du cercle ABG est égale au contour du polygone DEZ, le contour du polygone KLM est donc plus grand que le contour du polygone DEZ. Or ces polygones sont semblables, donc BL est plus grand que NE. Et aussi le triangle HLB est semblable au triangle TEN, puisque les polygones entiers sont égaux; donc HB est plus grande que TN. Mais la circonférence du cercle ABG est égale au contour du polygone DEZ. Donc le produit de la circonférence du cercle ABG par HB, est plus grand que le produit du contour du polygone DEZ par TN. Mais le produit de la circonférence du cercle ABG par HB est double de l'aire du cer-

cle, comme l'a prouvé Archimède dont nous donnerons ensuite la démonstration. Et le produit du contour du polygone DEZ par TN est double du polygone DEZ, donc le cercle ABG est plus grand que le polygone DEZ.

Voici comment il démontre que le produit de la circonférence par la droite menée du centre, est double du cercle : soit d'abord le cercle ABGD inscrit au carré EZHT et la droite AB coupée par le milieu en K. Menons par ce point la tangente LKM au cercle, je dis que le triangle EML est plus grand que la moitié de la figure comprise entre AE, EB et l'arc AKB. Car joignons AB, KB, EK, et prolongeons EK en N. Puisque AE est égale à EB, et que EK est commune, et qu'aussi la base AK est égale à la base BK, les angles en E sont donc égaux. AN est parfaitement égale à NB, ainsi que les angles en N égaux entr'eux. De sorte que la droite KN coupe AB en deux parties égales et à angles droits. Donc KN tombera au centre, et par conséquent les angles EKL, EKM sont droits. Donc EL est plus grande que LK. Et puisque LA est égale à LK, car ces deux tangentes au cercle partent du même point L, EL est donc plus grande que LA. Par conséquent le triangle EKL est plus grand que le triangle LKA. Pour les mêmes raisons, le triangle EKM est plus grand que le triangle KBM. Donc tout le triangle LEM est plus grand que la somme des deux triangles ALK, KMB. Donc le triangle LEM est beaucoup plus grand que les espaces

τοῦ ΑΒΓ κύκλου καὶ τῆς ΗΒ, διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ κύκλου, ὡς Ἀρχιμήδης ἔδειξεν, οὗ καὶ τὴν δεῖξιν ἐξῆς ἐκθησόμεθα. Τὸ δὲ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΔΕΖ πολυγώνου καὶ τῆς ΘΝ, διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ΘΕΖ πολυγώνου, μείζων ἄρα ὁ ΑΒΓ κύκλος τοῦ ΔΕΖ πολυγώνου.

Ὅτι δὲ τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλάσιον ἐστὶ τοῦ κύκλου δείκνυσιν οὕτως· ἔστω πρῶτον κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ περιγράφθω περὶ αὐτὸν τετράγωνον τὸ ΕΖΗΘ, καὶ τμηθείσης τῆς ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Κ, ἤχθω δι' αὐτοῦ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου ἡ ΛΚΜ, λέγω ὅτι τὸ ΕΜΛ τρίγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΕΒ, καὶ τῆς ΑΚΒ περιφερείας περιεχομένου σχήματος. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ, ΚΒ, ΕΚ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΕΚ ἐπὶ τὸ Ν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΚ, καὶ βάσις ἡ ΑΚ βάσει τῇ ΒΚ ἴση, ἴσαι ἄρα αἱ πρὸς τῷ Ε γωνίαι. Πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΛ τῇ ΕΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΝ, καὶ γωνίαι αἱ πρὸς τῷ Ε ἴσαι, καὶ πάντα πᾶσιν, ἴση ἄρα ἡ ΑΝ τῇ ΝΒ. Καὶ ἔτι αἱ πρὸς τὸ Ν γωνίαι, ὥστε ἡ ΚΝ τὴν ΑΒ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. Ἡ ΚΝ ἄρα ἐπὶ τὸ κέντρον πεσεῖται· ὀρθαὶ ἄρα εἰσὶν αἱ ὑπὸ ΕΚΛ, ΕΚΜ. Μείζων ἄρα ἡ ΕΛ τῆς ΛΚ. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΛΑ τῇ ΛΚ, ἀπὸ γὰρ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Λ ἐφάπτονται τοῦ κύκλου, μείζων ἄρα ἡ ΕΛ καὶ τῆς ΛΑ, ὥστε καὶ τὸ ΕΚΛ τρίγωνον τοῦ ΛΚΑ μεῖζόν ἐστί. Δια τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΚΜ τρίγωνον τοῦ ΚΒΜ μεῖζόν ἐστιν. Ὅλον ἄρα τὸ ΛΕΜ τρίγωνον μεῖζόν ἐστὶ συναμφοτέρων τῶν ΑΛΚ, ΚΜΒ τριγώνων. Πολλῷ ἄρα μεῖζόν ἐστὶ τὸ ΛΕΜ τρίγωνον τῶν περιεχομένων ἀποτμημάτων

ὑπό τε τῶν ΑΛ, ΛΚ, ΚΜ, ΜΒ εὐθειῶν, καὶ τῶν ΑΚ, ΚΒ περιφερειῶν, ὥστε τὸ ΕΜΛ τρίγωνον μεῖζον ἐστὶν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ περιεχομένου σχήματος ὑπό τε τῶν ΑΕ, ΕΒ εὐθειῶν καὶ τῆς ΑΚΒ περιφερείας. Τούτου προληφθέντος ἐξῆς ἂν εἴη τὸ προκείμενον δεῖξαι, ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλάσιόν ἐστι τοῦ αὐτοῦ κύκλου. Ἔστω γὰρ κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τοῦ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἥμισυ ἔστω τὸ Δ χωρίον, λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Δ χωρίον τῷ ΑΒΓ κύκλῳ. Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἔλασσόν ἐστιν αὐτοῦ ἢ μεῖζον. Ἔστω πρότερον ἔλασσον. Δυνατὸν ἄρα ἐστὶν ἀκολούθως τῇ ἐν τῷ δωδεκάτῳ τῶν στοιχείων ἀγωγῇ ἐγγράψαι εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον πολύγωνον, ὥστε μεῖζον αὐτὸ γίνεσθαι τοῦ Δ χωρίου.

Ἐγγεγράφθω καὶ ἔστω τὸ ΑΒΓΕΖΗ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κέντρου ἐπὶ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΑΒ κάθετος ἤχθω ἡ ΘΚ. Ἐπεὶ οὖν ἡ περίμετρος τοῦ κύκλου μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου (ἐπεὶ καὶ ἑκάστη περιφέρεια τῆς ὑπ' αὐτὴν εὐθείας), ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μείζων τῆς ΘΚ καθέτου, μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τοῦ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς ΘΚ. Καὶ ἔτι τὸ μὲν ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ διπλάσιον τοῦ Δ χωρίου· τὸ δὲ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ΘΚ διπλάσιον τοῦ πολυγώνου, ὥστε καὶ τὰ ἥμίση· μεῖζον ἄρα τὸ Δ χωρίον τοῦ ΑΒΓΕΖΗ πολυγώνου. Ἀλλὰ καὶ ἔλαττον, ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα τὸ Δ χωρίον ἔλαττόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου, λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ

compris entre les droites AL, LK, KM, MB, et les arcs AK, KB. C'est pourquoi le triangle EML est plus grand que la moitié de la figure comprise entre les droites AE, EB et l'arc AKB. Cela posé il faudroit actuellement démontrer que le produit de la circonférence du cercle par le rayon est double du cercle même. Pour cela, soit (fig. 10) le cercle ABG l'espace D égal à la moitié du produit de la circonférence du cercle par le rayon, je dis que cet espace D est égal au cercle ABG. Car s'il ne lui étoit pas égal, il seroit ou plus petit, ou plus grand. Supposons-le d'abord plus petit, il sera donc alors possible, conséquemment à ce qui est dit dans le douzième des élémens, d'inscrire dans le cercle ABG un polygone plus grand que l'espace D.

Soit ABGEZH ce polygone inscrit. Soit (fig. 11) menée du centre T la perpendiculaire TK sur un des côtés AB. Puisque le contour du cercle est plus grand que le contour du polygone, (chaque arc étant plus grand que la droite qui le soutend), et que le rayon du cercle est plus grand que la perpendiculaire TK, le produit du contour du cercle par son rayon est plus grand que le produit du contour du polygone par la perpendiculaire TK; le produit du contour du cercle par le rayon est double de l'espace D. Et le produit du contour du polygone par la perpendiculaire TK, est double de ce polygone, il en est de même des moitiés. Donc l'espace D est moins grand que le polygone ABGEZH, mais aussi en même temps plus petit, ce qui est impossible. Donc l'espace D n'est pas plus petit que le cercle ABG. Je dis aussi qu'il n'est pas plus grand. Car supposons possible que D soit

plus grand que le cercle A B G. Il est possible dans cette supposition, conséquemment à ce qui a déjà été exposé dans le théorême précédent, qu'en décrivant un polygone autour du cercle, en coupant par moitié les arcs qu'il comprendra, et en retranchant des segmens, des portions plus grandes que les moitiés, nous circonscrivions au cercle un polygone tel qu'il soit plus petit que l'espace D, les restes des segmens dans le cercle étant laissés moindres que l'excès dont l'aire D surpasse le cercle A B G.

(Fig. 12, 13.) Soit L M N X O P ce cercle circonscrit, et joignons T B. Puisque le périmètre du polygone circonscrit est plus grand que la circonférence du cercle, le produit du périmètre du polygone par T B est plus grand que le produit de la circonférence du cercle par T B, et les moitiés sont dans le même rapport. Donc le polygone est plus grand que l'espace D, mais aussi en même temps plus petit, ce qui est absurde. Donc l'espace D n'est pas plus grand que le cercle A B G. Mais il a été démontré qu'il n'est pas plus petit. Donc il lui est égal. Ainsi le produit de la circonférence du cercle par le rayon, étant double de l'espace D, est double aussi du cercle même. Or je dis que parmi les figures isopérimètres et qui ont un égal nombre de côtés, la plus grande est celle qui est équilatérale et équiangle. Car soit le premier triangle A B G non isoscèle dont le côté A B est plus grand que B G, et soit construit sur A G un autre triangle, mais isoscèle, tel que la somme de ses deux côtés soit égale à la somme des deux A B, B G; il s'agit de prouver que l'isoscèle est plus grand que A B G non isoscèle.

(Fig. 14.) Soit A G coupée par moitié

μεῖζον. Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μεῖζον τὸ Δ χωρίον τοῦ ΑΒΓ κύκλου. Δυνατὸν ἄρα ἐστὶν ἀκολούθως τῇ ἐπὶ τοῦ προτεθέντος ἡμῖν θεωρήματος ἀγωγῇ, περιγράφοντας περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ τέμνοντας δίχα τὰς ἀπολαμβανομένας περιφερείας, καὶ ἀφαιροῦντας ἀπὸ τῶν τμημάτων μείζονα ἢ τὰ ἡμίση, περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε ἔλασσον αὐτὸ γίνεσθαι τοῦ Δ χωρίου, καταλειπομένων των ἐντὸς τοῦ κύκλου ἀπὸ τμημάτων ἐλασσόνων τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ Δ χωρίον τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

Περιγεγράφθω, καὶ ἔστω τὸ ΑΜΝΞΟΠ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ. Καὶ ἐπεὶ ἡ περίμετρος του περιγεγραμμένου πολυγώνου μεῖζων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ΘΒ, μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ΘΒ, ὥστε καὶ τὰ ἡμίση. Τὸ ἄρα πολύγωνον μεῖζον ἐστὶ τοῦ Δ χωρίου. Ἀλλὰ ἔλαττον, ὅπερ ἄτοπον. Οὐκ ἄρα τὸ Δ χωρίον μεῖζον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἔλαττον· ἴσον ἄρα, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ, διπλάσιον ὂν τοῦ Δ χωρίου, διπλάσιον ἐστὶ καὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου. Λέγω δὴ ὅτι καὶ τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων, καὶ τὰς πλευρὰς ἰσοπληθεῖς ἐχόντων, τὸ μέγιστον ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ἰσογώνιον. Ἔστω γὰρ πρῶτον τρίγωνον ἀνισοσκελὲς τὸ ΑΒΓ, μείζονα ἔχον τὴν ΑΒ τῆς ΒΓ. Καὶ ἔστω ἐπὶ τῆς ΑΓ ἕτερον τρίγωνον ἰσοσκελὲς συστήσασθαι, ὥστε συναμφοτέρας τὰς πλευρὰς συναμφοτέραις ταῖς ΑΒ, ΒΓ ἴσας εἶναι, καὶ δεῖξαι ὅτι τὸ ἰσοσκελὲς μεῖζον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ ἀνισοσκελοῦς.

Τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Δ, καὶ

ἀνεσάτω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΕ, καὶ ἔστω συναμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΒΓ ἡμίσεια ἡ ΑΖ. Φανερὸν δὴ ὅτι μεῖζων ἐστὶν ἡ ΑΖ τῆς ΑΔ, ᾧ δὴ μεῖζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ, ἐκείνῳ ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΓ· ἰσοσκελὲς ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕΓ τρίγωνον. Καὶ ἐπεὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΕ ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΕ, ἔστι δὲ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσα. Ὑπόκειται γάρ; καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΖ, ὥστε καὶ ἡ ΑΕ ἴση ἐστὶ τῇ ΑΖ, καὶ τὰ διπλάσια. Καὶ αἱ ΑΕ ΕΓ, ἄρα ἴσαι εἰσὶ ταῖς ΑΒ, ΒΓ. Ἰσοσκελὲς ἄρα τρίγωνον συνέσταται ἐπὶ τῆς ΑΓ τὸ ΑΕΓ ἴσας ἔχων τὰς ΑΕ, ΕΓ, ταῖς ΑΒ, ΒΓ τοῦ ἀνισοσκελοῦς, λέγω δὴ ὅτι καὶ μεῖζον ἐστὶ τὸ ΑΕΓ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ. Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΕ ἐπὶ τὸ Η σημεῖον, καὶ κείσθω τῇ ΕΓ ἴση ἡ ΕΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΒ, ΗΒ. Ἐπεὶ οὖν αἱ ΗΒ, ΒΑ, μείζονες εἰσὶ τῆς ΗΑ, τουτέστι τῶν ΑΕ, ΕΓ, τουτέστι τῶν ΑΒ, ΒΓ, κοινῆς ἀφῃρεθείσης τῆς ΑΒ, λοιπὴ ἡ ΒΗ λοιπῆς τῆς ΒΓ μείζων ἐστί. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΕ τῇ ΕΓ ἐστὶν ἴση, καὶ κοινὴ ἡ ΕΒ, καὶ βάσις ἡ ΗΒ βάσεως τῆς ΒΓ μείζων. Γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΕΒ γωνίας τῆς ὑπὸ ΒΕΓ μείζων ἐστὶν, ὥστε ἡ ὑπὸ ΗΕΒ τῆς ὑπὸ ΗΕΓ μείζων ἐστὶν, ἥ ἡμίσεια. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῆς αὐτῆς ἡμίσεια ἐκτὸς οὔσης τοῦ ΑΓΕ ἰσοσκελοῦς τριγώνου· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΕΒ τῆς ὑπὸ ΑΓΕ. Κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΗΕΘ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΘ τῇ ΑΓ. Διήχθω ἡ ΑΒ καὶ συμπιπτέτω τῇ ΕΘ κατὰ τὸ

en D, élevons de D la perpendiculaire DE, et soit AZ la moitié de la somme des côtés AB, BG. Il est évident que AZ est plus grande que AD. Soit le carré de DE égal à la quantité dont le carré de AZ est plus grand que le carré de AD, et joignons EA, EG, le triangle AEG est donc isoscèle. Et puisque les carrés faits sur AD et DE sont égaux ensemble au carré de AE, ils le sont aussi au carré de AZ, car c'est la supposition ; donc le carré de AE est égal au carré de AZ, et par conséquent AE est égale à AZ, et leurs doubles sont égaux aussi. On a donc établi sur AG un triangle isoscèle AEG dont les côtés AE, EG sont égaux ensemble aux côtés AB, BG du triangle non isoscèle. Or, je dis que ce triangle AEG est plus grand que le triangle ABG. Car soit prolongée AE jusqu'au point H, et soit faite EG égale à EH. Joignons EB, HB. Puisque les droites HB, BA sont plus grandes que AH, c'est-à-dire que AE + EG, c'est-à-dire que AB + BG, retranchant AB commune, reste BH plus grande que BG. Or HE est égale à EG, et EB est commune, en même temps que la base HB est plus grande que la base BG. Donc l'angle HEB est plus grand que l'angle BEG. Par conséquent l'angle HEB est plus grand que la moitié de l'angle HEG ; mais l'angle AGE est la moitié de cet angle HEG qui est extérieur au triangle isoscèle AGE. Donc l'angle HEB est plus grand que l'angle AGE. Supposons l'angle HET égal à l'angle AGE. ET est donc parallèle à AG. Menons AB qui rencontrera ET en T, et joignons TG. Le

triangle AEG est égal au triangle ATG. Mais le triangle ATG est plus grand que le triangle ABG, donc le triangle AEG est plus grand que le triangle ABG.

(Fig. 15, 16.) Soient encore sur les bases inégales AB, GD, les triangles isoscèles AEB, GZD tels que AE, EB et GZ, ZD soient égaux, et que AB soit plus grand que GD. Puisque les deux côtés AE, EB sont égaux aux deux GZ, ZD, mais la base AB étant plus grande que la base GD, l'angle E est plus grand que l'angle Z. Les triangles ne sont donc pas semblables, parce que la base AB est à chacun des côtés AE, EB, en plus grande raison, que EZ à chacun des côtés GZ, ZD. Or, il faut construire des triangles isoscèles semblables sur les bases AB, GD, en sorte que les quatre côtés soient ensemble égaux aux côtés AE, EB, GZ, ZD. Tirons la droite HT égale à AE, EB, GZ, ZD, et coupons-la en K de manière que HK soit à KT comme AB est à GD. Or, AB est plus grand que GD, donc HK est plus grand que KT. Coupons chaque partie HK, KT en deux portions égales en L et en M. Puisque HT est plus grande que les deux bases AB, GD, étant composée des droites AE, EB, GZ, ZD, et que HK est à TK comme AB est à GD, donc HK est plus grande que AB, et KT plus que GD. Or, chacune des deux parties HK, KT est coupée en deux portions égales aux points L et M. Donc deux des droites AB, HL, LK sont plus grandes que l'autre de ces trois. Il en est de même des droites GD, KM, MT. Faisons maintenant des trois lignes AB, HL, LK, le triangle ANB, il est clair que ses côtés tomberont en dehors de AE, EB, parce que AE, EB sont la moitié de HT, et que HL,

Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΓ· ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΕΓ τρίγωνον τῷ ΑΘΓ τριγώνῳ, ἀλλὰ τὸ ΑΘΓ τοῦ ΑΒΓ μεῖζόν ἐστι, καὶ τὸ ΑΕΓ ἄρα μεῖζον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ.

Ἔστω πάλιν ἐπὶ ἀνίσων βάσεων τῶν ΑΒ, ΓΔ ἰσοσκελῆ τρίγωνα τὰ ΑΕΓ, ΓΖΔ, ὥστε τὰς ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ, ἴσας εἶναι ἀλλήλαις, μεῖζων δὲ ἔστω ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ. Καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΑΕ, ΕΒ, δυσὶ ταῖς ΓΖ, ΖΔ ἴσαι εἰσὶν, ἀλλὰ καὶ βάσις ἡ ΑΒ βάσεως τῆς ΓΔ μεῖζων ἐστὶ, γωνία ἄρα ἡ πρὸς τῷ Ε γωνίας τῆς πρὸς τῷ Ζ μεῖζων ἐστὶν, ὥστε ἀνόμοια ἔσται τὰ τρίγωνα, ἢ καὶ ὅτι ἡ ΑΒ πρὸς ἑκατέραν τῶν ΑΕ, ΕΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΔ πρὸς ἑκατέραν τῶν ΓΖ, ΖΔ. Δεῖ δὴ ἐπὶ τῶν ΑΒ ΓΔ, ὅμοια ἰσοσκελῆ τρίγωνα συστήσασθαι, ὥστε τὰς δ' πλευρὰς ἅμα ἴσας εἶναι ταῖς ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ τέτρασι πλευραῖς. Ἐκκείσθω γὰρ ἡ ΗΘ εὐθεῖα ἴση οὖσα ταῖς ΑΕ ΕΒ ΓΖ ΖΔ, καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ Κ ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτω τὴν ΗΚ πρὸς τὴν ΚΘ, μείζων δὲ ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΗΚ τῆς ΚΘ. Τετμήσθω δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν ΗΚ ΚΘ δίχα κατὰ τὰ Λ Μ. Καὶ ἐπεὶ μειζων ἐστὶν ἡ ΗΘ συναμφοτέρων τῶν ΑΒ ΓΔ, ἐπεὶ καὶ αἱ ΑΕ ΕΒ ΓΖ ΖΔ, καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΘΚ, μείζων ἄρα καὶ ἡ μὲν ΗΚ τῆς ΑΒ, ἡ δὲ ΚΘ τῆς ΓΔ, καὶ τέτμηται ἑκατέρα τῶν ΗΚ ΚΘ δίχα κατὰ τὰ Λ Μ σημεῖα. Τῶν ἄρα ΑΒ ΗΛ ΛΚ, δύο ὁποιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσίν. Ὁμοίως δὴ καὶ τῶν ΓΔ ΚΜ ΜΘ. Συνεστάτω οὖν ἐκ τῶν ΑΒ ΗΛ ΛΚ τρίγωνον τὸ ΑΝΒ, δῆλον γὰρ ὅτι ἔξω πίπτουσι τῶν ΑΕ ΕΒ, ἐπειδήπερ αἱ μὲν ΑΕ ΕΒ ἡμίσειαι εἰσὶ τῆς ΗΘ, αἱ δὲ ΗΛ ΛΚ, τουτέστιν αἱ ΑΝ ΝΒ μείζονες ἡμισείας τῆς ΗΘ,

ἐκ δὲ τῶν ΓΔ, ΚΜ, ΜΘ, τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΓΕΔ. Φανερὸν γὰρ πάλιν ὅτι αἱ ἴσαι ταῖς ΚΜ, ΜΘ, ἐντὸς πεσοῦνται τοῦ ΖΓΔ, ἐπειδήπερ πάλιν αἱ μὲν ΓΖ, ΖΔ ἡμίσειαι εἰσὶ τῆς ΗΘ, αἱ δὲ ΚΜ, ΜΘ ἐλάττονες ἡμισείας· καὶ φανερὸν ὅτι ὅμοια ἔσται τὰ τρίγωνα. Ἐπειδήπερ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΓΔ, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, καὶ αἱ ἡμίσειαι, ἥ τε ΗΛ πρὸς ΚΜ, καὶ ἡ ΛΚ πρὸς ΜΘ, καὶ αἱ ἴσαι συνεστάμεναι, ἥ τε ΑΝ πρὸς ΓΞ, καὶ ἡ ΝΒ πρὸς ΞΔ.

LK, c'est-à-dire AN, NB sont plus grandes que la moitié de HT; et des droites GD, KM, MT, faisons le triangle GED. Il est clair encore que les droites égales à KM, MT tombent en dedans de ZGD, parce que GZ, ZD sont les moitiés de HT, et KM, MT moindres que la moitié, il est donc évident que ces triangles seront semblables, attendu que de même que AB est à GD, ainsi HK est à KT, ainsi que les lignes HL à KM, et LK à MT, et les droites faites égales, AN à GX, et NB à XD.

Ἐὰν ᾖ δύο ὅμοια ὀρθογώνια τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τῶν ὑποτεινουσῶν τὰς ὀρθὰς γωνίας ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ὁμολόγων πλευρῶν ὡς ἀπὸ μιᾶς κατὰ δύο. Ἔστω δύο ὅμοια ὀρθογώνια τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, ὀρθὰς ἔχοντα τὰς πρὸς τοῖς Β, Ε γωνίας, καὶ ἴσην τὴν μὲν πρὸς τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ, τὴν δὲ πρὸς τῷ Γ τῇ πρὸς τῷ Ζ. Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΔΖ ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΔΕ ὡς ἀπὸ μιᾶς, καὶ τῷ ἀπὸ τῶν ΒΓ, ΕΖ ὡς ἀπὸ μιᾶς. Διήχθω γὰρ ἡ ΔΕ ἐπὶ τὸ Η, καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΕΗ, καὶ διὰ τοῦ Η τῇ ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΔΖ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Θ. Διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΕΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΚ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΚ. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΖΘ τῇ πρὸς τῷ Δ, ἤτοι τῇ πρὸς τῷ Α, ἀλλὰ καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Β, Κ, καὶ ἔστιν ἡ ΑΒ ἴση τῇ ΖΚ, ἐπεὶ καὶ τῇ ΕΗ, ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ ὅμοιον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ τὸ ΖΚΘ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΔ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΔΗ, ΗΘ, καὶ ἔστι τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΔΘ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ, ΔΖ, ὡς μιᾶς, ἴση γὰρ ἡ ΑΓ τῇ ΖΘ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΗ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ΔΕ, ὡς μιᾶς. Ἴση γὰρ ἡ ΒΓ τῇ

Si l'on a deux triangles rectangles semblables, le carré des hypoténuses qui soutendent les angles droits, est, comme si ces deux hypoténuses n'en faisoient qu'une seule, égal à la somme des carrés des deux autres côtés homologues des deux triangles, comme s'ils n'en faisoient qu'un seul. Soient (Fig. 17, 18) les deux triangles rectangles semblables ABG, DEZ dont les angles droits sont en B et en E, et qui aient l'angle en A égal à l'angle en D, et l'angle en E égal à l'angle en Z. Je dis que le carré des hypoténuses AG, DZ est comme s'il étoit fait sur une seule, égal au carré des côtés AB, DE, comme fait sur un seul côté, et au carré des côtés BG, EZ comme fait sur un seul. Car prolongeons DE en H, faisons EH égale à AB, par H menons HT parallèle à EZ, et faisons-la rencontrer en T par la droite DZ prolongée. Enfin par le point Z menons ZK parallèle à EH, et nous aurons un parallélogramme EK, et puisque l'angle KZT est égal à l'angle D, et encore à l'angle A, et que les angles B, K sont droits, et que AB est égale à CZ, parce qu'elle l'est à EH, le triangle KZT est donc égal et semblable au triangle ABG. Et puisque le carré de DT est égal aux carrés de DH et de HT, et que le carré de DT est celui de AG, DZ, comme fait sur une seule hypoténuse, car AG est égale à ZT, et que le carré de DH est celui de AB, DE, comme fait sur un

seul côté, car BG est égal à CT, et HC à EZ, donc le carré de AG, DZ regardées comme une seule ligne, est égal au carré fait sur AB, DE comme seule, et sur BG, EZ, comme seule aussi.

La somme de deux triangles isoscèles semblables entr'eux, qui ont des bases inégales, est plus grande que la somme de deux triangles isoscèles, non semblables entre eux ; mais isopérimètres aux deux triangles semblables. (Fig. 19.) Soient sur les bases inégales AG, GE, les triangles isoscèles AZG, GDE ; et soient sur les mêmes bases, les triangles isoscèles ABG, GHE isopérimètres aux triangles AZG, GDE, mais non semblables; je dis que les triangles AZG, GDE sont plus grands ensemble que les deux ABG, GHE. Car AG et GE étant mises en ligne droite, faisons GE plus grande que AG, joignons B, Z, D, H, et prologeons-les jusqu'aux bases. Elles les couperont perpendiculairement chacune en deux parties égales, parce que les triangles sont isoscèles. Soient T, K les points où ces bases sont coupées, menons BT prolongée en L, de manière que TL soit égale à BT, et joignons LG. L'angle BGT sera égal à l'angle LGT, parce que BT est égale à TL, et que BL est perpendiculaire sur TG. Mais l'angle BGT est plus grand que l'angle DGK, puisque l'angle ZAG, c'est-à-dire ZGT, est égal à l'angle DGE, à cause de la similitude des triangles ZAG, DGE. Donc l'angle LGT est plus grand que l'angle DGK, et beaucoup plus encore que l'angle HGK. C'est pourquoi la droite LH coupe GK, parce que la droite DN tombe en dehors de GH, les angles TGL, KCN opposés au sommet étant égaux. Car elle ne coupe pas KE pour ne pas couper AK prolongée en aboutissant

ΚΘ, ἡ δὲ ΗΚ τῇ ΕΖ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ, ΔΖ ὡς μιᾶς, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ΑΒ, ΔΕ, ὡς μιᾶς, καὶ ἔτι τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ, ΕΖ ὡς μιᾶς.

Τὰ ἐπὶ ἀνίσων βάσεων ὅμοια ἰσοσκελῆ τρίγωνα, συναμφότερα τῶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν βάσεων συναμφοτέρων ἰσοσκελῶν τριγώνων ἀνομοίων μὲν ἀλλήλοις καὶ τοῖς ὁμοίοις, ἰσοπεριμέτρων δὲ αὐτοῖς, μείζονά ἐστιν. Ἔστω ἐπὶ ἀνίσων βάσεων τῶν ΑΓ, ΓΕ ὅμοια ἰσοσκελῆ τρίγωνα τὰ ΑΖΓ, ΓΔΕ, καὶ ἐπὶ τῶν αὐτῶν βάσεων, ἄλλα ἔστω ἰσοσκελῆ τὰ ΑΒΓ, ΓΗΕ, ἰσοπερίμετρα μὲν τοῖς ΑΖΓ, ΓΔΕ, ἀνόμοια δὲ, λέγω ὅτι τὰ ΑΖΓ, ΓΔΕ, συναμφότερα συναμφοτέρων τῶν ΑΒΓ, ΓΗΕ, μείζονα ἐστί. Κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΑΓ τῇ ΓΕ, καὶ μείζονα τὴν ΓΕ τῆς ΑΓ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΖ, ΔΗ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰς βάσεις. Τέμνουσιν ἄρα αὐτὰς δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς, διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὰ τρίγωνα. Τεμνέτωσαν κατὰ τὰ Θ, Κ σημεῖα, καὶ διήχθω ἡ ΒΘ, καὶ κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ΘΛ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΓ. Ἔσται δὴ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΓΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΛΓΘ, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΘ τῇ ΘΛ, καὶ πρὸς ὀρθὰς τὴν ΒΛ τῇ ΘΓ. Ἀλλ' ἡ ὑπο ΒΓΘ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπο ΔΓΚ, ἐπεὶ καὶ ἡ ὑπο ΖΑΓ τουτέστιν ἡ ὑπο ΖΓΘ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπο ΔΓΕ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΖΑΓ, ΔΓΕ τριγώνων, καὶ ἡ ὑπο ΛΓΘ ἄρα μείζων ἐστὶ τῆς ὑπο ΔΓΚ, καὶ πολλῷ τῆς ὑπο ΗΓΚ, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ΑΗ ἐπιζευγνυμένη τεμεῖ τὴν ΓΚ τῆς ΑΝ εὐθείας, ἐκτος τῆς ΓΗ πιπτούσης, τῶν κατὰ κορυφὴν τῶν ὑπο ΘΓΛ, ΚΓΝ γωνιῶν ἴσων γινομένων. Οὐ γὰρ τὴν ΚΕ τεμεῖ, ἵνα μὴ

τὴν ΑΚ ἐκβαλλομένην τέμῃ, καὶ κατ' ἄλλο σημεῖον ἢ τὸ Η. Τεμνέτω οὖν, ὡς ἔφαμεν, ἡ ΛΗ τὴν ΓΚ κατὰ τὸ Μ. Ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΗ ΗΕ ταῖς ΑΖ ΖΓ ΓΔ ΔΕ, ἴσαι εἰσὶν, ὑπόκεινται γὰρ ἰσοπερίμετροι, καὶ αἱ ἡμίσειαι αἱ ΒΓ ΓΗ, τουτέστιν αἱ ΛΓ ΓΗ ταῖς ἡμισείαις ΖΓ ΓΔ ἴσαι εἰσίν. Αἱ δὲ ΛΓ ΓΗ τῆς ΛΗ μείζονές εἰσι· καὶ αἱ ΖΓ ΓΔ ἄρα τῆς ΛΗ μείζονές εἰσι· καὶ τὸ ἀπὸ συναμφότερον ἄρα τῆς ΖΓ ΓΔ ὡς μιᾶς, μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΛΗ. Ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ συναμφότερον τῆς ΖΓ ΓΔ ὡς μιᾶς, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ συναμφότερον τῆς ΖΘ ΔΚ ὡς μιᾶς μετὰ τῶν ἀπὸ συναμφότερον τῆς ΘΓ ΓΚ ὡς μιᾶς, διὰ τὴν τῶν ΘΖΓ ΓΔΚ τριγώνων ὀρθογωνίων ὁμοιότητα, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη. Τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΛΗ ἴσον τῷ ἀπὸ συναμφότερον τῆς ΗΚ ΛΘ ὡς μιᾶς, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΗΚ ΒΘ ὡς μιᾶς μετὰ τοῦ ἀπὸ συναμφότερον τῆς ΚΜ ΜΘ ὡς μιᾶς, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΚ, διὰ τὸ πρὸ τούτου πάλιν. Τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφότερον τῆς ΔΚ ΖΘ ὡς μιᾶς μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΚ, μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ συναμφότερον τῆς ΗΚ ΒΘ ὡς μιᾶς μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΚ. Καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΚ, λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ συναμφότερον τῆς ΖΘ ΔΚ ὡς μιᾶς, μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ συναμφότερον τῆς ΒΘ ΗΚ ὡς μιᾶς. Καὶ μήκει ἄρα μεῖζων ἡ ΖΘ ΔΚ τῆς ΒΘ ΗΚ. Κοιναὶ ἀφῃρήσθωσαν αἱ ΖΘ ΗΚ. Λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΗ μεῖζων ἐστὶ τῆς ΖΒ· καὶ ἐπεὶ μεῖζων ἐστὶν ἡ ΓΕ τῆς ΑΓ καὶ αἱ ἡμίσειαι, μεῖζων ἄρα καὶ ἡ ΓΚ τῆς ΓΘ, καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΔΗ ΚΓ ἥμισυ τὸ ΔΗΓ τρίγωνον, τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΖ ΘΓ ἥμισυ τὸ ΒΖΓ τρίγωνον. Μεῖζον ἄρα τὸ ΔΗΓ τρίγωνον τοῦ ΒΖΓ τριγώνου. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΔΗΕ τρίγωνον μεῖζον ἐστὶ τοῦ ΒΖΑ τριγώνου· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΓΔΗΕ κοιλογώνιον, μεῖζον ἐστὶ

à quelqu'autre point que H. Que LH coupe donc GK en M, comme nous l'avons dit. Puisque les droites AB, BG, GH, HE, sont égales aux droites AZ, ZG, GD, DE, car elles sont supposées isopérimètres, les moitiés BG, GH, c'est-à-dire LG, GH, sont égales aux moitiés ZG, GD. Mais les droites LG, GH sont plus grandes que LH. Donc les droites ZG, GD sont plus grandes que LH. Donc aussi le carré fait sur les deux ZG, GD, comme sur une ligne unique, est plus grand que le carré fait sur LH, mais égal au carré fait sur les deux ZG, GK, comme sur un seul côté, à cause de la similitude des triangles rectangles TZG, GDK, comme il vient d'être démontré. Mais le carré fait sur LH est égal au carré fait sur HK, BT comme unique, avec le carré fait sur les deux droites HK, LT comme unique, c'est-à-dire avec le carré de KT, d'après encore ce qui a été dit précédemment. Donc le carré fait sur les deux droites DK, ZT, comme sur une seule, avec celui de TK, est plus grand que le carré fait sur les deux HK, BT, comme si elles n'étaient qu'une, avec le carré de TK. Otant le carré de TK commun, reste le carré fait sur les deux ZT, DK comme seule droite plus grand que le carré fait sur les deux BT, HC, comme seule droite. Donc ZT, DK a plus de longueur que BT, HK. Retranchant ZT, HK, reste DH plus grande que ZB. Et puisque GE est plus grande que AG, et qu'ainsi sont leurs moitiés; il s'ensuit que GK est plus grande que GT, que le triangle DHG est la moitié du rectangle de DH par HG, et que le triangle BZG est la moitié du rectangle BZ, TG. Donc le triangle DHG est plus grand que le triangle BZG. Pour les mêmes raisons, le triangle DHE est plus grand que le triangle BZA. Donc le polygone creux total DGHE

est plus grand que le polygone creux BAZG. Ajoutons-y les triangles AZG, GHE communs, alors la somme des triangles AZG, DGE est plus grande que la somme des triangles HGE, ABG.

De toutes les figures rectilignes isopérimètres qui ont un égal nombre de côtés, la plus grande est celle qui a ses côtés égaux et ses angles égaux. (Fig. 20 et 21.) Car soit ABGDEZ la plus grande de ces figures, je dis que c'est celle qui a ses côtés égaux, et ses angles égaux; d'abord qu'elle a ses côtés égaux, car supposé que cela n'est pas, soit AB non égal à BG, joignons AG, faisons sur AG le triangle isoscèle AHG qui a ses deux côtés AH, HG égaux aux deux AB, BG, le triangle AHG est donc plus grand que le triangle ABG. Ajoutons-y le quinquilatère commun AGDEZ, l'exagone AHGDEZ sera plus grand que l'exagone ABGDEZ, qui est suivant la supposition la plus grande figure, ce qui est absurde. Donc AB n'est pas inégal à BG. Nous démontrerons de même qu'aucun autre côté n'est inégal à tout autre. Donc l'exagone ABGDEZ est équilatéral. Je dis qn'il est équiangle. Car supposé que cela n'est pas, mais qu'il soit possible que l'angle A soit plus grand que l'angle B, dans la figure (21) et joignons ZB, BD. Donc les triangles ZAB, BGD sont isoscèles, comme cela a été démontré. Donc ZB est plus grand que BD, à cause de l'angle en A plus grand que l'angle en G. Construisons sur ZB, BD les triangles isoscèles ZHB, DBT, comme cela a été démontré, ayant la somme des côtés ZHB, BTD, égale à la somme des côtés ZHB, BTD sont plus grands que les triangles ZAB, BGD, car cela a été démontré. Étant ajouté le quadrilatère ZBDE commun, le polygone ZHBTDE sera plus grand que le plus

τοῦ ΒΑΖΓ κοιλογωνίου. Κοινὰ προσκείσθωσαν τὰ ΑΖΓ ΓΗΕ τρίγωνα, ὥστε συναμφότερον τὸ ΑΖΓ ΔΓΕ τρίγωνα, μείζονα ἐστὶ συναμφοτέρων τῶν ΗΓΕ ΑΒΓ τριγώνων.

Τῶν ἰσοπεριμέτρων εὐθυγράμμων σχημάτων, καὶ τὰς πλευρὰς ἰσοπληθεῖς ἐχόντων, τὸ μέγιστον ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ἰσογώνιον. Ἔστω γὰρ μέγιστον τῶν εἰρημένων σχημάτων τὸ ΑΒΓΔΕΖ, λέγω ὅτι ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ἰσογώνιον, καὶ πρῶτον ὅτι ἰσόπλευρον. Μὴ γὰρ, ἀλλ' ἔστω ἄνισος ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΑΓ τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΗΓ, ἴσας ἔχον συναμφοτέρας τὰς ΑΗ ΗΓ, συναμφοτέραις ταῖς ΑΒ ΒΓ· μεῖζον ἄρα τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. Καὶ κοινοῦ προσεθέντος τοῦ ΑΓΔΕΖ πενταπλεύρου, ἔσται τὸ ΑΗΓΔΕΖ ἑξάγωνον, μεῖζον τοῦ ΑΒΓΔΕΖ μεγίστου, ὅπερ ἄτοπον. Οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΒΓ. Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις ἑτέρᾳ τινί. Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον, λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον. Μὴ γὰρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν μεῖζων ἔστω τῆς Β γωνίας ἡ πρὸς τῷ Α γωνία, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς ἐξῆς καταγραφῆς. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ ΒΔ, τὰ ΖΑΒ ΒΓΔ ἄρα τρίγωνα ἰσοσκελῆ εἰσὶν, ὡς προεδείχθη. Μείζων ἄρα ἡ ΖΒ τῆς ΒΔ, διὰ τὸ τὴν πρὸς τῷ Α γωνίαν μείζονα εἶναι τῆς πρὸς τῷ Γ. Συνεστάτω ἐπὶ τῶν ΖΒ ΒΔ ἰσοσκελῆ τρίγωνα, ὡς προεδείχθη τὰ ΖΗΒ ΒΘΔ, συναμφοτέρας τὰς ΖΗΒ ΒΘΔ συναμφοτέραις ταῖς ΖΑΒ ΒΓΔ ἴσας ἔχοντα. Μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ ΖΗΒ ΒΘΔ τῶν ΖΑΒ ΒΓΔ, δέδεικται γάρ. Καὶ κοινοῦ προσεθέντος τοῦ ΖΒ ΔΕ τετραπλεύρου, ἔσται τὸ ΖΗΒΘΔΕ τοῦ

ΑΒΓΔΕΖ μείζον, ὅπερ ἄτοπον. Οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία τῇ πρὸς τῷ Β. Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλη τινί. Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον. Τῶν ἄρα ἰσοπεριμέτρων εὐθυγράμμων σχημάτων, καὶ τὰς πλευρὰς ἰσοπληθεῖς ἐχόντων, τὸ μέγιστον, ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ἰσογώνιον, τοῦ δὲ ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου, μείζων ἐδείχθη ὁ κύκλος ὁ ἰσοπερίμετρος αὐτῷ. Πάντων ἄρα τῶν ἰσοπεριμέτρων ἐπιπέδων σχημάτων, μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ σφαῖρα μείζων ἐστὶ πάντων τῶν ἴσην ἐπιφάνειαν ἐχόντων στερεῶν σχημάτων, τοῖς ὑπὸ Ἀρχιμήδους δεδειγμένοις προσχρησάμενος, ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Ἔστω γὰρ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ περιγεγράφθω περὶ αὐτὸν πολύπλευρον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· καὶ ἔστω τὸ ΕΖΗΘ ΚΛΜΝ, καὶ διήχθω ἡ ΕΚ διὰ τοῦ κέντρου. Ἐὰν οὖν μενούσης τῆς ΕΚ περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ τὸ πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας αἰσθήσεται, αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν. Ἐπεὶ αἱ ΗΖ ΜΝ ἐκβαλλόμεναι καὶ συμπίπτουσαι, τρίγωνον ποιοῦσι μετὰ τῆς ΗΜ ἐπιζευγνυμένης, καθάπερ καὶ αἱ ΖΕ ΕΝ μετὰ τῆς ΖΝ. Ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ΗΘ ΜΛ, μετὰ τῆς ΗΜ ἐπιζευγνυμένης, καθάπερ καὶ αἱ ΘΚ ΛΚ μετὰ τῆς ΘΛ ἐπιζευγνυμένης, ἃ καὶ κατ' ἄλλων τινῶν αἱ εἰρημέναι πλευραὶ αἰσθήσονται, ὅταν τὸ πλῆθος τῶν εἰρημένων πλευρῶν μὴ μετρῆται ὑπὸ τετράδος, καὶ ἔσται στερεῶν σχῆμα περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπι-

grand ABGDEZ. Ce qui est absurde. Donc l'angle A n'est pas inégal à l'angle B. Nous démontrerons pareillement qu'aucun autre angle n'est inégal à aucun autre. Donc le polygone ABGDEZ est équiangle. Or il vient d'être démontré équilatéral. Donc des figures isopérimètres rectilignes qui ont un égal nombre de côtés, la plus grande est celle qui est équilatérale et équiangle. Mais il a été démontré que le cercle est plus grand qu'une figure équilatérale et équiangle qui lui est isopérimètre. Donc de toutes les figures planes isopérimètres, la plus grande est le cercle.

Or, en me servant des démonstrations d'Archimède dans son traité de la sphère et du cylindre, je dis que la sphère est plus grande que tous les solides qui ont une surface égale. Soit ABGD un grand cercle de la sphère, à laquelle est circonscrit un polygone EZHTKLM équilatéral et équiangle dont le nombre des côtés soit divisible par quatre. Menons EK par le centre. Si autour de EK qui demeure immobile, le plan dans lequel le cercle et le polygone sont décrits, fait une révolution entière jusqu'à ce qu'il se rétablisse au point d'où il aura commencé à tourner, la circonférence du cercle sera censée avoir fait la surface de la sphère, et les côtés du polygone seront censés avoir engendré des surfaces coniques. Les droites HZ, MN étant des tangentes, et par leur rencontre si on les prolongeoit formant un triangle avec la droite HM qui les joint, comme ZE, NE avec ZN. Pareillement les droites HT, ML avec la droite HM qui les joint, et TK, LK avec la droite TL, ou tous les côtés que l'on concevra à tout autre polygone. Si leur nombre des côtés n'étoit pas divisible par quatre, la figure de ces solides consistera dans des surfaces coniques

ou autres, et sa surface sera plus grande que celle de la sphère. Car c'est ce qu'il a démontré.

Cela prouvé, je dis que la sphère qui a sa surface égale à celle du solide compris sous des surfaces coniques ou autres, est plus grande que cette surface du solide. Car soit la sphère A qui ait sa surface égale à celle du solide en question, je dis que la sphère A est plus grande que ce solide. En effet, puisque la surface du solide compris sur les surfaces coniques est plus grande que la surface comprise sous la sphère, et que la surface de ce solide est égale à la surface de la sphère, donc la surface de la sphère est plus grande que celle de la sphère inscrite dans le solide. Et comme il a démontré que la surface de toute sphère est quadruple de celle de son grand cercle, en prenant les quarts, le grand cercle de la première sphère sera plus grand que le grand cercle de la sphère inscrite au solide, de même que le rayon de l'une est plus grand que le rayon de l'autre.

(Fig. 22.) Supposons le cercle BGD égal à la surface de la sphère A, autour du centre E; et un autre cercle ZHT égal à la surface du solide compris sous les surfaces coniques autour du centre K le cercle BGD est égal au cercle ZHT, puisque leurs surfaces sons égales. Elevons sur le cercle BGD un cône qui ait pour hauteur EL égale au rayon de la sphère A, et sur le cercle ZHT un autre cône dont la hauteur soit égale au rayon KM de la sphère inscrite au solide, la hauteur EL sera donc plus grande que la hauteur KM. Comme il est démontré que les cônes qui ont des bases égales, sont comme

φανειῶν, ἢ καὶ ἄλλων τινῶν· καὶ μείζων ἔσται ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. Δέδεικται γὰρ αὐτῷ καὶ τοῦτο.

Τούτου δεδειγμένου, λέγω ὅτι καὶ ἡ σφαῖρα ἡ τὴν ἴσην ἐπιφάνειαν ἔχουσα τῷ στερεῷ τῷ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένῳ, ἢ καὶ ἑτέρων τινῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ αὐτοῦ στερεοῦ. Ἔστω γὰρ σφαῖρα ἡ Α, ἴσην ἔχουσα τὴν ἐπιφάνειαν τῷ εἰρημένῳ στερεῷ, λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ Α σφαῖρα τοῦ στερεοῦ. Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ τοῦ στερεοῦ ἐπιφάνεια τοῦ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένου, τῆς ἐπιφανείας τῆς περιλαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς σφαίρας, ἡ δὲ τοῦ στερεοῦ ἐπιφάνεια, ἴση ἐστὶ τῇ τῆς Α σφαίρας ἐπιφανείᾳ, καὶ ἡ τῆς Α ἄρα σφαίρας ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τῆς ἐν τῷ στερεῷ ἐγγραφείσης σφαίρας ἐπιφανείας. Καὶ ἐπεὶ δέδεικται αὐτῷ ὅτι πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τοῦ ἐν αὐτῇ, καὶ τὰ τέταρτα, καὶ ὁ ἐν τῇ πρώτῃ ἄρα σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος, μείζων ἐστὶ τοῦ τῆς ἐν τῷ στερεῷ γραφείσης σφαίρας μεγίστου κύκλου, ὥστε καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου.

Ἐκκείσθω δὴ κύκλος ὁ ΒΓΔ ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς Α σφαίρας, περὶ κέντρον τὸ Ε· καὶ ἕτερος ὁ ΖΗΘ, ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ στερεοῦ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περὶ κέντρον τὸ Κ, ἴσος δὴ ἐστὶν ὁ ΒΓΔ κύκλος τῷ ΖΗΘ κύκλῳ. Ἐπεὶ καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῇ ἐπιφανείᾳ. Ἀνεστάτω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ ΒΓΔ κύκλου κῶνος, ὕψος ἔχων ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς Α σφαίρας τὸ ΕΛ, ἀπὸ δὲ τοῦ ΖΗΘ κύκλου ἕτερος κῶνος, ὕψος ἔχων τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐν τῷ στερεῷ ἐγγραφείσης σφαίρας τὸ ΚΜ· μεῖζον ἄρα ἔσται τὸ ΕΛ ὕψος τοῦ ΚΜ ὕψους. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὅτι οἱ κῶνοι οἱ ἴσας ἔχοντες

βάσεις τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσι, καὶ εἰσὶν αἱ μὲν βάσεις τῶν κώνων ἴσαι, μεῖζον δὲ τὸ ΕΛ ὕψος, τοῦ ΚΜ ὕψους, μείζων ἄρα καὶ ὁ ΒΓΔ κῶνος τοῦ ΖΗΘΜ κώνου. Ἐπεὶ καὶ ἡ Α σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν αὐτῇ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου. Δέδεικται γὰρ αὐτῷ καὶ τοῦτο, ἔστι δὲ καὶ ὁ ΒΓΔΛ κῶνος τετραπλάσιον τοῦ αὐτοῦ κώνου, διὰ τὸ καὶ τὴν ΒΓΔ βάσιν τετραπλασίαν εἶναι τοῦ μεγίστου κύκλου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον, καὶ ἡ Α ἄρα σφαῖρα ἴση ἐστὶ τῷ ΒΓΔΛ κώνῳ. Ἔστι δὲ καὶ τὸ στερεὸν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν κώνων ἐπιφανειῶν ἴσον τῷ ΖΗΘΜ κώνῳ. Διὰ τὸ πάλιν δεδεῖχθαι αὐτῷ ὅτι ἐν τῷ περιγραφομένῳ σχήματι περὶ τὴν σφαίραν, ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγραφείσης ἐν αὐτῷ σφαίρας, ὥστε καὶ ἡ Α σφαῖρα, μείζων ἐστὶ τοῦ εἰρημένου στερεοῦ.

Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν παρὰ Πλάτωνι ε' πολυέδρων τεταγμένων σχημάτων τὸ αὐτὸ δειχθήσεται. Ἐκκείσθω γὰρ ἡ Α σφαῖρα, καὶ ἕν τι τῶν εἰρημένων ε' σχημάτων, ἴσην ἔχον τὴν ἐπιφάνειαν τῇ Α σφαίρᾳ, λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ πολυέδρου. Νενοήσθω γὰρ εἰς τὸ πολύεδρον ἐγγεγραμμένη σφαῖρα, μείζων ἄρα ἡ τοῦ πολυέδρου ἐπιφάνεια τῆς τῆς ἐγγεγραμμένης ἐν αὐτῷ σφαίρας ἐπιφανείας. Περιέχει γὰρ ἡ τοῦ πολυέδρου ἐπιφάνεια, ἴση οὖσα τῇ τῆς Α σφαίρας ἐπιφανείᾳ τὴν τῆς ἐγγραφείσης ἐν αὐτῷ σφαίρας ἐπιφάνειαν, ὥστε καὶ ἡ τῆς Α σφαίρας ἐπιφάνεια, μείζων ἐστὶ τῆς τῆς ἐν τῷ πολυέδρῳ ἐγγραφείσης σφαίρας ἐπιφανείας. Καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἄρα τῆς Α σφαίρας μείζων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐν τῷ πο-

leurs hauteurs, les bases de ces cônes étant égales, tandis que la hauteur EL est plus grande que la hauteur KM, il s'ensuit que le cône BGDL est plus grand que le cône ZHTM. Et puisque la sphère A est quadruple du cône qui a pour base un grand cercle de cette sphère, et pour hauteur le rayon de cette même sphère, car il l'a démontré, le cône BGDL est quadruple de ce cône, parce que la base BGD est quadruple du grand cercle, mais la hauteur égale, donc la sphère A est égale au cône BGDL, mais le solide compris sous les surfaces coniques est égale au cône ZHTM, parce qu'il a démontré aussi qu'à la figure circonscrite à la sphère, est égal le cône qui a pour base un cercle égal à la surface de cette figure, et une hauteur égale au rayon de cette sphère inscrite. Par conséquent la sphère A est plus grande que le solide en question.

On démontrera pareillement la même chose par les figures des cinq polyèdres de Platon. Car soit la sphère A, et qu'une de ces cinq figures ait sa surface égale à celle de la sphère A, je dis que la sphère est plus grande que le polyèdre. Car concevons la sphère inscrite dans le polyèdre. La surface du polyèdre sera donc plus grande que celle de la sphère inscrite. Car la surface de ce polyèdre laquelle est égale à la surface de la sphère A embrasse la surface de la sphère inscrite. Ainsi la surface de la sphère A est plus grande que la surface de la sphère inscrite au polyèdre. Par conséquent le rayon de la sphère A est plus grand que le rayon de la sphère inscrite, parce que la surface de la sphère A est égale à la surface du polyèdre. Donc

le cône qui a pour base un cercle égal à la surface de la sphère A, et une hauteur égale au rayon de cette sphère, est plus grand qu'une pyramide qui a sa base rectiligne égale à la surface du polyèdre, et sa hauteur égale au rayon de la sphère inscrite. Or comme tout cône est le tiers du cylindre qui a même base et même hauteur que ce cône, et que toute pyramide est le tiers du solide qui a même base et même hauteur que ce solide, que d'ailleurs le cylindre est le produit de sa base par sa hauteur, et le solide, le produit de sa base par sa hauteur. La hauteur du cylindre étant plus grande que la hauteur du solide, il s'ensuit qu'en prenant leurs tiers, le cône en question se trouve plus grand que la pyramide; mais le cône est égal à la sphère A. Car Archimède a aussi démontré que toute sphère est quadruple du cône qui a sa base égale au grand cercle de cette sphère, et sa hauteur égale au rayon mené du centre; et la surface de la sphère est quadruple de son grand cercle. Donc le cône en question qui a sa base égale à la surface de la sphère, et pour hauteur le rayon de cette sphère, est quadruple du cône qui a sa base égale au grand cercle de la sphère, et pour hauteur le rayon. Mais on a démontré que la sphère A est quadruple de ce cône même. Donc le cône qui a pour base un cercle égal à la surface de la sphère, et pour hauteur le rayon de cette sphère, est égal à cette sphère. Ainsi la sphère A est plus grande que la pyramide en question. Mais cette pyramide est égale au polyèdre dont il s'agit, parce que le rayon de la sphère inscrite à ce polyèdre, est perpendiculaire à chaque

λυέδρῳ ἐγγεγραμμένης σφαίρας. Ἐπεὶ καὶ ἡ τῆς Α σφαίρας ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ πολυέδρου ἐπιφανείᾳ. Ὁ ἄρα κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς Α σφαίρας, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτῆς, μείζων ἐστὶ πυραμίδος, τῆς βάσιν μὲν ἐχούσης εὐθύγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πολυέδρου, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγεγραμμένης σφαίρας. Ἐπειδήπερ πᾶς μὲν κῶνος κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον. Πᾶσα δὲ πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ στερεοῦ, τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῇ καὶ ὕψος ἴσον. Καὶ ἔστιν ὁ μὲν κύλινδρος ἡ βάσις ἐπὶ τὸ ὕψος, τὸ δὲ στερεὸν, ἡ βάσις ἐπὶ τὸ ὕψος. Καὶ ἔστι μεῖζον τὸ τοῦ κυλίνδρου ὕψος τοῦ τοῦ στερεοῦ ὕψους. Καὶ τῶν τρίτων ἄρα ληφθέντων, γίνεται μείζων ὁ εἰρημένος κῶνος, τῆς πυραμίδος. Ἀλλ' ὁ μὲν κῶνος ἴσος ἐστὶ τῇ Α σφαίρᾳ. Ἐπειδήπερ ἐδείχθη πάλιν Ἀρχιμήδει, ὅτι πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μείζονι κύκλῳ τῶν ἐν αὐτῇ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου. Καὶ ἔτι ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μείζονος κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ, ὥστε ὁ εἰρημένος κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου αὐτῆς, τετραπλασία ἐστὶ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ ἐν τῇ σφαίρᾳ μείζονι κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ Α σφαῖρα τετραπλασία τοῦ αὐτοῦ κώνου. Ἴσος ἄρα ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου αὐτῆς, ὥστε καὶ ἡ Α σφαῖρα μείζων ἐστὶ τῆς εἰρημένης πυραμίδος. Ἡ δὲ πυραμὶς ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ πολυέδρῳ· ὅτι καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ

κέντρου τῆς ἐγγεγραμμένης ἐν τῷ πολυέδρῳ σφαίρας, ἐφ' ἑκάστην ἕδραν αὐτοῦ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη, καὶ πολλαπλασιαζομένη ἐπ' αὐτὴν, τοσαῦτα στερεὰ ποιεῖ, ὅσον ἐστὶ τὸ πλῆθος τῶν περιεχόντων τὸ πολύεδρον ἐπιπέδων, ἅτινα στερεὰ συντιθέμενα, τριπλάσια ποιεῖ τὸ στερεὸν τοῦ πολυέδρου, διὰ τὸ καὶ ἕκαστον τῆς κατ' αὐτὸ πυραμίδος ἐξ ὧν σύγκειται τὸ πολύεδρον. Ἀλλὰ καὶ τῆς ἐκκειμένης πυραμίδος, τριπλάσιον ἐστὶ τὸ αὐτὸ στερεὸν, διὰ τὸ καὶ τὴν βάσιν αὐτοῦ ἴσην εἶναι τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πολυέδρου, τῶν κατὰ μέρος βάσεων τῶν πυραμίδων, ἐξ ὧν τὸ πολύεδρον σύγκειται. Τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγραφείσης σφαίρας, ὥστε καὶ ἡ Α σφαῖρα μείζων ἐστὶ τοῦ ὑποκειμένου πολυέδρου.

face de ce même polyèdre, et multiplié par elle produit autant de solides qu'il y a de plans qui forment ce polyèdre. La somme de ces solides fait un solide triple du polyèdre même, parce que chacun est triple de la pyramide qui lui appartient, entre celles dont la somme compose le polyèdre. Mais ce solide est lui-même triple de la pyramide, parce que la base de ce solide est égale à la surface du polyèdre, laquelle est une des bases particulières des pyramides dont le polyèdre est composé, et que la hauteur est égale au rayon de la sphère inscrite. Ainsi la sphère A est plus grande que le polyèdre supposé.

Ὅτι δὲ καὶ ἀπὸ φυσικῶν ἐπιχειρεῖ καὶ πρὸς τὴν τοιαύτην ἐπίστασιν, καὶ φησὶν ὅτι τῶν σωμάτων πάντων λεπτομερεστέρου καὶ ὁμοιομερεστέρου τοῦ αἰθέρος τυγχάνοντος, ἀκόλουθον ἂν εἴη πάλιν τὸ ὁμοιομερὲς σχῆμα αὐτῷ οἰκειῶσαι. Ὁμοιομερὲς δὲ τό τε κυκλικὸν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις, διὰ τὸ ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς ὁμοιοσχήμονος περιέχεσθαι, τὸ δὲ σφαιρικὸν ἐν τοῖς στερεοῖς, διὰ τὸ καὶ τοῦτο ὑπὸ μιᾶς ἐπιφανείας ὁμοιοσχήμονος περιέχεσθαι. Τοῦ δὲ αἰθέρος μὴ ὄντος ἐπιπέδου ἀλλὰ στερεοῦ, καταλείπεται αὐτὸν εἶναι σφαιροειδῆ, ἢ καὶ οὕτως αἰθὴρ σῶμα ἐστὶ φυσικὸν ὁμοιομερές. Πᾶν δὲ σῶμα φυσικὸν ὁμοιομερὲς ὁμοιομερεῖ στερεῷ ἐσχημάτισται, σχήματι δὲ ὁμοιομερεῖ ἐσχηματισμένον σχήμά τι, σφαιρικόν ἐστιν, ὁ αἰθὴρ ἄρα σφαιρικὸς ἂν εἴη. Οὐ μόνον δὲ τὸν οὐρανὸν βούλεται σφαιροειδῆ τε εἶναι καὶ σφαιροειδῶς φέρεσθαι, ἀλλὰ καὶ τοὺς ἀστέρας πάντας. Καὶ φησὶν ὅτι ἡ φύσις πάντα δημιουργοῦσα καὶ συστατικὴ τῶν ὅλων

Ptolemée prouve aussi par des raisons physiques ce qu'il avance, en disant que l'air étant de tous les corps le plus raréfié, et celui dont les parties sont les plus semblables entr'elles, il s'ensuit qu'il doit avoir une figure semblable à celle de ses parties. Mais la figure circulaire dans les plans est composée de parties semblables, parce qu'elle est contenue dans une seule ligne de même forme; et la sphérique dans les solides, parce qu'elle est contenue sous une surface de même forme. Or, l'air étant, non pas plan, mais solide, il ne lui reste que d'être sphérique. Ou encore : l'air est un corps physique composé de parties semblables. Or, tout corps physique composé de parties semblables est configuré en solide de figure semblable. Mais la figure conforme à la configuration de ses parties semblables est la sphérique, donc l'air est sphérique. Non-seulement il veut que le ciel soit sphérique et se meuve sphériquement, mais encore tous les astres. Et il dit

que la nature qui a tout fait et tout arrangé, a composé les corps naturels terrestres et corruptibles de contours et de figures non semblables, telles que la tête, le cou, les bras, le ventre et le reste. Puis donc que la nature aime à produire de préférence des figures circulaires, et qu'elle a donné aux substances terrestres et périssables qui ont un mouvement irrégulier et dissemblable, une figure dissemblable de celles qui sont circulaires, il s'ensuivra qu'elle a attribué aux corps célestes et incorruptibles qui ont un mouvement réglé et éternel, la figure semblable à la circulaire, c'est-à-dire la sphérique. En effet, si elles étoient planes ou en forme de disques, comme quelques personnes le croient parce qu'elles se montrent ainsi à la vue, la figure sphérique n'y paroîtroit pas également à toutes les personnes qui les voient en même temps de différents points de la terre, suivant ce qui est démontré dans les traités d'optique. Savoir : que les roues des chars paroissent tantôt rondes, tantôt écrasées. C'est pourquoi il conclut qu'il est raisonnable, mais il ne dit pas qu'il est de toute nécessité, parce qu'il se fonde sur des raisons physiques, que l'air qui entoure ces corps, et qui est partout de nature semblable, soit de forme sphérique, et qu'il doit se mouvoir uniformément, et circulairement en conséquence de la similitude de ses parties.

τυγχάνουσα, τὰ φυσικὰ σώματα ἐπίγειά τε καὶ φθαρτὰ ἐκ περιφερῶν καὶ ἀνομοιομερῶν σχημάτων συνεστήσατο· οἷον ὥσπερ κεφαλὴν καὶ τράχηλον, καὶ βραχίονας, καὶ κοιλίαν καὶ τὰ ἄλλα μέρη. Ἐπεὶ οὖν ἡ φύσις μᾶλλον περιφερῶν σχημάτων ἐστὶ ποιητικὴ, καὶ τοῖς μὲν ἐπιγείοις καὶ φθαρτοῖς ἄτακτον καὶ ἀνόμοιον ἔχουσι κίνησιν τὸ ἀνομοιομερὲς τῶν περιφερῶν σχημάτων ἀπέδωκεν, ἀκόλουθον ἂν εἴη τοῖς θείοις καὶ ἀφθάρτοις, καὶ τεταγμένην καὶ ἀίδιον ἔχουσι κίνησιν, τὸ ὁμοιομερὲς τοῦ περιφεροῦς σχήματος ἀπονεῖμαι, ὅπερ ἐστὶ σφαιρικόν. Ἐπεὶπερ ἐπίπεδα ὄντα ἢ δισκοειδῆ, καθὼς δοκεῖ τισιν, ἐπεὶ καὶ τῇ ὄψει οὕτως ὑποπίπτει, οὐκ ἂν τοῖς ἀπὸ διαφόρων τῆς γῆς τόπων κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ὁρῶσι, κυκλικὸν ἐφαίνετο σχῆμα, καθάπερ ἐν τοῖς ὀπτικοῖς ἐδείχθη, ὅτι τῶν ἁρμάτων οἱ τροχοί ποτέ μεν περιφερεῖς ποτὲ δὲ διεσπαμμένοι φαίνονται· καὶ διὰ τοῦτο φησὶν εὔλογον εἶναι, καὶ οὐκ εἶπεν ἀναγκαῖον, ἐπεὶ ἀπὸ φυσικῶν τὴν ἐπιβολὴν πεποίηται, καὶ τὸν ἐμπεριέχοντα αὐτὰ αἰθέρα τῆς ὁμοίας ὄντα φύσεως, σφαιροειδῆ τε εἶναι καὶ διὰ τὴν ὁμοιομέρειαν τοῦ σχήματος ἐγκυκλίως τε φέρεσθαι καὶ ὁμαλῶς.

CHAPITRE III.

LA TERRE EST DE FORME SPHÉRIQUE.

Après avoir dit que le ciel est de forme sphérique, et se meut à la manière des

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'.

ΟΤΙ ΚΑΙ Η ΓΗ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΗΣ ΕΣΤΙ.

Περι τοῦ σφαιροειδῆ τε εἶναι καὶ σφαιροειδῶς φέρεσθαι τὸν οὐρανὸν τὴν ὑπόμνησιν

ποιησάμενος, ἑξῆς καὶ περὶ τῆς γῆς διαλαμβάνει τὸν αὐτὸν τρόπον ἀπὸ κοινῶν ἐννοιῶν, εἶτα καὶ κατασκευαστικώτερον ἀνατρέπων τὰς δόξας τῶν περὶ τὸ σφαιρικὸν σχῆμα ὑπάρχειν αὐτὴν ἐννοούντων. Τὸ δὲ σχῆμα τῆς γῆς σφαιροειδὲς καταλαμβάνεται, πρῶτον μὲν ἐκ τοῦ τοῖς ἀνατολικωτέροις πάντοτε πρότερον ἀνατέλλειν τε καὶ δύνειν τὰ ἄστρα, τοῖς δὲ δυτικωτέροις ὕστερον, καὶ τοῦτο μηθ' ἂν συμβαίνειν, εἰ μὴ κυρτότης κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς γῆς ἀναλόγως αὐτοῖς ἐπιπροσθῇ. Καταλαμβάνονται δὲ τὰ ἄστρα μὴ ἅμα ἀνατέλλοντα καὶ δυόμενα, ἐκ τοῦ τὰς αὐτὰς ἐκλείψεις, καὶ μάλιστα τὰς σεληνιακὰς ἐφ' ἕνα τινὰ καὶ τὸν αὐτὸν χρόνον ἀποτελουμένας, καὶ πᾶσιν ἅμα οἷς ἐνδέχεται ὁρωμένας, διαφόρως κατὰ τὰς ὥρας καθ' ἕκαστον ὁρίζονται παρὰ τῶν τηρησάντων ἀναγεγράφθαι. Καὶ ἀεὶ τοῖς μὲν ἀνατολικωτέροις ἐν πλείοσι, τοῖς δὲ δυτικωτέροις ἐν ἐλάττοσι, διὰ τὴν τῆς γῆς, ὡς ἔφαμεν, νῦν κυρτότητα, καὶ τῆς διαφορᾶς δὲ τῶν ὁρῶν ἀναλόγως τοῖς διαστήμασι τῶν χωρῶν εὑρισκομένης, ἀνάλογος ἂν εἴη καὶ ἡ κυρτότης τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, τουτέστι σφαιροειδής. Διὰ τοῦτο δὲ εἶπε καὶ μάλιστα τὰς σεληνιακὰς, διὰ τὸ κατὰ τὰς τοιαύτας τηρήσεις μὴ ὑπομένειν ἀπάτην τινὰ ἐκ τῶν παραλλάξεων τὴν ὄψιν, καθάπερ ἐπὶ τῶν ἡλιακῶν. Ἐπειδήπερ ἐπὶ μὲν τῶν ἡλιακῶν ἐκλείψεων τῇ ὄψει τὴν σελήνην παραλαμβάνοντες, διὰ τὸ αὐτὴν φαίνεσθαι ἐπιπροσθοῦσαν τῷ ἡλίῳ, διαμαρτάνομεν τῆς

sphères, Ptolemée fait à la terre l'application des mêmes notions communes ; il réfute ensuite par des raisonnemens ceux qui s'imaginent qu'elle n'a pas tout à fait la figure sphérique. [1] La sphéroïdité de la terre se conclut premièrement de ce que les astres se lèvent et se couchent plus tôt, pour les pays qui sont plus orientaux, et plus tard pour ceux qui sont plus à l'occident, et de ce que cela seroit impossible si la surface de la terre n'avoit pas une courbure appropriée à cet effet. On juge que les astres ne se lèvent et ne se couchent pas tous ensemble, sur ce que les mêmes éclipses, et surtout celles de lune se faisant et s'achevant dans un seul et même temps, sont rapportées à différentes heures par ceux qui les observent, suivant la différence des horizons des lieux, d'où ils les voient. Les heures sont plus avancées pour les plus orientaux, et moins pour les plus occidentaux, à cause de cette courbure de la terre, dont nous parlons maintenant. Or, la différence entre ces heures se trouvant proportionelle aux distances des lieux, il s'ensuit que la courbure de la surface terrestre doit y être aussi proportionnée, c'est-à-dire sphérique. C'est pourquoi Ptolemée a dit : surtout les éclipses de lune, parce que dans ces éclipses, il n'est pas possible que nos yeux soient trompés comme dans celles du soleil par les parallaxes. En effet, dans les éclipses de soleil, nous voyons bien la lune, parce qu'elle paroît avancer sur le soleil, mais nous nous trompons sur son lieu vrai, la terre n'étant plus comme un point relativement à la distance de la lune.

Mais dans les éclipses de lune, il n'y a pas d'erreur sur son vrai lieu, parce qu'elle se trouve alors dans un lieu diamétralement opposé à celui du soleil, comme nous le démontrerons dans la suite aux endroits convenables.

ἀκριβοῦς αὐτῆς ἐποχῆς, τῆς γῆς μηκέτι σημείου λόγον ἐχούσης, καὶ πρὸς τὸ τῆς σελήνης ἀπόσημα., ἐπὶ δὲ τῶν σεληνιακῶν ἐκλείψεων μηδεμίαν ἀπάτην γίνεσθαι περὶ τὴν ἐποχὴν αὐτῆς ἐκ τῆς κατὰ διάμετρον τοῦ ἡλίου στάσεως αὐτῆς καταλαμβανομένης, ὡς ἐξῆς ἐν τοῖς οἰκείοις τόποις ἀποδείκνυται.

Il suit de ce que les différences des heures se trouvent proportionnelles aux distances des lieux, que la terre est de forme sphérique. Ce qui est évident, autrement sa forme seroit celle de quelque polyédre. Car il démontre dans la suite qu'elle n'est ni creuse ni plane, parce qu'alors un seul horizon pour plusieurs lieux terrestres situés sur un même côté ou surface du polyédre, feroit qu'ils n'auroient entr'eux aucune différence dans les heures, quoiqu'il fût plan. Par conséquent la figure de la terre n'est pas celle de quelque polyédre, elle est donc un sphéroïde, c'est-à-dire ou cylindrique, ou conique, ou sphérique. Mais il démontre dans la suite qu'elle n'est ni cylindrique, ni conique, donc elle est sphérique. Or, je dis que réciproquement la terre étant sphérique conformément aux phénomènes, les distances des lieux sont proportionnelles aux différences des heures, et que cela n'arrive que sur cette seule figure de la terre qui se trouve concentrique au monde, et encore parce que les orientaux comptent dans le même temps que les occidentaux plus d'heures que ceux-ci depuis le lever ou l'instant de midi.

Ὅτι δὲ διὰ τὸ ἀναλόγως τοῖς διαστήμασι τῶν τόπων τὰς τῶν ὡρῶν διαφορὰς καταλαμβάνεσθαι, ἀκολουθεῖ σφαιροειδῆ ὑπάρχειν τὴν γῆν, οὕτως ἂν γένοιτο δῆλον. Εἰ γὰρ μὴ, ἔσται σχῆμά τι ἔχουσα πολύεδρον. Δείκνυται γὰρ ἐξῆς μήτε κοίλη μήτε ἐπίπεδος τυγχάνουσα, καὶ ἔσται πλείοσιν οἰκήσεσι ταῖς ἐπὶ τῆς αὐτῆς πλευρᾶς, ἤτοι ἐπιφανείας τοῦ πολυέδρου εἷς ὁρίζων δι' αὐτῆς ἐκβαλλόμενος, μηδεμίαν ποιῶν περὶ τὰς ὥρας διαφορὰν, καθάπερ εἰ καὶ ἐπίπεδος ἐτύγχανεν. Οὐκ ἄρα τι τῶν πολυέδρων σχημάτων ἔσται τὸ τῆς γῆς σχῆμα. Σφαιροειδὲς ἄρα, τουτέστιν ἤτοι κυλινδρικὸν ἢ κωνικὸν, ἢ σφαιρικόν. Ἀλλ' ἐπιδείκνυται ἐξῆς, ὅτι οὐδὲ κυλινδρικὸν οὐδὲ κωνικόν· σφαιρικὸν ἄρα. Λέγω δὴ [ὅτι καὶ τὸ ἀνάπαλιν, σφαιρικῆς αὐτῆς τυγχανούσης συμφώνως τοῖς φαινομένοις αὐτῶν τόπων διαστάσεις ἀναλόγως ἔχουσι ταῖς τῶν ὡρῶν διαφοραῖς, καὶ ὅτι ἐπὶ μόνου τοῦ τοιούτου τῆς γῆς σχήματος τοῦτο συμβαίνει, ὁμοκέντρου τῷ κόσμῳ αὐτῆς καταλαμβανομένης, καὶ ἔτι τοῖς ἀνατολικωτέροις πλείους εἰσὶν αἱ ἀπὸ ἀνατολῆς ἢ μεσημβρίας ὧραι, κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον τῶν παρὰ τοῖς δυτικωτέροις.

Car concevons d'abord sur la sphère droite le méridien DTH sur lequel on

Νενοήσθω γὰρ πρῶτον ὡς ἐπὶ τῆς ὀρθῆς σφαίρας, ἰσημερινὸς μὲν κύκλος ὁ ΗΔΘ, ἐφ'

οὗ μάλιστα λαμβάνονται οἱ ὡριαῖοι χρόνοι, καὶ τῆς γῆς σφαιρικῆς ὑποκειμένης καὶ μέσης τοῦ παντὸς, ἔστω ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ἐν τῷ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπιπέδῳ ὁ ΑΒΓ, καὶ κέντρον ἀμφοτέρων τῶν κύκλων τὸ Ν, καὶ ἀνατολικὰ μὲν τὰ Η, Ε, Δ, δυτικὰ δὲ τὰ Ο, Ζ, Θ. Καὶ διὰ μὲν τῆς πρώτης οἰκήσεως, ὁρίζων κύκλος νοείσθω περὶ διάμετρον τὴν ΔΑΟ, ὀρθὸς πρὸς τὸν ἰσημερινὸν, διὰ δὲ τῆς δευτέρου οἰκήσεως ὁμοίως ἕτερος ὁρίζων περὶ διάμετρον τὴν ΕΒΖ, καὶ ἔτι διὰ τῆς τρίτης, ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΓΘ. Καὶ ὁ μὲν τῆς ΔΕ χρόνος ὥρας ἰσημερινῆς α· ϛ″, ὁ δὲ τῆς ΕΗ ὥρας ᾱ, λέγω ὅτι αἱ τῶν ὡρῶν διαφοραὶ ἀναλόγως ἔχουσι τοῖς διαστήμασι τῶν τόπων, τουτέστιν ἔστιν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ. Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τὸ διὰ τοῦ ΔΑΟ ὁρίζοντος κατὰ κορυφὴν σημεῖον τὸ Κ. Δῆλον γὰρ ὅτι ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ πίπτει, διὰ τὸ ὀρθὴν ὑποκεῖσθαι τὴν σφαῖραν. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὰ τῶν οἰκήσεων σημεῖα αἱ ΚΑ, ΛΒ, ΜΓ, κάθετοι δηλονότι γινόμεναι πρὸς τας ΔΟ, ΕΖ, ΗΘ. Καὶ διήχθωσαν. Συμπεσοῦνται δὴ κατὰ τὸ Ν κέντρον. Συμπιπτέτωσαν. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΟ εὐθεῖα τῇ ΕΖ, ἴσον γὰρ ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΔΗΟ περιφερεία τῇ ΕΛΖ. Καὶ αἱ ἡμίσειαι ἄρα, ἴση ἡ ΔΚ τῇ ΕΛ. Καὶ κοινῆς ἀφαιρεθείσης τῆς ΚΕ, λοιπὴ ἡ ΔΕ, λοιπῇ τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ δειχθήσεται καὶ ἡ ΕΗ ἴση τῇ ΛΜ. Αλλὰ ἡ ΔΕ τῆς ΕΗ ἡμιολία ἐστὶ, καὶ ἡ ΚΛ ἄρα τῆς ΛΜ ἡμιολία ἐστὶ, καὶ ἡ ΚΕ τῆς ΕΛ. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΚΕ πρὸς τὴν ΕΛ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΚΕ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΕΛ πρὸς τὴν ΒΓ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΚΕ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΗ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἡ ΕΛ πρὸς τὴν ΒΓ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἡ τῶν ὡρῶν διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν ὡρῶν διαφορὰν, ὡς δὲ ἡ ΕΛ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ τῶν διαστημάτων διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν διαστημάτων διαφορὰν· καὶ ὡς ἄρα ἡ τῶν ὡρῶν διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν ὡρῶν διαφορὰν, οὕτως ἡ τῶν διαστημάτων διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν διαστημάτων διαφορὰν. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

marque les heures de préférence. La terre étant supposée sphérique et au centre de l'univers, soit son grand cercle ABG dans le plan du méridien, N le centre commun de ces deux cercles, et les points orientaux H, E, D, les occidentaux O, Z, T. Par le premier parallèle habité le cercle horizon autour de son diamètre DAO, mais perpendiculaire au méridien; pareillement par le second parallèle habité un autre horizon autour de son diamètre EBZ, et par le troisième l'horizon décrit autour de son diamètre HGT. Le temps de l'heure de midi pour DE, est une heure et demie, et celui pour EH est une heure. Je dis que les différences des heures sont proportionnelles aux distances des lieux, c'est-à-dire que comme DE est à ED, ainsi AB est à BG. Car prenons sur le méridien le point K vertical pour l'horizon DAO. Il est évident qu'il est dans le méridien, parce que la sphère est supposée droite. Menons des points verticaux aux parties habitées, les droites KA, LB, MG, elles seront perpendiculaires DO, ZE, HT; étant prolongées elles coïncideront au centre N. Faisons-les-y coïncider. Puisque la droite DO est égale EZ, car elles sont également éloignées du centre, l'arc ELZ, par conséquent leurs moitiés sont égales, DK à EL. Retranchant l'arc commun KE, reste l'arc égal à KL. On prouvera par les mêmes raisons que EH est égal à LM. Mais DE est égal à une fois et demie l'arc LM. C'est pourquoi l'angle KNL est égal à trois demies de l'angle LNM. Donc l'arc AB vaut trois moitiés de l'arc BG. Par conséquent comme KL est à LM, ainsi DE est à EH. Donc aussi comme DE.

est à EH, ainsi AB est à BG; DE, EH sont les différences des heures. Parce que si nous supposons le soleil en X, le temps de l'arc de DX, diffère du temps de l'arc EX, de la quantité ED; et le temps de l'arc EX, du temps de l'arc HX, de la quantité EH. Or les distances AB, BG des lieux diffèrent aussi entr'elles des mêmes quantités. Donc les différences des heures sont proportionnelles aux distances des lieux, et il est évident que cette démonstration ne peut avoir lieu que dans le cas de la figure sphérique de la terre, un seul horizon pouvant être mené par chacun des points de la terre, puisqu'en chaque horizon, on remarque des différences soit dans les heures, soit dans les étoiles toujours visibles et dans celles qui sont toujours invisibles, comme la suite le fait voir.

Il est évident aussi que si nous supposons une éclipse en X, du côté de l'occident on comptera plus d'heures au point K qui est sur le méridien, qu'en un point plus occidental, et semblablement pour le point L plus que pour le point M. Ou du côté de l'orient, on comptera plus d'heures en D plus oriental qu'en E plus occidental, et semblablement plus en E qu'en H. D'après cela, dit-il, on peut soupçonner avec raison que la surface de la terre est sphérique, appelant ici sphérique la courbure analogue à l'uniforme. Car il ne conclut pas encore de ce qu'il a déjà dit, qu'elle soit sphérique, attendu que sa démonstration tirée de la différence des heures, c'est-à-dire du mouvement d'orient en occident, peut également convenir au cône et au cy-

ολία ἐστὶν, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΚΝΛ γωνία, ἡμιολία ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΛΝΜ. Καὶ ἡ ΑΒ ἄρα περιφέρεια τῆς ΒΓ ἡμιολία ἐστίν. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΗΛ πρὸς τὴν ΛΜ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΗ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΗ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ. Καὶ εἰσὶν αἱ μὲν ΔΕ, ΕΗ, αἱ τῶν ὡρῶν διαφοραί. Ἐπειδήπερ ἐὰν τὸν ἥλιον ὑποθώμεθα κατὰ τὸ Ξ, ὁ μὲν τοῦ τῆς ΔΞ χρόνος, διαφέρει τοῦ τῆς ΕΞ, τῇ ΔΕ, ὁ δὲ τοῦ τῆς ΕΞ, τοῦ τῆς ΗΞ, τῇ ΕΗ, αἱ δὲ ΑΒ, ΒΓ διαστάσεις τῶν τόπων πάλιν διαφέρουσι ταῖς αὐταῖς, ὥστε αἱ διαφοραὶ τῶν ὡρῶν, ἀναλόγως ἔχουσι πρὸς τὰς τῶν τόπων διαστάσεις. Καὶ φανερὸν ὅτι ἐπὶ μόνου τοῦ τῆς γῆς σφαιρικοῦ σχήματος ἡ τοιαύτη ἀπόδειξις προχωρεῖν δυνήσεται, καθ' ἓν σημεῖον, τῶν ἐπὶ τῆς γῆς ἑνὸς ὁρίζοντος διεκβαλλομένου. Ἐπεὶ καὶ καθ' ἕκαστον ὁρίζοντα, ἤτοι παρὰ τὰς ὥρας γίνονται διαφοραὶ, ἢ παρὰ τὰ ἀεὶ φανερὰ, καὶ ἀεὶ ἀφανῆ τῶν ἀστέρων, ὡς ἡ ἑξῆς δείκνυσι.

Δῆλον δὲ ὅτι καὶ ἐὰν ἔκλειψιν ὑποθώμεθα κατὰ τὸ Ξ, πλείονας ἀφέξει ὥρας ὡς ἐπὶ τὰ προηγούμενα τοῦ Κ σημείου, ὃ ἐστὶν ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, τοῦ δυτικωτέρου ὁρίζοντος. Καὶ ὁμοίως τοῦ Λ πλείους ἤπερ τοῦ Μ, ἢ καὶ ἀπὸ ἀνατολῆς πλείονας ἀφέξει ὥρας τοῦ πρὸς τῷ Δ ἀνατολικωτέρου. Καὶ ὁμοίως ἤπερ τοῦ πρὸς Ε δυτικωτέρου. Καὶ ὁμοίως τοῦ πρὸς τῷ Ε, ἤπερ τοῦ πρὸς τῷ Η. Διὰ γοῦν τὰ τοιαῦτα φησὶν σφαιρικὴν ἄν τις εἰκότως τὴν τῆς γῆς ἐπιφάνειαν ὑπολάβοι. Σφαιρικὴν ἐνταῦθα καλῶν τὴν ἀνάλογον κυρτότητα, οἷον τὴν ὁμαλήν. Οὐ γὰρ ἤδη καὶ σφαῖραν ἐκ τῶν εἰρημένων συνάγηται, διὰ τὸ ἐπὶ κώνου καὶ κυλίνδρου τὰ εἰρημένα δύνασθαι συμβαίνειν, τῷ ἐκ τῆς τῶν ὡρῶν μόνης διαφορᾶς

τὴν δεῖξιν γεγενῆσθαι, τουτέ-ιν ἐκ τῆς ἀπὸ ἀνατολῆς ἐπὶ δύσιν παρόδου. Διὸ ἐν τοῖς ἑξῆς δεικνύων καὶ ἀπὸ τῶν πρὸς ἄρκτους καὶ πρὸς μεσημβρίαν, καὶ ἀφ' οἱασδήποτε παρόδου τὴν ἀνάλογον τῆς γῆς ἐπιπρόσθησιν, φησὶν ὡς δῆλον γίνεσθαι ὅτι καὶ ἐνταῦθα ἡ κυρτότης τῆς γῆς, καὶ τὰς ἐπὶ τὰ πλάγια μέρη ἐπιπροσθήσεις ἀκαλόγως ποιουμένη, πανταχόθεν τὸ σχῆμα σφαιροειδὲς ἀποδείκνυσιν, ὅπερ λοιπὸν ἀποτελεῖ τὴν σφαίραν, σφαιροειδῆ δηλονότι καλῶν, ὡς ἔφαμεν, τὴν ἀνάλογον κυρτότητα, ὡς τὴν κυλινδρικὴν ἢ τὴν κωνικήν, τουτέ-ι τῶν ἀπὸ ἀνατολῆς ἐπὶ δύσιν, ὅταν δὴ ὡς ἐπὶ τῶν ἐγκλίσεων καὶ κατὰ μῆκος. Διὸ ἐνταῦθα τὸ πανταχόθεν σφαιροειδὲς προσέθηκε. Πάλιν διαφορῶν ἐπί τινος τῶν τοῦ ἰσημερινοῦ παραλλήλων τυγχάνη τὰ κατὰ κορυφὴν, χρὴ λαμβάνειν τὰς ὑπ' αὐτὰς οἰκήσεις, καὶ τὰς τῶν ὡρῶν διαφορὰς, ἀνάλογον τοῖς διασ-ήμασι τῶν τόπων συνισ-αμένας οὕτως.

Ἔσ-ω γὰρ ἀνατολικώτερος ὁρίζων ὁ ΑΒΓ, τούτου δὲ δυτικώτερος ὁ ΔΒΓ, καὶ ἔτι τούτου δυτικώτερος ὁ ΕΒΓ, καὶ ἀνατολικὰ δηλονότι τὰ πρὸς τοῖς Α, Δ, Ε μέρη. Καὶ νοήσθω ὁ διὰ τῶν κατὰ κορυφὴν παράλληλος ὡς ὁ ΑΔΕΖ, ἐφ' οὗ τὸν ἥλιον συμβαίνει φέρεσθαι, ἢ καί τινα τῶν ἀπλανῶν. Καὶ γὰρ ἀπὸ τῶν περιφορῶν τῶν ἀπλανῶν, αἱ νυκτεριναὶ ὧραι λαμβάνονται, ἐφ' ὧν καὶ αἱ τῆς σελήνης ἐκλείψεις θεωροῦνται. Καὶ εἰλήφθω τὸ τῆς γῆς κέντρον, καὶ ἔσ-ω τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ, καὶ συμβαλλέτω τῇ τῆς γῆς ἐπιφανείᾳ κατὰ τὸ Θ. Δῆλον οὖν ὡς ἡ Α φερομένη κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οφθήσεται, διὰ τὸ τοῦ Η μένοντος τὸ Α φέρεσθαι κατὰ τοῦ ΑΔΕΖ παραλλήλου τῷ ἰσημερινῷ, καὶ μὴ εἶναι τὸν παράλληλον διὰ τοῦ κέντρου τῆς

lindre. Aussi en démontrant dans la suite la succession proportionnelle de l'obscuration d'après les diverses positions boréales, australes et autres, il dit qu'il résulte de cette succession proportionelle sur les parties déclives, causée par la courbure de la terre, que celle-ci est partout de forme sphéroïde, et par conséquent qu'elle est une sphère. Car il appelle sphéroïde, comme nous l'avons déjà dit, toute courbure, comme celle du cylindre et du cône, c'est-à-dire du levant au couchant, et dans la même proportion encore en latitude qu'en longitude. C'est pourquoi il a ajouté ici qu'elle est sphéroïde de toutes parts. Et comme il se trouve des différences entre un quelconque des parallèles à l'équateur, et ceux que l'on a au-dessus de la tête, il faut prendre celles des lieux terrestres, et celles des heures toujours proportionnelles aux distances des lieux, ainsi qu'on va le voir.

(Fig. 25.) Soient un horizon oriental ABG, un horizon plus occidental DBG, et un autre plus occidental encore EBG, les points orientaux ADE, et imaginons le parallèle ADEZ passant au-dessus de la tête, sur lequel est alors le soleil ou quelqu'une des étoiles fixes, car c'est par les révolutions des étoiles fixes que se comptent les heures de nuit dans lesquelles on voit les éclipses de lune. Prenons H pour le centre de la terre, et joignons AH qui rencontre la surface de la terre en T. Il est clair que A sera regardé comme porté sur une surface conique, parce que H demeurant fixe, A parcourt le parallèle ADEZ à l'équateur, et que ce parallèle ne passe pas par le centre de la terre. Mais si nous concevons à la surface de la terre un parallèle TLK dans le même plan que ADEZ, et dans ce

parallèle ADEZ les points verticaux M, N, X, si nous joignons HM, HN, HX, ces lignes marquent les lieux terrestres L, O, P qui répondent à ces points verticaux, et puisque les segmens des mêmes parallèles au-dessus de la terre sont égaux entr'eux, parce qu'on suppose que les lieux terrestres L, O, P, ne diffèrent qu'en longitude, et que leur latitude est la même; leurs moitiés sont aussi égales, c'est-à-dire MA, ND; retranchant la quantité commune MD, les restes NM, AX seront égaux. Pour les mêmes raisons NX sera égal à DE. Et puisque HTA est supposé parcourir en même temps les parallèles ADEZ et TOK, l'arc MN est semblable à LO, et l'arc NX à PO. Donc comme MN est à NX, ainsi LO est à OP. Mais MN est égal à AD, et NX à DE; donc comme AD est à DE, ainsi LO est à OP. Or, AD, DE sont les différences des heures, et LO, OP les distances des lieux, et de même pour les autres. Ainsi généralement les distances des heures sont proportionnelles aux distances des lieux sur la terre sphérique et placée au centre de l'univers.

Après avoir montré sur quelles conceptions et quelles observations il convient d'estimer que la terre est sphérique, il passe à des preuves plus rigides, en réfutant les opinions de ceux qui s'imaginent qu'elle n'a pas cette forme; et il dit que si elle étoit creuse, ses parties occidentales verroient avant les orientales les astres se lever, comme les parties occidentales de la concavité des hémisphères creux, éclairées les

γῆς. Ἐὰν δὴ νοήσωμεν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, παράλληλον ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ΑΔΕΖ, ὡς τὸν ΘΛΚ, καὶ ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν κατὰ κορυφὴν, τουτέστι τοῦ ΑΔΕΖ τὰ κατὰ κορυφὴν σημεῖα τὰ Μ, Ν, Ξ, καὶ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΗΜ, ΗΝ, ΗΞ, ἔσονται αὐτῶν αἱ οἰκήσεις πρὸς τοῖς Λ, Ο, Π. Καὶ ἐπεὶ τὰ ὑπὲρ γῆν τμήματα τῶν αὐτῶν παραλλήλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶ, διὰ τὸ κατὰ μῆκος μόνον ὑποκεῖσθαι διαφέρειν τὰς οἰκήσεις τάς πρὸς τοῖς Λ, Ο, Π, καὶ τὸ αὐτὸ τυγχάνειν ἔξαρμα, ἴσαι ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ ἡμίσειαι αὐτῶν, τουτέστιν αἱ ΜΑ, ΝΔ. Καὶ κοινῆς ἀφαιρεθείσης τῆς ΜΔ, λοιπὴ τῇ ΜΝ ἐστὶν ἴση. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΕ τῇ ΝΞ ἐστὶν ἴση. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΘΑ, ἰσοχρονίως ἀποκατέστη, τόν τε ΑΔΕΖ παράλληλον, καὶ τὸν ΘΟΚ, ὁμοία ἐστὶν ἡ μὲν ΜΝ τῇ ΑΟ, ἡ δὲ ΝΞ τῇ ΟΠ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΝΞ, ἡ ΑΟ πρὸς τὴν ΟΠ. Ἴση δὲ ἡ μὲν ΜΝ τῇ ΑΔ, ἡ δὲ ΝΞ τῇ ΔΕ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΑΟ πρὸς τὴν ΟΠ. Καὶ εἰσὶν αἱ μὲν ΑΔ, ΔΕ, τῶν ὡρῶν διαφοραὶ, αἱ δὲ ΑΟ, ΟΠ, τῶν τόπων αἱ διαστάσεις. Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν, ὥστε καὶ καθόλου αἱ τῶν ὡρῶν διαφοραὶ ἀνάλογον ἔχουσι πρὸς τὰς τῶν τόπων διαστάσεις τῆς γῆς, σφαιρικῆς καὶ μέσης τοῦ παντὸς τυγχανούσης.

Δηλώσας οὖν ἀπὸ ποίων ἐννοιῶν καὶ παρατηρήσεων προσῆκον ἐστὶ σφαιρικὴν ἡγεῖσθαι τὴν γῆν, μεταβαίνει ἐπὶ τὸ κατασκευαστικώτερον, ἀντιλέγων ταῖς δόξαις τῶν περὶ τοῦτο τὸ σχῆμα μὴ ὑπάρχειν αὐτὴν ἐννοούντων, καὶ φησὶν ὅτι κοίλης μὲν γὰρ αὐτῆς ὑπαρχούσης, προτέροις ἂν ἐφαίνετο ἀνατέλλοντα τὰ ἄστρα τοῖς δυτικωτέροις, καθάπερ ἐν τοῖς κοίλοις ἡμισφαιρίοις ὁρῶμεν, τοῦ ἡλίου ἀνατέλλοντος,

πρῶτα τὰ πρὸς δυσμὰς φωτιζόμενα, ἐπιπέδου δὲ πᾶσιν ἅμα, διὰ τὸ καὶ ἕνα μόνον ὁρίζοντα νοεῖσθαι διὰ τοῦ ἐπιπέδου χωρίζοντα τό τε ὑπὲρ γῆν καὶ τὸ ὑπὸ γῆν ἡμισφαίριον. Ετέρου δέ τινος σχήματος στερεοῦ τυγχανούσης αὐτῆς, οἱονεὶ τριγώνου ὡς πυραμίδος, ἢ τετραγώνου ὡς κύβου, ὥσπερ ἐπὶ τῆς ἐπιπέδου πᾶσιν ἅμα ἀνατέλλοντα ἐφαίνετο τὰ ἄστρα τοῖς ἐπὶ τῆς αὐτῆς πλευρᾶς τοῦ στερεοῦ οἰκοῦσι. Κατεχρήσατο δὲ τὸ εἰρηκέναι ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, διὰ τὸ καὶ τὴν ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖσθαι· ἅπερ ταῦτα πάντα ἀντίκειται τοῖς φαινομένοις, καὶ ἐκ τῶν ἐκλείψεων καταλημμένοις.

premières par les rayons du soleil levant, seroient les premières à le voir, au lieu que toutes les parties d'un plan le voient toutes à la fois, parce qu'on ne conçoit qu'un seul horizon qui fasse distinguer par son plan l'hémisphère supérieur d'avec l'inférieur. Supposons toute autre figure à une face de solide, comme la triangulaire qui est celle des côtés de la pyramide, ou la quadrangulaire comme celle du côté du cube, les astres paroîtroient à tous les habitans d'une même face d'un tel solide, se lever dans le même temps au-dessus du plan. Ptolemée s'est permis de dire: au-dessus de la même droite, parce qu'une surface plane est de niveau avec les droites qui sont dans son plan), mais toutes ces suppositions sont contraires aux phénomènes, et à ce que l'on voit par les éclipses.

Ἐπεὶ οὖν, ὡς ἐδηλοῦμεν, ἡ κατὰ τὰς ὥρας διαφορὰ ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς ἀναλόγως γινομένη τῇ τῶν τόπων διαστάσει, καὶ κυλινδρικὸν ἐφαίνετο σχῆμα τῇ γῇ προσνέμουσα, διὰ τοῦτο φησὶν, ὅτι οὐδὲ κυλινδροειδὴς ἂν εἴη, ἵνα ἡ μὲν περιφερὴς ἐπιφάνεια, πρὸς τὰς ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ᾖ τετραμμένη· τῶν δὲ ἐπιπέδων βάσεων αἱ πλευραὶ, τουτέστιν οἱ κύκλοι, πρὸς τοὺς κόσμου πόλους. Καθάπερ γὰρ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις πλευρὰς καλοῦμεν τὰς εὐθείας τὰς περιεχούσας τὸ σχῆμα, οὕτω καὶ ἐπὶ τοῦ στερεοῦ πλευρὰς ἐκάλεσε τὰς ἐπιφανείας τὰς ἐπιπέδους, ὡς νῦν τὰς κυκλικὰς καὶ συμπερατούσας τὸ σχῆμα. Ἐάν τε οὖν φησὶν αὗται ὡς πρὸς ἄρκτους καὶ μεσημβρίαν ὦσι τετραμμέναι, ὅπερ ἄν τις ὡς ἀκόλουθον μᾶλλον ἡγήσαιτο, συμβήσεται καὶ οὕτως ἤτοι πάσαις ταῖς οἰκήσεσι πάντα τὰ ἄστρα ἀνατέλλειν καὶ δύνειν, καὶ μηδεμίαν διαφορὰν περὶ τὰς ὥρας γίνεσθαι, ἢ τισὶ πάλιν ἔνια καὶ τὰ αὐτὰ καὶ ἀνατέλλειν καὶ δύνειν, καὶ ἕτερα καὶ τὰ αὐτὰ καὶ ἴσον

Comme, suivant ce que nous avons dit, la différence des heures d'orient en occident, est partout proportionnelle à la distance des lieux, et que la figure cylindrique sembloit en conséquence donnée à la terre, Ptolemée dit qu'elle ne peut pas être cylindrique de manière à avoir sa surface convexe, regardant l'orient et l'occident, et ses bases planes, c'est-à-dire les cercles, tournés vers les pôles du monde. Car de même que dans les plans nous appellons côtés les droites qui embrassent la figure, ainsi il a appellé côtés du solide les surfaces planes circulaires qui terminent la figure. Si donc, dit-il, elles sont tournées vers les ourses et vers le midi, comme toute personne jugera que cela doit être, alors il arrivera ou que toutes les étoiles se leveront et se coucheront pour tous les parallèles de la terre, sans aucune différence entre les heures; ou que quelques-unes et toujours les mêmes se leveront et se coucheront pour des parallèles, ou que pour d'autres quelques-unes aussi toujours les

mêmes et également éloignées des pôles seront toujours invisibles ; et que pour certains parallèles encore, aucune ne se levera ni ne se couchera, mais que les mêmes leur seront toujours partout visibles.

Pour mettre sous les yeux tout ce qui vient d'être dit, concevons la sphère de l'univers, (fig. 26) ses pôles E, Z, son centre H, son axe EZ, autour de cet axe le cylindre de la terre TKLM, dont les bases soient les cercles TK, LM. Imaginons le plan de l'horizon NTMX passant par un des parallèles de la surface convexe de la terre, c'est-à-dire du cylindre, si comparativement à la distance, nous supposons que le cylindre est une ligne droite, de sorte que l'horizon mené par la surface de la terre, c'est-à-dire du cylindre, coupe sensiblement la sphère du ciel en deux parties égales, la droite NX sera égale à la droite EZ, et les étoiles se leveront et se coucheront absolument pour toutes les parties habitées du cylindre, l'horizon passant par les pôles de la sphère. Mais si ces parties avoient une grandeur sensible, il est clair que les horizons couperoient l'espace céleste en deux segmens inégaux, l'un supérieur, l'autre inférieur à la terre, en faisant le segment supérieur plus petit que l'inférieur de même que l'horizon NX coupe la sphère ABGD en deux segmens inégaux, puisque H est le centre pour eux ; les astres situés dans le segment NADX supérieur à la terre, se leveront et se coucheront pour tous les parallèles de la surface convexe de la terre, et les astres du segment OBPG seront toujours invisibles, ainsi que les astres également éloignés de chacun des pôles, c'est-à-dire qui sont compris dans les segmens NO et PX. Maintenant nous imaginons des plans menés par les bases, comme des

ἀφεστῶτα τῶν πόλων ἀφανῆ ἀεὶ καθίστασθαι, καὶ ἔν τισι πάλιν οἰκήσεσιν, οὐδὲν οὔτε δύνεσθαι, οὔτε ἀνατέλλειν, ἀλλὰ πάντοτε τὰ αὐτὰ φανερὰ τυγχάνειν αὐτοῖς ἀεί.

Ἵνα δὲ πάλιν ὑπ' ὄψιν γένηται τὰ λεγόμενα, νενοήσθω ἡ τοῦ παντὸς σφαῖρα, πόλοι δὲ αὐτῆς τὰ E, Z σημεῖα, κέντρον δὲ τὸ H, καὶ ἄξων ὁ EZ, καὶ ἔστω περὶ τὸν αὐτὸν ἄξονα κείμενος ὁ τῆς γῆς κύλινδρος ὁ ΘΚΛΜ, οὗ βάσεις οἱ ΘΚ ΛΜ κύκλοι. Ἐὰν οὖν νοήσωμεν διὰ μιᾶς τῶν ἐπὶ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας οἰκήσεων ἐκβαλλόμενον τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον, ὡς τὸ ΝΘΜΞ. Εἰ μὲν ὡς πρὸς τὸν τοῦ ἀποστήματος λόγον εὐθεῖαν πρὸς αἴσθησιν ὑποτίθαιντο τὸν κύλινδρον, ὥστε τὸν ἡγμένον διὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, τουτέστι τοῦ κυλίνδρου, ὁρίζοντα διχοτομεῖν πρὸς αἴσθησιν τὴν σφαῖραν τοῦ οὐρανοῦ, ἔσται ἡ ΝΞ ἡ αὐτὴ τῇ EZ, καὶ παντάπασι καὶ ἀνατελεῖ καὶ δύσεται τὰ ἄστρα τοῖς ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου οἰκοῦσι, τοῦ ὁρίζοντος διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας τυγχάνοντος. Εἰ δὲ μέγεθος αἰσθητὸν ἔχοντα, δῆλον ὡς ὅτι οἱ ὁρίζοντες εἰς ἄνισα πάντοτε διαιρήσουσι τό τε ὑπὲρ γῆν καὶ τὸ ὑπὸ γῆν τοῦ οὐρανοῦ, ἔλαττον τὸ ὑπὲρ γῆν τοῦ ὑπὸ γῆν ποιοῦντες, καθάπερ καὶ ὁ διὰ τῆς ΝΞ εἰς ἄνισα τέμνει τὴν ΑΒΓΔ σφαῖραν, τοῦ H κέντρου αὐτοῖς ὄντος καὶ πᾶσι τοῖς ἐπὶ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας οἰκοῦσιν ἀεὶ καὶ ἀνατέλλει καὶ δύνει, τά τε ἐπὶ τοῦ ΝΑΔΞ τμήματος τῆς σφαίρας. Καὶ τοῦ ΟΒΠΓ ἄστρα, ἀεὶ δὲ ἀφανῆ καθίσταται, τά τε ἴσον ἀπέχοντα ἑκατέρου τῶν πόλων, τουτέστι τὰ περιλαμβανόμενα ὑπὸ τοῦ ΝΟ τμήματος καὶ τοῦ ΞΠ.

Ἐὰν δὲ καὶ τὰ διὰ τῶν βάσεων ἐπίπεδα νοήσωμεν ἐκβαλλόμενα ὡς ὁρίζοντας, ὡς τοὺς ΑΘΚΒ, ΔΜΑΓ, τοῖς μὲν ἐπὶ τῆς ΘΚ βάσε-

ὡς οἰκοῦσι πάντα ἀεὶ φανερὰ γίνεται τὰ ἐπὶ τῶν ANEOB τμήματος ἄστρα, ἀεὶ δὲ ἀφανῆ πάντα τὰ λοιπά. Καὶ δῆλον ὅτι οὐδὲν τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων οὔτε ἀνατέλλον οὔτε καταδυόμενον φαίνεται. Κοινὰ δὲ φαινόμενα ἐγίνετο τῶν τε ἐπὶ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας οἰκούντων καὶ τῶν ἐπὶ τῆς βάσεως τὰ ἐπὶ τῶν AN OB τμημάτων ἄστρα, τοῖς μὲν ἐπὶ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας οἰκοτσιν ἀνατέλλοντα καὶ δύνοντα, τοῖς δὲ ἐπὶ τῆς βάσεως μηδ' ὁπότερον. Ὁμοίως δὲ τὰ αὐτὰ συμβήσεται καὶ τοῖς ἐπὶ τῆς ΜΛ βάσεως οἰκοὰσιν, ὥστε συμβαίνειν ἐπὶ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας ἡμῶν παροδευόντων, ἤτοι ἀπὸ τῶν βορείων ἐπὶ τὰ νότια, ἢ ἀπὸ τῶν νοτίων ἐπὶ τὰ βόρεια, τὰ αὐτὰ πάντοτε καὶ ἀνατέλλειν καὶ δύνειν, καὶ μηδὲν ἀεὶ φανερὸν μήτε τῶν πόλων μήτε τῶν ἀστέρων γίνεσθαι, μηδενὸς μέρους τῆς γῆς ἐγκλισθῆναι δυναμένου ἐν κυλινδρικῷ σχήματι, ἵνα οἱ ὁρίζοντες τέμνωσιν αὐτό, ἐπεὶ καὶ διὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ἐφαπτόμενοι οἱ ὁρίζοντες ἐπινοοῦνται, καὶ οὐχὶ τέμνοντες αὐτὴν. Νῦν δὲ ὅσῳ πρὸς τὰς ἄρκτους παροδεύομεν, τοσούτῳ ἕτερα μὲν ἀναφαίνεται ἡμῖν ἀεὶ φανερὰ μετὰ τοῦ βορείου πόλου, ἕτερα δὲ ἀναλόγως ἀποκρύπτεται ἀεὶ ἀφανῆ μετὰ τοῦ νοτίου πόλου, ὡς δῆλον γίνεσθαι ὅτι καὶ ἐνταῦθα ἡ κυρτότης τῆς γῆς, οὐ μόνον τὴν ἀπὸ ἀνατολῆς ἐπὶ δύσιν ἀνάλογον ἐπιπρόσθησιν ποιεῖται, ὅπερ ἀπὸ τῆς διαφορᾶς τῶν ὡρῶν κατελαμβάνετο, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τῶν πλαγίων, καὶ ἀπὸ οἱουδήποτε τόπου, ἐφ' οἱονδήποτε, ὅπερ οὔτε τὸ κυλινδρικὸν οὔτε τὸ κωνικὸν, οὔτε ἕτερον ὁτιοῦν σχῆμα δύναται συντηρεῖν, ἢ μόνον τὸ σφαιρικόν. Δείκνυται γὰρ πάλιν καὶ τοῦτο διὰ τοῦ ὁμοίου θεωρήματος, δι' οὗ ἀναλόγως ταῖς κατὰ τὰς ὥ-

horizons, telle que ATKB, DMLG, tous les astres situés dans le segment ANEOB deviennent visibles en tout temps aux habitans de la base TK, mais tous les autres leur sont perpétuellement invisibles ; car on voit bien qu'aucune des étoiles ne leur paroît ni se lever ni se coucher. Il n'y auroit que les étoiles situées dans les segmens AN, OB, qui paroissant communes aux habitans de la surface convexe, et à ceux de la base, TK se leveraient et se coucheroient pour les habitans de la surface convexe, mais non pour ceux de la base. La même chose auroit lieu pour les habitans de la base LM, de sorte qu'en allant sur la surface convexe du septentrion au midi, ou du midi au septentrion, nous verrions toujours les mêmes étoiles se lever et se coucher en tout temps, et il ne nous paroîtroit rien ni des pôles ni de leurs étoiles, nulle partie de la terre dans le cas de la figure cylindrique ne pouvant être inclinée de manière qu'elle fût coupée par les horizons, attendu que l'on conçoit les horizons tangens à la surface de la terre, et non sécants. Cependant plus nous avançons vers les ourses, plus nous découvrons d'autres étoiles du côté du pôle boréal, et plus aussi d'autres disparoissent en même proportion du côté du pôle austral. Ainsi il est encore évident ici que la convexité de la terre fait qu'elle est interposée proportionnellement entre notre vue et les étoiles dans la direction d'orient en occident, comme on le voit bien par la différence des heures, mais encore dans le sens des côtés, et de tout lieu quelconque vers quelqu'autre point que ce soit, ce qui est incompatible avec toute autre figure soit cylindrique, ou conique, que la sphérique seule. Cela se démontre encore par un théorême semblable qui prouve que les distances des lieux sont propor-

tionnelles aux différences des heures (fig. 27.)

En effet, si l'on imagine encore les trois points A, B, G, terrestres, pris arbitrairement, soit du midi vers les ourses, soit dans d'autres directions, sur le plan d'un des grands cercles de l'univers, perpendiculaire aux horizons qui passent par les points A, B, G, et si de ces points on mène au centre les droites PA, BP, GP, on verra que le plan mené suivant ces droites, produit dans la sphère de l'univers le grand cercle EZHT; prolongeant jusqu'à sa circonférence les droites PAM, PBN, PGX, élevons sur elles les perpendiculaires EAT, ZBK, HGL, sections communes du cercle EZHT et des horizons, les points M, N, X, seront verticaux. Et puisque les circonférences EMT, ZNR sont égales entr'elles, car les espaces célestes au-dessus de la terre paroissent égaux, de quelque point qu'on les voie, six signes du zodiaque pris depuis un point à volonté étant toujours visibles au-dessus de la terre, et les six autres étant toujours au-dessous, retranchant l'arc commun ZT, reste l'arc EZ égal à l'autre arc TK. Par les mêmes raisons l'arc ZH est égal à l'arc KL. Et puisque EHT appartient au point A au-dessus de l'horizon, et ZTK à B, ensorte que l'espace de A en B cachera les astres du segment EZ, ceux du segment TK deviendront visibles dans la même proportion, tant les uns et les autres dans des segmens égaux. Par les mêmes raisons, l'espace de B en G cachera les astres qui sont en ZH, et de même ceux qui sont en KL deviendront visibles dans la même proportion, parce que KTL appartient au point G qui est au-dessus de l'horizon. Il dit donc maintenant d'après les observations, que nous découvrirons d'autant plus d'é-

ρας διαφοραῖς, τὰ διαστήματα τῶν τόπων ἐπεδείκνυμεν.

Ἐὰν γὰρ πάλιν νοήσωμεν ἀφ' οἱωνδήποτε τῆς γῆς τόπων τῶν ἀπὸ μεσημβρίας πρὸς ἄρκτους, ἢ καὶ πλαγίων, τριῶν οἰκήσεων σημεῖα τὰ Α Β Γ, ἐν ἑνὶ τῶν ἐν τῷ παντὶ μεγίστων κύκλων ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τοὺς διὰ τῶν Α Β Γ ὁρίζοντας, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπὶ τὸ τοῦ παντὸς κέντρον τὸ Π, ἐπιζεύξαντες τὰς ΠΑ, ΠΒ, ΠΓ, νοήσωμεν τὸ δι' αὐτῶν ἐπίπεδον ποιοῦν ἐν τῇ τοῦ παντὸς σφαίρᾳ μέγιστον κύκλον τὸν ΕΖΗΘ, καὶ ἐκβάλλοντες ἐπ' αὐτὸν τὰς ΠΑΜ, ΠΒΝ, ΠΓΞ, πρὸς ὀρθὰς αὐταῖς ἐπάγωμεν τὰς ΕΑΘ, ΖΒΚ, ΗΓΛ κοινὰς τομὰς γενομένας τοῦ τε ΕΖΗΘ κύκλου καὶ τῶν ὁριζόντων, ἔσαι τὰ Μ Ν Ξ σημεῖα κατὰ κορυφήν. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΕΜΘ, ΖΝΚ περιφέρειαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἴσα γὰρ τὰ ὑπὲρ γῆν φαίνεται πανταχοῦ, ἓξ μὲν ζῳδίων ἀφ' οἱουδήποτε τμήματος ὑπὲρ γῆς ἀεὶ φαινομένων, ἓξ δὲ τῶν λοιπῶν ὑπὸ γῆν, καὶ κοινῆς ἀφαιρεθείσης τῆς ΖΘ, λοιπὴ ἡ ΕΖ λοιπῇ τῇ ΘΚ ἐστὶν ἴση. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση. Καὶ ἐπεὶ τῆς μὲν Α οἰκήσεως ὑπὲρ γῆν ἐστὶ τὸ ΕΗΘ, τῆς δὲ Β τὸ ΖΘΚ, ὥστε ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β πάροδος ἀποκρύψει μὲν τὰ ἐπὶ τοῦ ΕΖ τμήματος ἄστρα, ἀναφανεῖ δὲ τὰ ἐπὶ τοῦ ΘΚ ἀναλόγως ἐν ἴσοις ὄντα τμήμασι. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Γ πάροδος ἀποκρύψει μὲν τὰ ἐπὶ τοῦ ΖΗ, ἀναφανεῖ δὲ ἀναλόγως τὰ ἐν τῷ ΚΛ, ἐπεὶ καὶ τῆς Γ οἰκήσεως ὑπὲρ γῆν ἐστὶ τὸ ΗΘΛ. Φησὶν οὖν ὡς ἐκ τῶν φαινομένων, νῦν δ' ὅσῳ πρὸς τὰς ἄρκτους παροδεύομεν, τοσούτῳ, τουτέστιν ἀναλόγως, τῶν μὲν βορειοτέρων ἀναφαίνεται πλείονα, τῶν δὲ νοτιωτέρων ἀποκρύπτεται. Καὶ δῆλον ὡς

ἔ̓ξαι ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ΖΗ, καὶ ἡ ΘΚ πρὸς ΚΛ, καὶ διὰ τοῦτο καθ' ἑκάστην τῶν ἐπὶ γῆς διαστάσεων τῆς διαφορᾶς τῶν φαινομένων ἀναλόγως γινομένης, ἀκολουθεῖν, ὡς ἔμπροσθεν ἐδηλοῦμεν, μηδ' ὁτιοῦν ἕτερον εἶναι τὸ τῆς γῆς σχῆμα, ἢ μόνον τὸ σφαιρικὸν, ἐπὶ τοῦ τοιούτου μόνου σχήματος τῶν ἐπιπέδων τῶν ὁριζόντων καθ' ἓν σημεῖον αὐτῆς ἁπτομένων, καὶ καθ' ἕκαστον τὴν εἰρημένην ἐπὶ τῶν φαινομένων διαφορὰν ἐμποιούντων.

toiles boréales, c'est-à-dire en proportion, que nous avancerons davantage vers les ourses, et que nous perdrons de vue, plus d'étoiles australes. Or, il est clair que AB sera à BG, comme EZ à ZH, et TK à KL. C'est pourquoi la différence de ces phénomènes étant en raison des distances sur la terre, il s'ensuit, comme nous l'avons montré plus haut, que la terre ne peut avoir d'autre figure que la sphérique, les plans des horizons touchant la surface terrestre en un seul point dans cette figure seule, et produisant pour chacun dans ces apparences célestes, la différence que nous avons exposée.

Ἔστι δὲ καὶ ἄλλως σφαιρικὴν ἅμα καὶ ὁμόκεντρον δηλαδὴ καὶ μέσην τοῦ παντὸς δεῖξαι τὴν γῆν οὕτως. Εἰλήφθωσαν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, τριῶν οἰκήσεων σημεῖα τὰ Α Β, Γ, καὶ ἔστω τῆς μὲν Α οἰκήσεως ἐν τῇ τοῦ παντὸς σφαίρᾳ μεσημβρινὸς ὁ ΔΕΖ, τῆς δὲ Β ὁ ΗΘΚ, καὶ ἔτι τῆς Γ ὁ ΛΜΝ. Καὶ εἰλήφθωσαν αἱ κοιναὶ τομαὶ τῶν ὁριζόντων καὶ τῶν μεσημβρινῶν αἱ ΔΖ, ΗΚ, ΛΝ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐταῖς ἐν τοῖς τῶν μεσημβρινῶν ἐπιπέδοις αἱ ΑΕ, ΘΒ, ΓΜ. Τὰ Ε Θ Μ ἄρα σημεῖα κατὰ κορυφὴν εἰσὶ τῶν οἰκήσεων, τουτέστι πόλοι τῶν ὁριζόντων εἰσίν. Ἴση ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Δ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κάθετος ἡ ΕΑ ἐπὶ τὴν ΔΖ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΑ τῇ ΑΖ. Ἐπεὶ οὖν ἐν κύκλῳ εὐθεῖα ἡ ΕΑ τὴν ΔΖ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἐπὶ τῆς ΕΑ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΔΕΖ μεσημβρινοῦ, τουτέστι τῆς σφαίρας. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐφ' ἑκατέρας τῶν ΒΘ, ΓΜ, τὸ κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας. Ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Ξ· τὸ Ξ ἄρα κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας. Καὶ ἐπεὶ τὰ ὑπὲρ γῆν ἴσα φαίνεται πανταχοῦ, ὥστε πάντοτε

Il peut encore donner une autre démonstration de la figure sphérique de la terre, et prouver en même temps qu'elle est concentrique au monde, c'est-à-dire au centre même de l'univers. (Fig. 28.) soient pris sur la surface de la terre les points A, B, G, de trois lieux terrestres, et soit dans la sphère de l'univers, DEZ le méridien du lieu A, HTK celui du lieu B, et LMN celui du lieu G. Prenons les communes sections des horizons et des méridiens D, Z, HK, LN, et menons-y les perpendiculaires AE, TB, GM, dans les plans des méridiens. Les points E, T, M, seront donc verticaux sur les lieux en question, c'est-à-dire qu'ils sont les pôles des horizons. Donc la droite menée de E en D est égale à la droite menée de E en Z, et EA est perpendiculaire sur DZ. Donc DA est égale à AZ. Or puisque, dans le cercle, la droite EA coupe la droite DZ perpendiculairement et en deux parties égales, il s'ensuit que le centre du méridien DEZ, c'est-à-dire de la sphère, est dans la droite EA. Par les mêmes raisons le centre de la sphère est dans chacune des droites BT, GM. Prolongeons ces droites, jusqu'à ce qu'elles se

rencontreront en X. X est le centre de la sphère. Et puisque les espaces paroissent égaux de toutes parts, de sorte que de quelque point que ce soit, il paroît toujours six signes du zodiaque au-dessus de la terre, les segmens DEZ, HTK, LMN, sont égaux, de sorte que les perpendiculaires EA, TB, MG qui les coupent chacun par moitiés, sont égales. Or ces droites XE, XT, XM sont égales, car elles sont menées du centre à la circonférence de la sphère. Donc les restes de ces droites XA, XB, XG sont égaux. Nous démontrerons pareillement que toutes les droites menées du centre de la sphère à sa surface sont égales. Donc la terre est sphérique et concentrique à la sphère du monde, et par conséquent elle est au milieu de l'univers.

En disant que la terre est sensiblement de forme sphérique, nous avons avancé que les montagnes ne faisant que de très-petites hauteurs relativement à la grandeur totale de la terre, la maintenoient sensiblement dans sa figure sphérique immuable. C'est ce qu'il est facile de conclure des grandeurs déterminées de la terre entière, et des montagnes en particulier, comme nous allons l'exposer.

La grandeur totale de la terre, mesurée sur son grand cercle, est de dix-huit myriades de stades (180000 stades), comme Ptolemée l'a portée dans sa géographie. Or, Archimède par la rectification de la circonférence du cercle, prouve qu'elle est plus grande que le triple du diamètre, joint à sa septième partie. Ainsi tout le diamètre de la terre seroit de 57273. Car la circonférence de dix-huit myriades est plus grande que le triple et le septième de cette quantité, à très-peu près. Mais Eratosthène montre par les dioptres qui servent à mesu-

ἀφ' οἱουδήποτε τμήματος, τοῦ ζωδιακοῦ ἓξ ζώδια ὑπὲρ γῆν φαίνεσθαι, ἴσα ἂν εἴη τὰ ΔΕΖ, ΗΘΚ, ΛΜΝ τμήματα, ὥστε καὶ αἱ ἀπὸ τῶν διχοτομιῶν αὐτῶν κάθετοι αἱ ΕΑ, ΘΒ, ΜΓ ἴσαι εἰσίν. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ΞΕ, ΞΘ, ΞΜ ἴσαι, ἐκ τοῦ κέντρου γὰρ ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας. Καὶ λοιπαὶ ἄρα αἱ ΞΑ, ΞΒ, ΞΓ ἴσαι εἰσίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς γῆς ἴσαι ἂν εἶεν· ὥστε ἡ γῆ σφαιρική ἐστι, καὶ ὁμόκεντρος τῇ τῶν ὅλων σφαίρᾳ· διὰ δὴ τοῦτο καὶ μέση.

Περὶ δὲ τοῦ πρὸς αἴσθησιν σφαιροειδῆ εἶναι τὴν γῆν, εἴρηται μὲν ἡμῖν καὶ μικρῷ πρόσθεν, ὅτι τὰ ὄρη ἐλαχίστας ποιοῦντα ἐπαναστάσεις ὡς πρὸς τὸ ὅλον τῆς γῆς μέγεθος, ἀναλοίωτον αὐτῆς τὸ σφαιρικὸν σχῆμα συντηροῦσι πρὸς αἴσθησιν. Ἔστι δὲ καὶ ἀπὸ τῶν καταληφθέντων μεγεθῶν τῆς τε ὅλης γῆς, καὶ τῶν ὀρῶν τὸ τοιοῦτον ἐπιγνῶναι.

Τὸ γὰρ ὅλον τῆς γῆς μέγεθος κατὰ τὸν μέγιστον αὐτῆς κύκλον μετρούμενον, σταδίων μύρια ἐστὶ ιη̄, καθάπερ αὐτὸς ὁ Πτολεμαῖος ἐν τῇ γεωγραφίᾳ συνήγαγεν. Ἀρχιμήδης δὲ τοῦ κύκλου τὴν περίμετρον εἰς εὐθεῖαν ἐκτεινομένην δείκνυσι τῆς διαμέτρου τριπλασίῳ καὶ ἔτι ζ̄ μέρει μείζονα, ὥστε εἴη ἂν ἡ πᾶσα τῆς γῆς διάμετρος σταδίων μύρια ε̄ καὶ ζσο ̄γ̄. Τούτῳ γὰρ τριπλασίων καὶ ζ̄ μέρει μείζων ἔγγιστα ἐστὶν ἡ τῶν ιη̄ μυρίων περίμετρος. Τῆς δὲ ἀπὸ τῶν ὑψηλοτάτων ὀρῶν ἐπὶ τὰ χθαμαλώτερα πίπτουσαν κάθετον δείκνυσιν

Ἐρατοσθένης διὰ τῶν ἐξ ἀποσημάτων μετρουσῶν διοπτρῶν, σταδίων τ̄. Ἐπεὶ οὖν ἀπεδείχθη πάλιν Ἀρχιμήδει ὅτι τὸ ὑποκείμενον τῆς διαμέτρου καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας εἰς εὐθεῖαν ἐξαπλουμένης, περιεχόμενον ὀρθογωνίῳ, τετραπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ κύκλου, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς διαμέτρου καὶ τοῦ δ′ μέρους τῆς περιφερείας ἴσον ἐστὶ τῷ ἐμβαδῷ τοῦ κύκλου. Διόπερ εὑρίσκεται τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου λόγον ἔχον, ὃν τὰ ιδ̄ πρὸς ιᾱ, οὕτως. Ἐπεὶ γὰρ ἡ περιφέρεια τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἔτι ζ′ μέρει μείζων, οἵων ἄρα ἐστὶν ἡ διάμετρος ζ̄, τοιούτων ἡ μὲν περιφέρεια γίνεται κβ̄, τὸ δὲ δ′ αὐτῆς ε̄ ϛ′, ὥστε καὶ οἵων τὸ τετράγωνον μθ̄, τοιούτων ὁ κύκλος λη̄ ϛ′. Καὶ διὰ τὸ ἐπιτρέχον ϛ′ διπλασιάσαντες αὐτὰ, ἕξομεν οἵων τὸ τετράγωνον ιδ̄, τοιούτων τὸν κύκλον οζ̄. Τούτων δὲ ὁ λόγος ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ἐστιν ὁ τῶν ιδ̄ πρὸς ιᾱ. Μέγιστον γὰρ κοινὸν μέτρον αὐτῶν ἐστὶν οζ̄, καὶ μετρεῖ τὸν ιδ̄ κατὰ τὸν ιδ̄, τὸν δὲ οζ̄ κατὰ τὸν ιᾱ. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου τετράγωνον πρὸς τὸν κύκλον, οὕτως ὁ κύβος πρὸς τὸν ἰσοϋψῆ κύλινδρον, ὡς ἐξῆς δείξομεν· ἔξει ἄρα καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύλινδρον τὸν τῶν ιδ̄ πρὸς τὸν ιᾱ λόγον. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη πάλιν Ἀρχιμήδει ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ὅτι ὁ ἰσοϋψὴς τῇ σφαίρᾳ κύλινδρος, καὶ ἔχων βάσιν τὸν μέγιστον ἐν αὐτῇ κύκλον, ἡμιόλιος ἐστὶ τῆς σφαίρας, ἔσται καὶ οἵων ὁ κύλινδρος ιᾱ, τοιούτων ἡ σφαῖρα ζ̄ γ′, ἀλλὰ καὶ οἵων ὁ κύβος ιδ̄, τοιούτων ὁ κύλινδρος ιᾱ, καὶ οἵων ἄρα ὁ κύβος ιδ̄, ἡ σφαῖρα ζ̄ γ′. Ἔσται ἄρα ἡ σφαῖρα τοῦ κύβου ζ̄ ιδ̄ καὶ γ′ ιδ̄. Καὶ ἐπεὶ τὴν διάμετρον

rer de loin, que la perpendiculaire tombant du sommet des plus hautes montagnes jusqu'à leur point le plus bas, est de dix stades. Et comme Archimède a démontré aussi que le rectangle formé du diamètre multiplié par la circonférence réduite en ligne droite, est quadruple de l'aire du cercle, il s'ensuit que le produit du diamètre par le quart de la circonférence du cercle, est égale à l'aire de ce cercle. Et l'on trouve en conséquence que le carré du diamètre est à l'aire du cercle comme 14 est à 11. En effet, la circonférence étant plus grande que le triple et le septième du diamètre, le diamètre étant supposé de sept parties, la circonférence en aura vingt-deux, et son quart cinq et demi. Ainsi le carré du diamètre en ayant quarante-neuf, le cercle en aura trente-huit et demie. Doublant ces nombres à cause de la fraction une demie, nous aurons la surface du cercle de 77 des parties dont le carré de son diamètre en aura 98. Or le rapport de ces nombres réduits à une plus simple expression, est le même que celui de 11 à 14. Car leur plus grand commun diviseur est 7, qui divisant 77, donne 11 au quotient, et divisant 98, donne 14. Mais comme nous le démontrerons dans la suite, le cube étant au cylindre de même hauteur, dans le rapport carré du diamètre au cercle, ce cube sera par conséquent à ce cylindre dans la raison de 14 à 11. Archimède a demontré dans son traité de la sphère et du cylindre, que dans un cylindre de même hauteur que la sphère, et qui a pour base un grand cercle de cette sphère, cette même sphère est les deux tiers du cylindre. Donc ce cylindre étant comme 11, la sphère sera comme 7 un tiers. Mais des parties dont le cube en contient 14, le cylindre en contenant 11, la sphère contiendra $7\frac{1}{3}$ de ces 14 du cube.

Elle sera donc égale à $\frac{7}{14}$ des $14 + \frac{1}{3}$ d'une des 14 du cube. Et puisque nous avons démontré le diamètre de la terre = 57273 stades, le carré du diamètre est 32 myriades du second ordre, 8019 myriades du premier, et 6529 unités; le cube = 187 myriades du troisième ordre, 8666 myriades du second, 9580 myriades du premier, et 5417, dont la quatorzième partie est 13 myriades du troisième ordre, 4190 myriades du second, et 4970 myriades du premier, et 386. Ce nombre pris sept fois est 93 myriades du troisième ordre, 9333 myriades du second, 4790 myriades du premier, et 2702. A ce produit j'ajoute le tiers de la quatorzième partie, lequel est 4 myriades du troisième ordre, 4730 myriades du second, 1656 myriades du premier, et 6795. La somme est 98 myriades du troisième ordre, 4063 myriades du second, 6446 myriades du premier, et 9497. Telle sera donc la grandeur de la terre. Mais la perpendiculaire de la plus haute montagne est de 10 stades. Donc si nous concevons que sur la terre si prodigieusement grande, il se fasse une élévation de 10 stades, nous verrons bien que cette élévation ne détruit pas la figure sensiblement sphérique de la terre *.

Je dis donc que le cube est au cylindre de même hauteur, comme le carré du diamètre est au cercle. Car traçons un cercle autour du diamètre GD, et décrivons un carré EZ avec ce même diamètre. Faisons de ce carré un cube, et du cercle un cylindre de même hauteur que le cube. Je dis que ce cube est au cylindre, comme le carré

τῆς γῆς ἀπεδείκνυμεν σταδίων μυρίων $\bar{\varepsilon}$ καὶ ϛσο$\bar{\gamma}$, ἔσται τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον μυριονταδικῶν διπλῶν μυριάδες $\lambda\bar{\varepsilon}$, μυριάδες ἁπλαὶ ,ηιθ$\bar{}$, καὶ ,ϛφκθ$\bar{}$. Ὁ δὲ κύβος μυριονταδικῶν τριπλῶν ρπ$\bar{\zeta}$, μυριονταδικῶν διπλῶν ,ηχξ$\bar{\varepsilon}$, μυριάδες ἁπλαὶ ,ϑφ$\bar{\pi}$, καὶ ,ενι$\bar{\zeta}$. Τούτων τὸ ι$\bar{\delta}$ μυριονταδικῶν τριπλῶν ι$\bar{\gamma}$, μυριονταδικῶν διπλῶν ,δρϛ, μυριάδες ἁπλαὶ ,δ$\bar{\vartheta}^{\circ}$ καὶ τπ$\bar{\varepsilon}$. Ταῦτα ἑπτάκις γίνεται μυριονταδικῶν τριπλῶν ϛ$\bar{\gamma}$, μυριονταδικῶν διπλῶν ,ϑτλ$\bar{\gamma}$, μυριάδες ἁπλαὶ ,δψϛ, καὶ ,βψ$\bar{\varepsilon}$. Τούτοις προσ-ίθημι τοῦ ι$\bar{\delta}^{\omega\nu}$ τὸ γ″, ὅ ἐστι μυριονταδικῶν τριπλῶν $\delta\bar{}$, μυριονταδικῶν διπλῶν ,δψλ$\bar{}$, μυριάδες ἁπλαὶ ,αχν$\bar{\varepsilon}$, καὶ σψϛ$\bar{\varepsilon}$. Καὶ γίνεται ὁμοῦ μυριονταδικῶν τριπλῶν ϛ$\bar{\eta}$, μυριονταδικῶν διπλῶν ,δξ$\bar{\gamma}$, μυριάδες ἁπλαὶ ,ϛυμ$\bar{\varepsilon}$, καὶ ,θυϛ$\bar{\zeta}$. Τοσοῦτον ἄρα ἐστὶ τὸ τῆς γῆς σφαιρικὸν μέγεθος. Ἔστι δὲ καὶ ἡ τοῦ μεγίστου ὄρους κάθετος σταδίων $\bar{\iota}$. Ἐὰν ἄρα ἐπὶ τοῦ τηλικούτου τῆς γῆς μεγέθους ἐπινοήσωμεν ἐπανάστασιν τινὰ γενομένην σταδίων $\bar{\iota}$, διὰ τὴν τοσαύτην τοῦ μεγέθους τῆς γῆς ὑπερβολὴν, ἀναλοίωτος αὐτῆς πρὸς αἴσθησιν τὸ σφαιρικὸν σχῆμα διαμενεῖ.

Λέγω δὴ ὅτι ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον πρὸς τὸν κύκλον, οὕτως ὁ κύβος πρὸς τὸν ἰσοϋψῆ κύλινδρον. Ἐκκείσθω γὰρ ὁ AB κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον τὸ EZ, καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ μὲν τοῦ τετρα-

γώνου, κύβος, ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου κύλινδρος

Voyez l'Arénaire d'Archimède, et son Traité de la sphère et du cylindre, dans la belle édition grecque et latine de Torelli, à Oxford, in-fol. 1792.

ἰσοϋψὴς τῷ κύβῳ, λέγω ὅτι ἔστιν ὡς τὸ EZ τετράγωνον πρὸς τὸν AB κύκλον, οὕτως ὁ κύβος πρὸς τὸν κύλινδρον. Ἐκκείσθω γὰρ κύκλος ἴσος τῷ AB ὁ ΗΘ, περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ, καὶ τὸ περὶ αὐτὴν τετράγωνον τὸ MN ἴσον δηλονότι τῷ EZ. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς τὸ EZ τετράγωνον πρὸς τὸ MN, οὕτως ὁ AB κύκλος πρὸς τὸν ΗΘ κύκλον, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ EZ τετραγώνου κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ MN κύβον, καὶ ἔτι ὁ ἀπὸ τοῦ AB κύκλου κύλινδρος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΘΗ κύλινδρον· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ EZ τετράγωνον πρὸς τὸν AB κύκλον, οὕτω τὸ MN τετράγωνον, πρὸς τὸν ΗΘ κύκλον, καὶ ἔτι ὁ ἀπὸ τοῦ EZ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ AB κύλινδρον, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ NM κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΗΘ κύλινδρον· ἴσα δὲ πάντα τὰ ἐν τῷ MN τοῖς ἐν τῷ EZ. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ EZ τετράγωνον πρὸς τὸν AB κύκλον, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ EZ κύβος πρὸς τὸν AB κύλινδρον.

EZ est au cercle AB. Car soient décrits autour du diamètre KL le cercle TH égal au cercle AB, et sur ce même diamètre le carré MN égal au carré EZ. Puisque le cercle AB est au cercle HT, comme le carré EZ est au carré MN, et que de même que le cube formé du carré EZ est au cube formé du carré MN, ainsi le cylindre formé du cercle AB est au cylindre formé du cercle TH; et que réciproquement comme le carré EZ est au cercle AB, ainsi le carré MN est au cercle HT, de même aussi le cube formé sur EZ est au cylindre formé sur AB, et le cube fait sur MN, au cylindre fait sur HT, et que d'ailleurs toutes choses sont égales dans le cube MN et dans le cube EZ, il s'ensuit que comme le carré EZ est au cercle AB, ainsi le cube EZ est au cylindre AB.

Ἐπεὶ δὴ εἴρηκεν ὡς καθ' ὅλα μέρη λαμβανομένη, βούλεται καὶ τὴν τῆς θαλάττης ἐπιφάνειαν, καὶ παντὸς ὕδατος ἠρεμοῦντος σφαιρικὴν ἀποδεῖξαι. Καὶ φησὶν ὅτι μετὰ τοῦ, κἂν προσπλέωμεν ὄρεσιν, ἢ τισὶν ὑψηλοῖς χωρίοις ἀφ' ἡσδήποτε γωνίας καὶ πρὸς ἥνδήποτε, τουτέστιν ἀφ' οἱουδήποτε τόπου καὶ πρὸς ὁνδήποτε, κατὰ μικρὸν αὐτῶν αὐξόμενα τὰ μεγέθη θεωρεῖσθαι, καθάπερ ἐξ αὐτῆς τῆς θαλάττης ἀνακυπτόντων. Πρότερον δὲ καταδεδυκότων διὰ τὴν κυρτότητα τῆς τοῦ ὕδατος ἐπιφανείας. Ἔστι δὲ τοῦτο καὶ ἄνευ τοῦ πλεῖν οὕτως ἐπιγνῶναι. Ἐὰν γὰρ ἑστὼς τὶς ἐπί τινος αἰγιαλοῦ θεάσηται μετὰ τὴν θάλατταν ὄρος ἢ πλοῖον, καὶ ἐπινεύσας ὡς ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος τὸ ὄμμα καθάπερ διοπτεύων ἐκπέμπει, οὐδὲν ὅλως τὸ

Ptolemée en disant : la terre prise dans l'ensemble de toutes ses parties, veut montrer par là que la surface de la mer, et de toute eau isolée, est de figure sphérique; et il dit que si nous voguons vers des montagnes ou d'autres lieux élevés sous quelque angle et en quelque direction que ce soit, c'est-à-dire de quelque point que nous partions et vers quelques lieux que nous allions, nous voyons les grandeurs de ces lieux augmenter peu à peu, comme s'ils sortoient de la mer, étant d'abord plus bas qu'elle à cause de la convexité de la surface de l'eau. C'est ce qu'on reconnoîtra aisément par ce qui suit, sans avoir besoin pour cela de naviguer. Si, en se tenant debout sur un rivage, on regarde par dessus la mer une montagne ou un navire, on n'en verra plus rien dès qu'on se sera baissé au niveau de

l'eau, ou on verra beaucoup moins de l'objet qu'on découvroit quand on étoit debout et qu'on regardoit alors de plus haut, parce que la surface de la mer interpose sa convexité entre l'objet et les yeux. C'est ce qu'on éprouve aussi quand on navigue. Car souvent on ne voit ni terre, ni navire, et pour chercher à en appercevoir, on monte au mât, d'où on peut alors appercevoir, parce que delà on domine sur la convexité de la mer qui auparavant interceptoit la vue. A cette raison physique donnée pour faire entendre ce fait, nous allons ajouter la preuve mathématique que la surface de toute eau stagnante est naturellement de forme sphérique: Le propre de l'eau est naturellement de couler des endroits les plus élevés vers les plus bas. Or je dis que les plus élevés sont les plus éloignés du centre de la terre, et que les plus bas en sont les plus proches.

Si donc (fig. 30) nous supposons la surface de l'eau, plane, et si du centre de la terre, comme de K, nous menons la perpendiculaire KB sur la droite AB G tracée en dedans de la surface de la mer, et si nous tirons les droites KA, KG, ces droites seront chacune plus grandes que KB. Donc chacun des points A, G, sera plus éloigné du centre K de la terre, que le point B. Donc l'eau s'écoulera des points A, G, vers l'endroit creux B, jusqu'à ce que rempli par l'eau cet endroit devienne aussi distant du centre C que chacun des points A, G, et ainsi tous les points de la surface de l'eau deviendront également distants du centre K: il est donc clair qu'elle deviendra sphérique.

αὐτὸ θεαθήσεται, ἢ πολλῷ ἔλαττον ὄψηται τοῦ ὑφ' ὡς ἑξῆς αὐτοῦ ὁρωμένου, διὰ τὸ τὴν κυρτότητα τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάττης ἐπιπροσθεῖν ταῖς ὄψεσιν. Ἔτι δὲ καὶ ἐν τῷ πλεῖν τὸ τοιοῦτον συμβαῖνον εὑρίσκεται. Πολλάκις γὰρ μὴ ὁρῶντες μήτε γῆν μήτε πλοῖον, καὶ ἐπιζητοῦντες θεάσασθαι, ἀνελθόντες εἰς τὸν ἱστὸν ἑωράκασιν ὑπερβαλόντες τὴν ἐπιπροσθείσασαν αὐτῶν ταῖς ὄψεσι τῆς θαλάττης κυρτότητα. Καὶ φυσικώτερον δὲ προλαβόντες, μαθηματικώτερον δείξομεν ὅτι παντὸς ὕδατος ἠρεμοῦντος ἡ ἐπιφάνεια σφαιρικὴ πέφυκεν ὑπάρχειν. Φύσιν ἔχει τὸ ὕδωρ ἀπὸ τῶν ὑψηλοτέρων ἐπὶ τὰ χθαμαλώτερα συῤῥεῖν. Ὑψηλότερα δὲ λέγω τὰ ἀπώτερον τοῦ κέντρου τῆς γῆς, χθαμαλώτερα δὲ τὰ πλησιέστερον.

Ἐὰν οὖν ὑποθώμεθα τὴν τοῦ ὕδατος ἐπιφάνειαν ἐπίπεδον, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς, οἷον τοῦ Κ ἐπ' αὐτὴν κάθετον ἀγάγωμεν, ποιοῦντες ἐν τῇ τῆς θαλάττης ἐπιφανείᾳ εὐθεῖαν τὴν ΑΒΓ, καὶ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΚΑ, ΚΓ, μείζονες ἔσονται τῆς ΚΒ. Καὶ ἑκάτερον ἄρα τῶν Α, Γ σημείων ἀπώτερον ἔσται τοῦ Κ κέντρου τῆς γῆς, ὅπερ τὸ Β, ὥστε ὑψηλότερα ἔσται τὰ Α, Γ σημεῖα τοῦ Β. Συῤῥυήσεται ἄρα τὸ ὕδωρ ἀπὸ τῶν Α, Γ σημείων ἐπὶ τὸ Β κοιλότερον, μέχρι τοσούτου ἕως ἂν καὶ τὸ Β ἀναπληρούμενον ἴσον ἀπέχῃ τοῦ Κ, ἑκατέρου τῶν Α Γ. Καὶ ὁμοίως πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος σημεῖα τοῦ Κ ἴσον ἀφέξει, καὶ δῆλον ὡς αὐτὴ γενήσεται σφαιρική.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'.

ΟΤΙ ΜΕΣΗ ΤΟΥ ΟΥΡΑΝΟΥ ΕΣΤΙΝ Η ΓΗ

Τοῦ τῆς γῆς σχήματος ἐκ τῶν εἰρημένων σφαιρικοῦ καταλημμένου, ἑξῆς καὶ περὶ τῆς θέσεως αὐτῆς διαλαμβάνει, ὡς ὅτι ἄλλως οὐκ ἂν ἁρμόζοι τὰ φαινόμενα ἡμῖν περὶ αὐτὴν, εἰ μὴ μέσην τοῦ οὐρανοῦ καθάπερ κέντρου θέσιν ἔχουσαν αὐτὴν ὑποτιθέμεθα. Εἶτα βουλόμενος δεῖξαι τὰ συμπίπτοντα ἄτοπα, εἰ περὶ τὸ μέσον ὑποτεθείη, ὁρίζεται τρεῖς τόπους περιεκτικωτέρους τῶν ἄλλων ἁπάντων παρὰ τὸ μέσον, καὶ φησὶ· τούτου γὰρ μὴ οὕτως ἔχοντος, τουτέστι μὴ μέσης καθάπερ κέντρου αὐτῆς ὑπαρχούσης, ἔδει ἤτοι τοῦ μὲν ἄξονος ἐκτὸς εἶναι αὐτὴν, ἑκατέρου δὲ τῶν πόλων ἴσον ἀπέχειν, ἢ ἐπὶ τοῦ ἄξονος οὖσαν πρὸς ἕτερον τῶν πόλων παρακεχωρηκέναι, ἢ μήτε ἐπὶ τοῦ ἄξονος εἶναι, μήτε ἑκατέρου τῶν πόλων ἴσον ἀπέχειν. Καὶ φανερὸν ὅτι παρὰ ταύτας τὰς θέσεις ἑτέρας περὶ τὸ μέσον οὐκ ἔστιν ἐπινοήσεσθαι. Καὶ πρὸς μὲν τὴν πρώτην τῶν τριῶν καθ' ἣν ἐκτὸς οὖσαν ἴσον ἀπέχειν ἑκατέρου τῶν πόλων ὑπετίθετο, ἐνίσταται τὰ φαινόμενα τὸν τρόπον τοῦτον. Ἐπεὶ γὰρ ἡ τοιαύτη θέσις κατὰ τέσσαρας τρόπους, ὡς πρὸς ἡμᾶς, ἐπινοεῖται. Δύναται γὰρ, ἐκτὸς τοῦ ἄξονος οὖσα, ἢ ἀνωτέρω, ἢ κατωτέρω, ἢ πρὸς ἀνατολὰς, ἢ πρὸς δυσμὰς αὐτοῦ τυγχάνουσα, ἴσον ἀπέχειν ἑκατέρου τῶν πόλων. Καὶ εἰ μὲν εἰς τὸ ἄνω ἢ τὸ κάτω τινῶν οἰκήσεων ὑποτεθείη, τὸ δὲ ἄνω ἢ κάτω, ὡς ἔφαμεν, ὡς πρὸς ἡμᾶς εἴρηται, πρὸς γάρ τινας ἄνω τυγχάνουσα, πρὸς τοὺς ἀντίχθονας κάτω

CHAPITRE IV.

LA TERRE EST AU CENTRE DU CIEL.

Après avoir prouvé par ce qui précéde, que la figure de la terre est sphérique, il cherche quelle est sa situation, et il prouve par les phénomènes qui se passent autour d'elle, qu'ils ne s'accorderoient pas avec ce que nous voyons, si nous ne la supposions pas au milieu du ciel, comme placée au centre. Voulant donc démontrer toutes les absurdités qui suivroient de la supposition de la terre hors du centre, il prend trois positions entre toutes celles qui diffèrent du milieu, et il dit qu'aucune n'est possible, c'est-à-dire que si la terre n'étoit pas au milieu comme un centre, il faudroit qu'elle fût ou hors de l'axe, mais à égale distance de l'un et de l'autre pôle, ou dans l'axe, plus avancée vers un des deux pôles, ou ni dans l'axe ni a égales distances des pôles. Car il est clair qu'on ne peut pas imaginer d'autres positions que celles-là qui soient autour du centre. Or, dans la première où l'on suppose qu'elle est hors de l'axe à égales distances des deux pôles, voici quelles sont les phénomènes qui résulteroient de cette situation, car la terre peut se trouver à égales distances des deux pôles, dans quatre positions relativement à nous, savoir : ou plus haut ou plus bas, ou bien à l'orient ou à l'occident de l'axe. Si on la suppose au-dessus ou au-dessous de certains lieux, le dessus et le dessous étant relatif à nous, comme nous l'avons dit, car ce qui est au-dessus pour quelques parties de la terre, est au-dessous pour d'autres, ja-

mais ils n'auroient d'équinoxes dans la sphère droite, parce que la sphère seroit coupée en deux parties inégales, l'une au-dessus de la terre, l'autre au-dessous.

(Fig. 31.) Car soient le méridien ABGD, son centre E, l'axe BED, et les pôles de la sphère B, D. Soit menée du centre E de la sphère une perpendiculaire à l'axe BED dans le plan du méridien en Z, de manière que, selon la supposition, étant menées les deux droites ZB, ZD, il soit également éloigné des pôles B, D. Si dans la sphère droite nous concevons l'horizon HZT parallèle à l'axe, de sorte que l'équateur soit perpendiculaire à l'horizon HZT, la sphère étant supposée droite, le point A se trouvant dans l'équateur et vertical sur le lieu terrestre, il est évident que l'horizon coupera le méridien ABGD en deux parties inégales, ainsi que la sphère et l'équateur, et ses parallèles, et il n'y aura point d'équinoxes dans la sphère droite, même aux jours équinoxiaux.

Supposons cette même position de la terre, dans la sphère oblique, et soient KL, MN les diamètres des tropiques, et XOZP, RZD les sections communes du méridien et de l'horizon. Traçons par O le parallèle SOT au diamètre de l'équateur, il est évident encore qu'ici les horizons XP, RD, coupent la sphère inégalement, parce que son centre est en E. Or, il n'y aura pas non plus d'équinoxes sur la position RD de l'horizon, parce qu'il ne coupe aucun parallèle en deux parties éga-

ἐστὶ, τούτοις ἂν συμβαίνοι, ἐπὶ μὲν ὀρθῆς τῆς σφαίρας, τὸ μηδέποτε ἰσημερίαν γίνεσθαι, εἰς ἄνισα πάντοτε διαιρουμένων ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος τοῦ τε ὑπὲρ γῆν καὶ τοῦ ὑπὸ γῆν.

Ἔστω γὰρ μεσημβρινὸς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Ε, ἄξων δὲ ὁ ΒΕΔ, πόλοι δὲ τῆς σφαίρας τὰ Β, Δ σημεῖα. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς ὀρθὰς ἤχθω τῷ ΒΕΔ ἄξονι ἐν τῷ τοῦ μεσημβρινοῦ κατὰ τὸ Ζ, ἵνα ἐπεζευχθεισῶν τῶν ΖΒ, ΖΔ, ἴσον ἀπέχῃ δηλονότι τῶν Β, Δ πόλων κατὰ τὴν ὑπόθεσιν. Ἐὰν οὖν ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας νοήσωμεν τὸν διὰ τῆς ΗΖΘ ὁρίζοντα, παράλληλον δηλονότι ποιοῦντα τὴν ΗΖΘ τῷ ἄξονι, ἵνα καὶ ὁ ἰσημερινὸς ὀρθὸς ᾖ πρὸς τὸν διὰ τῆς ΗΖΘ ὁρίζοντα, ὀρθῆς ὑποκειμένης τῆς σφαίρας, ἔσται τὸ Α ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ τυγχάνον, καὶ κατὰ κορυφὴν τῆς οἰκήσεως, καὶ δῆλον ὡς ὁ ὁρίζων εἰς ἄνισα τεμεῖ τὸν ΑΒΓΔ μεσημβρινὸν, ὥστε καὶ τὴν σφαῖραν δηλαδὴ καὶ τὸν ἰσημερινὸν καὶ τοὺς τούτου παραλλήλους. Καὶ οὐκ ἔσται ἐπ' ὀρθῆς σφαίρας τὰ ἰσημερινὰ, καίτοι καθ' ἑκάστην ἡμέραν ἰσημερινὴν ἐκείσε γινομένης.

Νενοήσθωσαν δὴ ἐπὶ τῆς τοιαύτης θέσεως τῆς γῆς καὶ ἐγκλίσεις τῆς σφαίρας, καὶ ἔστωσαν τροπικῶν διάμετροι αἱ ΚΛ, ΜΝ, κοιναὶ δὲ τομαὶ μεσημβρινοῦ καὶ ὁρίζοντος ἥ τε ΞΟΖΠ καὶ ἡ ΡΖΔ. Καὶ διὰ τοῦ Ο γεγράφθω παράλληλος τῇ τοῦ ἰσημερινοῦ διαμέτρῳ ἡ ΣΤΟ, δῆλον δὴ πάλιν ὅτι καὶ ἐνταῦθα οἱ διὰ τῶν ΞΠ καὶ ΡΔ ὁρίζοντες εἰς ἄνισα τέμνουσι τὴν σφαῖραν, διὰ τὸ τὰ κέντρον αὐτῆς πρὸς τῷ Ε τυγχάνειν. Καὶ ἐπὶ μὲν τῆς διὰ τῆς ΡΔ θέσεως τοῦ ὁρίζοντος οὐκ ἔσται πάλιν ὁμοίως ἰσημερία, διὰ τὸ μηδένα τῶν παραλλήλων

διχοτομεῖσθαι ὑπ' αὐτοῦ· ἐπὶ δὲ τῆς διὰ τῆς ΞΠ ἔσται, ὅταν ὁ ἥλιος κατὰ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΣΟΤ παραλλήλου φέρηται, διὰ τὸ τὴν ΒΕΔ διὰ τοῦ κέντρου πρὸς ὀρθὰς τέμνειν, καὶ δίχα κατὰ τὸ Ο, ὥστε καὶ ἡ ΞΠ τὴν ΣΤ δίχα τεμεῖ, καὶ ὁ δι' αὐτῆς ἄρα ὁρίζων τὸν παράλληλον, ἐπεὶ καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τοῦ Ε ἔρχεται τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον, καὶ ποιήσει ἰσημερίαν ἐπὶ τοῦ τούτου παραλλήλου τυγχάνων ὁ ἥλιος.

Οὐκέτι δὲ καὶ συμφώνως τοῖς φαινομένοις, διὰ τὸ μὴ ἐν τῷ μεταξὺ, καθάπερ εἴρηται, τῆς τε θερινῆς τροπῆς καὶ τῆς χειμερινῆς, τουτέστι κατὰ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τὴν ἰσημερίαν γεγενῆσθαι, ὁμολογουμένου ὑπὸ πάντων τοῦ τὰ διαστήματα τὰ ἀπὸ τῶν τροπικῶν ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν ἴσα τυγχάνειν πανταχοῦ, τῷ καὶ τὴν πρὸς τῷ θερινῷ τροπικῷ γινομένην μεγίστην ἡμέραν τοσούτῳ παραύξεσθαι τῆς ἰσημερινῆς, ὅσῳ καὶ ἡ ἐλαχίστη ἡμέρα πρὸς τῷ χειμερινῷ τροπικῷ μειοῦται τῆς ἰσημερινῆς. Ὅσῳ δὲ μειοῦται ἡ ἡμέρα τῆς χειμερινῆς τροπῆς, τοσούτῳ αὔξεται ἡ νύξ· ὥστε τῷ ἴσῳ παρακολουθεῖν παρηυξῆσθαι τῆς ἰσημερινῆς τήν τε πρὸς τῷ θερινῷ τροπικῷ μεγίστην ἡμέραν, καὶ τὴν πρὸς τῷ χειμερινῷ τροπικῷ νύκτα· καὶ διὰ τοῦτο τὰ ἐναλλὰξ αὐτῶν τμήματα ἴσα τυγχάνειν, ὅπερ συμβαίνει ἐπὶ τῶν ἴσων παραλλήλων, καὶ ἴσον δηλονότι διεστώτων τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων. Οὐ μόνον δὲ οὗ αὔξεται ἡ μεγίστη ἡμέρα, τούτῳ μειοῦται ἡ ἐλαχίστη, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τῶν κατὰ μέρος καὶ ἐφ' ἑκατέρου τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπὶ τοῦ διὰ μέσων ἴσων τοῦ ἡλίου ἀποχῶν. Λέγω δὴ ὡς ἐπὶ τῆς τε πρώτης μοίρας τοῦ κριοῦ, καὶ τῆς κθ τῶν ἰχθύων, τὸ αὐτὸ τοῦτο συμ-

les, mais il y en aura sur l'horizon XP, quand le soleil parcourra le parallèle SOT, parce que le diamètre BED est coupé au centre perpendiculairement et en deux parties égales, dans le point O, ensorte que PX coupe ST en deux parties égales, et par conséquent l'horizon qui est dans cette ligne coupe ce parallèle en deux parties égales, puisque le plan de l'horizon passe par le centre E, et le soleil étant dans ce parallèle fera l'équinoxe.

Mais cela ne s'accorde pas avec les phénomènes, parce que, comme il a été dit, l'équinoxe n'arrive pas dans le point juste entre le solstice d'été et celui d'hiver, c'est-à-dire dans le plus grand des parallèles, tous les astronomes convenant que les distances des tropiques à l'équateur sont égales partout, en ce que le plus long jour qui a lieu dans le solstice d'été est d'autant plus grand que le jour équinoxial, que le plus court au solstice d'hiver est plus petit. Mais autant le jour du solstice d'hiver est diminué, autant sa nuit est augmentée, de sorte que l'augmentation est la même pour le plus long jour du solstice d'été, et pour la nuit du solstice d'hiver. C'est pourquoi leurs segmens sont réciproquement égaux, sur des parallèles égaux, et également distants du plus grand parallèle. Et non seulement le plus long jour est augmenté autant que le plus court est diminué, le soleil étant dans les tropiques, mais encore à toutes les distances égal de cet astre dans l'écliptique, de chaque côté de l'équateur. Je dis donc que dans le premier degré du bélier, et dans le vingt-neuvième des poissons, il se fait un même

virement. Car autant le jour, au 29e degré des poissons, est diminué, autant est augmenté celui du premier degré du bélier ; et autant est diminuée la nuit du premier degré du bélier, autant est augmentée celle du 29e degré des poissons. C'est pourquoi aussi sur des parallèles égaux et également distants du plus grand de tous, le même effet a lieu. Ainsi, l'on voit que depuis l'équinoxe l'addition successive qui se fait jusqu'au plus grand jour du solstice d'été, est égale à la soustraction qui se fait de jour en jour jusqu'au plus court du solstice d'hiver, il est évident que l'équinoxe arrive dans un certain milieu entre ces deux extrêmes. Or, au milieu entre les tropiques est le plus grand des parallèles, c'est donc sur celui-ci qu'est l'équinoxe. Ainsi les distances des cercles parallèles que le soleil parcourt sensiblement depuis l'équinoxe jusqu'aux solstices seront égales. Ptolemée n'a pas dit que les temps sont égaux. Car, ces temps sont inégaux, comme il le démontre dans le troisième livre, puisque le soleil paroît parcourir d'un mouvement inégal les arcs égaux de l'écliptique. Après avoir parlé de deux des quatre lieux dans la position énoncée, où la terre hors de l'axe a été supposée à égale distance des deux poles, savoir : au-dessus ou au-dessous de l'axe, il nous reste à parler des deux autres où la terre seroit à l'orient ou à l'occident, encore supposée également distante de chacun des poles.

(Fig. 32.) Supposons-la donc plus orientale ou plus occidentale que l'axe pour quelques-unes de ses parties. Il est clair qu'alors étant orientale pour les unes, elle sera occidentale pour les autres, le même lieu ne pouvant être oriental pour

βαίνειν. Ὡς γὰρ μειοῦται ἡ ἐπὶ τῆς κθ̄ τῶν ἰχθύων μοίρας ἡμέρα, τούτῳ αὔξεται ἡ ἐπὶ τῆς πρώτης μοίρας τοῦ κριοῦ, καὶ ᾧ μειοῦται ἡ νὺξ ἐπὶ τῆς πρώτης μοίρας τοῦ κριοῦ, τούτῳ αὔξεται ἡ νὺξ ἐπὶ τῆς κθ̄ μοίρας τῶν ἰχθύων. Καὶ διὰ τοῦτο πάλιν ἐπὶ ἴσων παραλλήλων καὶ ἴσων διεστώτων τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τὸ τοιοῦτον συμβαίνειν. Ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τῆς ἰσημερίας ἴση καταλαμβάνεται κατὰ μέρος ἡ γινομένη πρόσθεσις τῆς πρὸς τῷ θερινῷ τροπικῷ μεγίστης ἡμέρας τῇ μειώσει τῆς πρὸς τῷ χειμερινῷ τροπικῷ ἐλαχίστης ἡμέρας, δῆλον ὡς ἐπὶ μέσου τινὸς ἡ ἰσημερία γίνεται. Μέσος δὲ τῶν τροπικῶν ὁ μέγιστος τῶν παραλλήλων, ἐπὶ τούτου ἄρα ἡ ἰσημερία, ὥστε ἴσα ἔσται τὰ διαστήματα τῶν παραλλήλων κύκλων καθ' ὧν πρὸς αἰσθησιν φέρεται ὁ ἥλιος ἀπὸ ἰσημερίας ἐπὶ τὰς τροπάς. Οὐ γὰρ τοὺς χρόνους ἴσους λέγει· ἄνισοι γὰρ οὗτοι, ὡς δείκνυσιν ἐν τῷ τρίτῳ βιβλίῳ, ἐπεὶ καὶ ἀνωμάλως ὁ ἥλιος τὰς ἴσας τοῦ διὰ μέσων περιφερείας φαίνεται παροδεύων. Ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τῶν κατὰ τὴν εἰρημένην θέσιν τεσσάρων τόπων, καθ' ἣν ἐκτὸς τοῦ ἄξονος οὖσα ἡ γῆ ἴσον ἀπέχειν ἑκατέρου τῶν πόλων ὑπετίθετο, περὶ δύο τῶν ὡς ἄνω ἢ κάτω τοῦ ἄξονος αὐτῆς ὑπαρχούσης τὸν λόγον ἐποιησάμεθα, ἐξῆς καὶ περὶ τῶν λοιπῶν δύο τὸν λόγον ποιησόμεθα, καθ' ἣν πρὸς ἀνατολὰς ἢ δυσμὰς τυγχάνουσα, ἴσον πάλιν ἀπέχειν ἑκατέρου τῶν πόλων ὑπετίθετο.

Ἔστω οὖν πρὸς ἀνατολὰς ἢ δυσμὰς τινῶν παρακεχωρηκυῖα. Δῆλον γὰρ ὅτι πρὸς ἀνατολάς τινων οὖσα, ἑτέρων πρὸς δυσμάς ἐστι, διὰ τὸ καὶ τὸν αὐτὸν τόπον τινῶν μὲν δύνασθαι εἶναι πρὸς ἀνατολάς, τῶν δὲ τούτων

ἀντιχθόνων πρὸς δυσμάς. Λέγω δὴ ὅτι οὔτε τὰ μεγέθη, οὔτε τὰ διαστήματα τῶν ἀστέρων ἴσα φανήσεται, κατά τε τὸν ἑῶον καὶ τὸν ἑσπέριον ὁρίζοντα, οὔτε ὁ ἀπὸ ἀνατολῆς μέχρι μεσουρανήσεως χρόνος ἴσος ἔσται τῷ ἀπὸ μεσουρανήσεως ἐπὶ δυσμὰς, ἅπερ πάλιν ἐναργῶς ἀντίκειται τοῖς φαινομένοις.

Ἔστω γὰρ πάλιν ὡς ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας πρὸς ἀνατολὰς τινῶν ὑπάρχουσα ἡ γῆ, καὶ δι' αὐτῆς καὶ τοῦ ἄξονος ὁρίζων μὲν ἔστω ὁ ΑΒΓΔ, ἄξων δὲ ὁ ΒΔ, κοινὴ δὲ τομὴ τοῦ ΑΒΓΔ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἡ ΑΕΓ, καὶ ἀνατολικὰ μὲν μέρη ἔστω τὰ πρὸς τῷ Α, δυτικὰ δὲ τὰ πρὸς τῷ Γ. καὶ ὑποκείσθω ἡ γῆ κατὰ τὸ Ζ, ἵνα ἐπεζευχθεισῶν τῶν ΖΒ, ΖΔ, ἴσον ἀπέχῃ δηλονότι τῶν Β, Δ πόλων, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν. Καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Ζ παράλληλος τῇ ΒΔ ἡ ΗΘ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, καὶ ἐκβεβλήσθω δι' αὐτῆς ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸν ὁρίζοντα. Ποιήσει δὴ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κύκλον, ὃς ἔσται μεσημβρινὸς τῆς οἰκήσεως τῆς γῆς ὑποκειμένης κατὰ τὸ Ζ. Ποιείτω τὸν ΗΚΘ, καὶ γεγράφθω ὁ ΑΛΓ ἰσημερινὸς, δῆλον δὴ ὅτι ὁ ΗΚΘ μεσημβρινὸς εἰς ἄνισα τέμνει τὸν ΑΛΓ ἰσημερινὸν, διὰ τὸ τὸν ΗΘΚ μὴ εἶναι μέγιστον, ἐπεὶ οὐδὲ διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶ τῆς σφαίρας. Καὶ ἐλάττων ἔσται ἡ ΑΛ περιφέρεια τῆς ΛΓ. Καὶ ἔστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Λ χρόνος, ἀπὸ ἀνατολῆς ἐπὶ μεσημβρίαν, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ Γ ὁ ἀπὸ μεσημβρίας ἐπὶ τὴν δύσιν, ὥστε ἄνισοι ἔσονται οἱ τοιοῦτοι χρόνοι, καὶ ἔτι καὶ τὰ μεγέθη τῶν ἀστέρων, καὶ τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα ἄνισα ὀφθήσεται, διὰ τὸ ἀνίσους εἶναι τὰς ΖΑ, ΖΓ, ἀπὸ τῆς

certaines, et occidental pour leurs opposées, je dis que ni les grandeurs ni les distances des astres ne paroîtront les mêmes à l'horizon oriental et à l'horizon occidental. Et le temps depuis le lever jusqu'à la culmination au milieu du ciel, ne sera pas égal au temps depuis la culmination jusqu'au coucher. Chose qui est encore absolument contraire aux phénomènes.

Car soit encore dans la supposition de la sphère droite, la terre à l'orient pour quelques-unes de ses parties, et l'horizon A B G D traversant la terre, l'axe BD, la section commune de l'horizon A B G D et de l'équateur AEG. Les parties orientales seront vers A, mais les occidentales vers G. Supposons la terre en Z, de manière qu'ayant joint ZB, ZD, elle soit à égale distance des deux pôles B, D, suivant la supposition. Menons par le point Z la parallèle HT à BD dans le plan supposé, et faisons passer par ce parallèle un plan perpendiculaire à l'horizon. Ce plan produira sur la surface de la sphère un cercle qui sera le méridien du lieu terrestre supposé en Z. Traçons donc HKT, et décrivons l'équateur ALG, il est évident que le méridien HKT coupe l'équateur ALG en deux inégalement, parce que HTK n'est pas un grand cercle, puisqu'il ne passe pas par le centre de la sphère, et l'arc AL sera plus petit que l'arc LG. Mais le temps depuis le lever jusqu'à midi est l'intervalle de A à L, et celui de L à G est le temps du midi au coucher. Ces temps seront donc inégaux, et les grandeurs des astres paroîtront inégales, ainsi que leurs distances à l'égard les uns des autres, parce que les rayons visuels menés jusqu'au ciel ZA, ZG, sont inéga-

les, ainsi que toutes les droites en particulier menées du point Z de la terre.

Dans la deuxième position, celle où la terre étant dans l'axe, on la suppose plus avancée vers l'un des pôles, il arriveroit qu'en toute obliquité ou inclinaison de la sphère, la partie du ciel supérieure à la terre, et celle qui lui est inférieure seroient inégales ; par exemple, la partie du troisième climat supérieure à la terre seroit plus petite que la partie inférieure du même climat ; et en outre, la partie supérieure du troisième climat seroit plus grande que la partie supérieure du quatrième climat, et l'inférieure plus petite. C'est ce qu'il veut dire par les mots relativement à eux-mêmes et entr'eux. En effet, alors l'écliptique seroit coupée inégalement par l'horizon, et il n'y auroit pour un endroit que cinq signes au-dessus de la terre, et pour d'autres quatre ou même trois, quoiqu'on en voie cependant partout six au-dessus de la terre, tandis que les six autres sont au-dessous, l'horizon ne pouvant couper la sphère céleste et le zodiaque en deux parties égales, que dans la sphère droite.

Car si nous concevons dans la sphère de l'univers (fig. 33) le méridien ABGD, les pôles B, D, le centre E, et que nous supposions la terre dans l'axe en Z, plus avancée vers l'un des pôles, tel que le pôle boréal D, il est clair que dans la sphère droite l'horizon coïncidant avec l'axe, coupera la sphère et le zodiaque en deux parties égales. Imaginons maintenant dans la sphère oblique le diamètre HT de l'horizon, et au-dessus de la terre le pôle D, supposez-le boréal et le plus proche de la terre. Il est évident que l'horizon dont le diamètre est

ὄψεως ἐπὶ τὸν οὐρανὸν, καὶ ἔτι τὰς κατὰ μέρος πάσας ἀπὸ τοῦ Z σημείου θηλονότι τῆς γῆς.

Ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας θέσεως καθ' ἣν ἐπὶ τοῦ ἄξονος οὖσα πρὸς τὸν ἕτερον τῶν πόλων παρακεχωρηκυῖα ὑπετίθετο, συμβήσεται καθ' ἑκάστην τῶν ἐγκλίσεων ἄνισα γίνεσθαι τό τε ὑπὲρ γῆν καὶ τὸ ὑπὸ γῆν τοῦ οὐρανοῦ διαφόρως, ὥστε τὸ ὑπὲρ γῆν λόγου ἕνεκεν τοῦ τρίτου κλίματος ἔλαττον εἶναι τοῦ ὑπὸ γῆν τοῦ αὐτοῦ κλίματος, καὶ ἔτι τὸ ὑπὲρ γῆν τοῦ τρίτου κλίματος, μεῖζον εἶναι τοῦ ὑπὲρ γῆν τοῦ τετάρτου κλίματος, καὶ τὸ ὑπὸ γῆν τοῦ ὑπὸ γῆν ἔλαττον. Τοῦτο γὰρ ἐστὶν ὃ λέγει καὶ πρὸς ἑαυτὰ καὶ πρὸς ἄλληλα, ὡς συμβαίνειν καὶ τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλον μέγιστον ὄντα εἰς ἄνισα διαφόρως τέμνεσθαι ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος, καὶ ὅπου μὲν $\overline{\varepsilon}$ ζώδια ἔχειν ὑπὲρ γῆς, ὅπου δὲ δ̄ ἢ καὶ $\overline{\gamma}$ πανταχοῦ $\overline{\varepsilon}$ μὲν ἀεὶ ὑπὲρ γῆς θεωρουμένων, $\overline{\varepsilon}$ δὲ τῶν λοιπῶν ὑπὸ γῆν, μόνου τοῦ ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας ὁρίζοντος διχοτομεῖν δυναμένου τὴν τοῦ οὐρανοῦ σφαῖραν, καὶ τὸν ζωδιακόν.

Ἐὰν γὰρ νοήσωμεν, ἐν τῇ τοῦ παντὸς σφαίρᾳ, μεσημβρινὸν μὲν κύκλον τὸν ΑΒΓΔ, πόλους δὲ τῆς σφαίρας τὰ Β, Δ, ἄξονα δὲ τὸν ΒΔ, καὶ κέντρον τὸ Ε, ὑποθώμεθα δὲ καὶ τὴν γῆν ἐπὶ τοῦ ἄξονος πρὸς τὸν ἕτερον τῶν πόλων, ἕως πρὸς τὸν Δ βόρειον παρακεχωρηκυῖαν, ὡς κατὰ τὸ Ζ, θηλονότι ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας διὰ τοῦ ΒΔ ἄξονος τυγχάνων ὁ ὁρίζων τεμεῖ δίχα τὴν σφαῖραν καὶ τὸν ζωδιακόν. Νενοήσθω οὖν καὶ ἐπὶ τῆς ἐγκλίσεως ὁρίζοντος διάμετρος ἡ ΗΘ, καὶ ὑπὲρ

γῆν ὁ Δ πόλος βόρειος ὑποκείμενος καὶ ἐγγυτέρω τῆς γῆς. Δῆλον οὖν ὡς ὁ περὶ τὴν ΗΘ διάμετρον ὁρίζων ἐλάττων ἔσται τοῦ μεγίστου κύκλου, καὶ ἔλαττον ὑπὲρ γῆς ἀπολήψεται ἡμισφαιρίου.

HT, sera plus petit qu'un grand cercle, et coupera au-dessus de la terre une partie de la sphère qui sera moindre que l'hémisphère.

Νενοήσθω δὴ καὶ ἑτέρας ἐγκλίσεως ὁρίζοντος διάμετρος ἡ ΚΛ. Φανερὸν οὖν ὅτι καὶ ὁ περὶ αὐτὴν ὁρίζων εἰς ἄνισα διαιρεῖ τὴν σφαῖραν, καὶ ἔλαττον τὸ ὑπὲρ γῆν ποιεῖ τοῦ ὑπὸ γῆν. Λέγω δὴ ὅτι καὶ πρὸς ἀλλήλας αἱ ἐγκλίσεις τῶν ὁριζόντων ἄνισα ποιοῦσιν τό τε ὑπὲρ γῆν τῷ ὑπὸ γῆν, καὶ τὸ ὑπὸ γῆν τῷ ὑπὲρ γῆν. Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΚΘ, καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΚΖ τῆς ΖΘ, μείζων ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΘΚ τῆς ὑπὸ ΖΚΘ, ὥστε καὶ περιφέρεια ἡ ΚΗ περιφερείας τῆς ΛΘ μείζων ἐστί. Κοινὴ προσκείσθω ἡ ΚΑΘ, ὅλη ἄρα ἡ ΚΑΘ περιφέρεια ὅλης τῆς ΚΑΛ μείζων ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ ΗΘ εὐθεῖα τῆς ΚΛ μείζων ἐστίν, ἥ καὶ ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ τὴν ΗΛ κάθετος μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἐπὶ τὴν ΗΘ καθέτου. Καὶ ὁ ὁρίζων ἄρα ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ, μείζων ἐστὶ τοῦ ὁρίζοντος τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ. Ἄνισα ἄρα ἀπολήψονται οἱ ὁρίζοντες τὸ μὲν ὑπὲρ γῆν τῷ ὑπὲρ γῆν, τὸ δὲ ὑπὸ γῆν τῷ ὑπὸ γῆν. Καὶ ἀεὶ ὁμοίως ὅσῳ ὑπὲρ γῆν γίνεται ὁ ἀεὶ φανερὸς πόλος, ἔλαττον γίνεται τὸ ὑπὲρ γῆν τοῦ ὑπὲρ γῆν. Τὸ δὲ ὑπὸ γῆν μεῖζον τοῦ ὑπὸ γῆν, μέχρις οὗ ὁ πόλος κατὰ κορυφὴν γένηται. Ἐὰν γὰρ πάλιν νοήσωμεν τὸν ΑΓ ἑτέρας οἰκήσεως ὁρίζοντα ὑπὲρ γῆς ἔτι ποιοῦντα τὸν Δ πόλον, διὰ τὰ αὐτὰ ἐλάττων ἔσται ἡ ΑΓ τῆς ΚΛ, ὥστε καὶ ὁ περὶ τὴν ΑΓ ὁρίζων τοῦ περὶ τὴν ΚΛ ἐλάττων ἔσται. Διὰ

Soit KL le diamètre de l'horizon pour une autre inclinaison de la sphère oblique, il est clair que cet horizon coupera aussi la sphère en deux parties inégales, et que celle qui sera au-dessus de la terre sera plus petite. Or, je dis que les inclinaisons des horizons entr'elles rendent la partie au-dessus de la terre inégale à celle qui est au-dessous, et les parties inférieures inégales aux supérieures. Car joignons TK; puisque KZ est plus grande que ZT, l'angle ZTK est plus grand que l'angle ZKT. Donc l'arc HK est plus grand que l'arc LT. Ajoutons à l'un et à l'autre l'arc commun KAT, l'arc entier HKAT sera plus grand que l'arc entier LTAK. Par conséquent la droite HT est plus grande que la droite KL. Et la droite menée du centre E perpendiculairement sur KL, est plus grande que la perpendiculaire menée du même centre sur HT. Donc l'horizon qui a pour diamètre HT est plus grand que l'horizon qui a pour diamètre KL. Donc ces horizons couperont la sphère en parties telles que celles qui seront au-dessus de la terre ne seront pas égales entr'elles, non plus que celles de dessous; et semblablement, en proportion de l'élévation du pôle toujours visible au-dessus de la terre, les parties au-dessus seront plus petites l'une que l'autre, et les parties au-dessous plus grandes l'une que l'autre, jusqu'au point où le pôle devient vertical. Car si nous concevons encore l'horizon AG d'un autre lieu terrestre, en élevant encore le pôle D au-dessus de la terre, nous trouverons par les mêmes raisons que AG est plus petit que KL. C'est pourquoi l'horizon qui a AG pour diamètre est plus petit que l'horizon

dont KL est le diamètre. Donc la partie ADG supérieure à la terre sera moindre que la partie supérieure KDL. Et la partie inférieure ABG plus grande que l'inférieure KBL. Et je dis que si nous supposons une grandeur à la terre, et que nous concevions les horizons coupant sa surface, la partie qui est au-dessus de la terre, et celle qui est au-dessous, seront différemment coupées en parties inégales.

(Fig. 34.) Car soit encore le méridien ABGD décrit autour du centre E, l'axe BD pareillement, et à la surface de la terre le grand cercle HKΘ dans le plan ABGD, autour du centre Z qui est dans l'axe. Menons la droite ML parallèle à la droite BD et tangente au cercle HKΘ par le point K. Donc comme dans la sphère droite LM sera le diamètre de l'horizon du lieu terrestre H, et NX celui de l'horizon du lieu terrestre T qui a son point vertical au pôle D, je dis que des droites qui sont menées entre les points H, T, la plus grande sera LM, la plus petite NX, et toujours celle qui est plus proche du lieu H plus grande que celle qui en est plus éloignée. Car concevons par le lieu K, un autre horizon dont le diamètre soit AO, et menons la perpendiculaire ZK sur AO, et du centre E les perpendiculaires EP, ER, sur LM, AO, et par le point Z tirons ZS parallèle à AO. Puisque EP est plus petite que ER, étant moindre que ET, il s'ensuit que LM est plus grande que AO; et puisque l'angle ZSE est droit, la droite EZ est plus grande que ES. Mais SR est égale à ZK, c'est-à-dire à ZT, donc EΘ sera plus grande que ER, et AO plus grande que NX. Donc les horizons dont les diamètres sont LM, AO, NX, coupent en parties inégales les espaces célestes au-des-

τοῦτο καὶ τὸ ΑΔΓ ὑπὲρ γῆν ἔλαττον ἔσται τοῦ ΚΔΛ ὑπὲρ γῆν· τὸ δὲ ΑΒΓ ὑπὸ γῆν μεῖζον τοῦ ΚΒΛ ὑπὸ γῆν. Λέγω δὴ ὅτι κἂν ἐν μεγέθει τὴν γῆν ὑποθώμεθα, καὶ διὰ τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς νοήσωμεν τοὺς ὁρίζοντας, ὁμοίως εἰς ἄνισα διαφόρως τμηθήσεται τό τε ὑπὲρ γῆν καὶ τὸ ὑπὸ γῆν τοῦ οὐρανοῦ.

Ἔστω γὰρ πάλιν μεσημβρινὸς μὲν κύκλος ὁ ΑΒΓΔ περὶ κέντρον τὸ Ε, ἄξων δὲ ὁμοίως ὁ ΒΔ, ἐν δὲ τῇ τῆς γῆς ἐπιφανείᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΗΚΘ, ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓΔ ἐπιπέδῳ, περὶ κέντρον ἐπὶ τοῦ ἄξονος τὸ Ζ, καὶ διήχθω ἡ ΜΛ παράλληλος τῇ ΒΔ, καὶ ἐφαπτομένη τοῦ ΗΚΘ κατὰ τὸ Κ. Ἔστι ἄρα τοῦ τῆς μὲν πρὸς τῷ Η οἰκήσεως ὡς ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας ὁρίζοντος διάμετρος ἡ ΛΜ, τῆς δὲ κατὰ τὸ Θ ποιούσης τὸν Δ βόρειον πόλον κατὰ κορυφὴν ἡ ΝΞ, λέγω ὅτι τῶν μεταξὺ τῶν Η, Θ οἰκήσεων, μεγίστη μὲν ἔστι ἡ ΛΜ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΝΞ· ἀεὶ δὲ ἡ ἔγγιον τῆς Η οἰκήσεως μεῖζων τῆς ἀποτέρω. Νοείσθω γὰρ καὶ ἕτερος ὁρίζων διὰ τῆς κατὰ τὸ Κ οἰκήσεως, οὗ διάμετρος ἡ ΑΟ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΚ κάθετος γινομένη ἐπὶ τὴν ΑΟ, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ τὰς ΛΜ ΑΟ κάθετοι αἱ ΕΠ, ΕΡ, καὶ διὰ τοῦ Ζ τῇ ΑΟ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΣ· καὶ ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΕΠ τῆς ΕΡ, ἐπεὶ καὶ τῆς ΕΤ, μεῖζων ἐστὶν ἡ ΛΜ τῆς ΑΟ· καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΖΣΕ γωνία μεῖζων ἐστὶν ἡ ΕΖ τῆς ΕΣ, ἴση δὲ ἡ ΣΡ τῇ ΖΚ, τουτέστι τῇ ΖΘ· μεῖζων ἄρα ἡ ΕΘ τῆς ΕΡ ἔσται, καὶ ἡ ΑΟ τῆς ΝΞ. Καὶ οἱ περὶ διαμέτρους ἄρα τὰς ΛΜ, ΑΟ, ΝΞ ὁρίζοντες εἰς ἄνισα τεμοῦσι τό τε ὑπὲρ

γῆν καὶ τὸ ὑπὸ γῆν τοῦ οὐρανοῦ, τὰ ὑπὲρ γῆν ἐλάττονα ποιοῦντες. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν οἰκήσεων τῶν μεταξὺ τῶν H, Θ, ὥστε καὶ ὁ διὰ μέσων τῶν ζωδίων μέγιστος κύκλος εἰς ἄνισα διαφόρως τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος, ὅπερ οὐδαμοῦ τὸ τοιοῦτον εὑρίσκεται συμβαῖνον. Ἓξ μὲν ἀεὶ καὶ πᾶσιν ὑπὲρ γῆς φαινομένων δωδεκατημορίων. Τὸ δὲ καὶ πᾶσιν, ὅτι ϛ μὲν ἅπασι τῷ πλήθει φαίνονται δωδεκατημόρια, οὐ μέντοι τὰ αὐτὰ, καὶ μάλιστα παρ' οἷς μήκει διαφέρουσιν οἱ ὁρίζοντες, ϛ δὲ τῶν λοιπῶν ὑπὸ γῆν μὴ φαινομένων. Εἶτ' αὖ πάλιν αὐτῶν μὲν τούτων τῶν ὑπὲρ γῆς ἅμα ὑπὸ γῆν γινομένων, τῶν δὲ ὑπὸ γῆν, ὑπὲρ γῆς. Ὡς ἐκ τούτων δῆλον εἶναι ὅτι καὶ τὰ τμήματα τοῦ ζωδιακοῦ τὰ ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος ἀπολαμβανόμενα ἡμικύκλιον ἐστὶ τὰ ἀφ' οἱουδήποτε, ὡς ἔφαμεν, ὁρίζοντος, ἢ καὶ οἱουδήποτε τμήματος τοῦ διὰ μέσων, ποτὲ μὲν ὑπὲρ γῆς, ποτὲ δὲ ὑπὸ γῆν ἀπολαμβάνεσθαι.

sus et au-dessous de la terre en faisant les espaces supérieurs moindres que les inférieurs, et de même pour les autres lieux entre H et Θ. De sorte que le grand cercle mitoyen du zodiaque sera coupé différemment en parties inégales par l'horizon ; ce qui pourtant ne se trouve arriver nulle part. Car il paroît toujours à tous les lieux, que six des dodécatémories sont au-dessus de la terre, non les mêmes, surtout pour les lieux qui diffèrent le plus en longitude, les six autres qui sont au-dessous de la terre, ne paroissant pas. Ensuite, à leur tour celles qui sont supérieures à la terre, deviennent inférieures, et en même temps celles qui étoient au-dessous, sont au-dessus. Par là il est évident que les segmens du zodiaque sont chacun un demi cercle formé par quelqu'horizon que ce soit, comme nous l'avons dit, ou bien en quelques points que soient les sections, chaque demi-cercle qu'elles comprennent est tantôt au-dessus et tantôt au-dessous de la terre.

Εἰ δέ τις λέγοι εἰς πλείονα τῶν ιβ ζωδίων διηρεῖσθαι τὸν ζωδιακὸν, ὥστε ϛ μὲν πάντοτε φαίνεσθαι ὑπὲρ γῆς, τὰ δὲ λοιπὰ πλείονα τῶν ϛ ὑπὸ γῆν, διὰ τὸ καὶ τὴν εἰρημένην δευτέραν θέσιν μείζονα ποιεῖν τὰ ὑπὸ γῆν τῶν ὑπὲρ γῆν, ἀκόλουθον ἂν εἴη ἕτερόν τι παρὰ τὰ φαινόμενα ιβ ζῴδια ὀφθῆναι, ὅπερ οὐδαμοῦ θεωρεῖται οὕτως ἔχον, πάλιν ἐκείνων μὲν ὅλων τῶν ὑπὸ γῆν ἅμα φαινομένων, τῶν δὲ λοιπῶν καὶ ὑπὲρ γῆς ἅμα μὴ φαινομένων.

Si quelqu'un soutenoit que le zodiaque est coupé en plus de douze signes, en sorte qu'il en paroît toujours six au-dessus de la terre, et que les autres qui sont plus de six sont au-dessous, parce que cette seconde position comprend des espaces plus grands au-dessous qu'au-dessus de la terre, il s'ensuivroit que l'on verroit quelqu'autre signe que les douze qui paroissent, ce qui pourtant ne se voit nulle part, ces signes qui sont au-dessous de la terre reparoissant tous au-dessus, en même temps que les autres qui étoient au-dessus disparoissent.

Καὶ καθόλου δ' ἂν συνέβαινεν, εἴπερ μὴ ἐν τῷ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπιπέδῳ εἶχε τὴν θέσιν ἡ γῆ, πρὸς ἄρκτους δὲ ἢ πρὸς μεσημβρίαν

En général, si la terre n'étoit pas dans le plan de l'équateur, elle seroit inclinée vers les ourses ou vers le midi, du côté de l'un ou de l'autre pôle, de sorte que sensiblement

dans les équinoxes les ombres orientales des gnomons ne seroient pas en lignes droites avec les occidentales, sur des plans parallèles à l'horizon ; or, le contraire se voit constamment partout. Puisque le soleil étant dans l'équateur, et la terre au centre, le point orient, et un point à l'occident, qui est le point vertical du gnomon, sont en ligne droite, car ils sont dans la section commune de la terre et du plan de l'équateur, et c'est ce qui fait que la chose arrive comme on la voit. Car si la terre n'étoit pas dans le plan de l'équateur, mais dehors, l'ombre orientale ne feroit plus une ligne droite avec l'occidentale. En effet (fig. 35), si nous concevons que le cercle ABDG est l'horizon, le demi-cercle AEG la moitié de l'équateur, ZH le gnomon, H dans le plan de l'horizon, Z la pointe du gnomon, le côté A l'orient, le côté G l'occident, le rayon solaire oriental sera AZT, et HT l'ombre dans le plan de l'horizon, GZK et étant le rayon solaire occidental, HT ne sera pas en ligne droite avec HK.

Quant à la situation de la terre, dans laquelle il suppose les deux contrariétés de la première et de la seconde situation, c'est-à-dire qu'elle ne soit ni dans l'axe, ni également distante de l'un et de l'autre pôle, il est évident que les absurdités qu'on a démontrées dans chacune de ces deux suppositions, se rencontreront ensemble dans cette troisième. On y trouvera que les distances depuis notre vue jusqu'au ciel seroient inégales, et que les temps depuis le lever jusqu'à midi ne seroient pas

ἀπέκλινε πρὸς τὸν ἕτερον τῶν πόλων, τὸ μηκέτι μηδὲ πρὸς αἴσθησιν ἐν ταῖς ἰσημεριναῖς τὰς ἀνατολικὰς τῶν γνωμόνων σκιὰς, καὶ ταῖς δυτικαῖς ἐπ' εὐθείας γίνεσθαι κατὰ τῶν παραλλήλων τῷ ὁρίζοντι ἐπιπέδων, ὅπερ ἄντικρυς πανταχοῦ θεωρεῖται παρακολουθοῦν. Ἐπειδήπερ τοῦ ἡλίου ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ τυγχάνοντος, καὶ τῆς γῆς ἐν τῷ μέσῳ κειμένης, τό, τε ἀνατολικὸν καὶ τὸ δυτικὸν σημεῖον, τουτέστιν ἡ τοῦ γνώμονος κορυφὴ ἐπ' εὐθείας εἰσίν. Ἐπὶ γὰρ τῆς κοινῆς εἰσὶ τομῆς τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ ὁρίζοντος, τοῦτο οὕτως συμβαίνει γίνεσθαι. Μὴ γὰρ οὔσης τῆς γῆς ἐν τῷ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπιπέδῳ, ἀλλ' ἐκτὸς, οὐκέτι ἐν τῇ ἰσημερίᾳ ἡ ἀνατολικὴ σκιὰ ἐπ' εὐθείας ἔσται τῇ δυτικῇ. Ἐὰν γὰρ νοήσωμεν ὁρίζοντα μὲν κύκλον τὸν ΑΒΓΔ, ἰσημερινοῦ δὲ ἡμικύκλιον τὸ ΑΕΓ, γνώμονα δὲ τὸν ΖΗ, καὶ ἐν μὲν τῷ παρὰ τὸν ὁρίζοντα ἐπιπέδῳ τὸ Η, τὸ δὲ Ζ ἄκρον, καὶ τοῦ ΑΒΓΔ ἐπιπέδου ἀνατολικὰ μὲν τὰ πρὸς τῷ Α, δυτικὰ δὲ τὰ πρὸς τῷ Γ, ἔσται ἄρα ἀνατολικὴ μὲν ἀκτὶς ἡ ΑΖΘ, σκιὰ δὲ ἐν τῷ περὶ τὸν ὁρίζοντα ἐπιπέδῳ ἡ ΗΘ. Καὶ πάλιν δυτικὴ μὲν ἀκτὶς ἡ ΓΖΚ, καὶ οὐκ ἔσται ἐπ' εὐθείας ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ.

Ἐπὶ δὲ τῆς γῆς θέσεως, καθ' ἣν ἀμφοτέρας τὰς ἐναντιώσεις τῆς τε πρώτης καὶ δευτέρας θέσεως ὑποτίθηται, τουτέστι μήτε ἐπὶ τοῦ ἄξονος αὐτὴν οὖσαν, μήτε ἑκατέρου τῶν πόλων ἴσον ἀπέχουσαν, δῆλον ὡς τὰ ἐπὶ τῶν β' θέσεων δεδειγμένα ἄτοπα ἐπὶ ταύτης ἅμα συμβήσεται. Πάλιν γὰρ καὶ τὰ διαστήματα τὰ ἀπὸ τῆς ὄψεως ἐπὶ τὸν οὐρανὸν ἄνισα εὑρεθήσεται, καὶ οἱ ἀπὸ ἀνατα-

λῆς ἐπὶ μεσημβρίαν χρόνοι ἄνισοι τῆς ἀπὸ μεσημβρίας ἐπὶ δύσιν. Καὶ εἰς ἄνισα οἱ ὁρίζοντες διαφόρως διελοῦσι τὴν τοῦ παντὸς σφαῖραν, καὶ τὸν ζωδιακὸν, καὶ ἰσημερία οὐ γενήσεται κατὰ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, καὶ αἱ αὐξομειώσεις τῶν νυχθημέρων ἐπὶ τῶν παραλλήλων οὐκ ἀναλόγως ἀπὸ τῆς ἰσημερίας ἀποτελεσθήσονται, καὶ συμβαλλόμενον δὲ εἰς ἕν τι κοινὸν τὰ κατὰ μέρος, ἔστιν εἰπεῖν, ὡς πᾶσα ἂν συνεχύθη τέλεον ἡ τάξις, ἡ περὶ τὰς αὐξομειώσεις τῶν νυχθημέρων θεωρουμένη, μὴ μέσης καὶ ὑπ' αὐτὸν τὸν ἰσημερινὸν καὶ μέγιστον τῶν παραλλήλων τῆς γῆς τὴν θέσιν ἐχούσης. Μέσης γὰρ αὐτῆς τυγχανούσης, καὶ ὑπ' αὐτὸν τὸν ἰσημερινὸν, οἱ τούτου παρ' ἑκάτερα παράλληλοι ἴσον ἀπέχοντες ἴσοι εἰσὶ, καὶ τὰ ἐναλλὰξ τμήματα ἴσα ποιοῦσι, καὶ τὰς τοῦ ὁρίζοντος καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ περιφερείας ἴσας ἑκατέραν ἑκατέρᾳ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἰσημερινοῦ ἀπολαμβάνοντες, τὴν τάξιν τῆς αὐξομειώσεως τῶν νυχθημέρων φυλάττουσιν ἀπ' αὐτῆς τῆς ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ τοῦ ἡλίου περιφορᾶς· ἐπὶ δὲ ἑτέρας τῆς τρίτης θέσεως οὐκέτι.

Ὅτι δὲ πρὸς τοῖς εἰρημένοις ἀτόποις καὶ ἕτερόν τι συμβήσεται, τὸ τὰς ἐκλείψεις τῆς σελήνης κατὰ πάντα τὰ μέρη τοῦ οὐρανοῦ κατὰ τὴν κατὰ διάμετρον ἀντικειμένην τῷ ἡλίῳ φάσιν θεωρουμένας, μηκέτι οὕτω πάντοτε καταλαμβάνεσθαι, πολλάκις μὴ ἐν ταῖς διαμετρούσαις παρόδοις ἐπισκοτουμένης αὐτῆς ὑπὸ τῆς ἀποτελουμένης ἀπὸ τῆς γῆς κωνοειδοῦς σκιᾶς, ἐκ τοῦ ἡλίου προσλάμψεως, ἀλλ' ἐν ταῖς ἐλάττοσιν ἡμικυκλίου διαστάσεσιν, ἅπερ πάλιν ἀντίκειται τοῖς φαινομένοις. Ὁμοίως

égaux à ceux de midi au coucher. Les horizons couperoient différemment en parties inégales la sphère du monde et le zodiaque ; l'équinoxe n'y arriveroit pas dans le plus grand des cercles parallèles, et les variations des nychthemères ne se feroient pas par des degrés proportionnels depuis l'équinoxe ; enfin pour généraliser toutes les particularités, je dirai que tout l'ordre qu'on remarque dans les vicissitudes des nychthemères seroit confondu, si la terre n'étoit pas au milieu et dans l'équateur qui est le plus grand des cercles parallèles. Car c'est parce qu'elle est au centre et dans cet équateur, que les cercles parallèles à celui-ci, et également éloignés de lui de part et d'autre, sont égaux, et font leurs segmens réciproquement égaux ; et les arcs de l'horizon et du méridien sur le zodiaque étant égaux chacun à chacun de chaque côté de l'équateur, les augmentations et diminutions alternatives des jours et des nuits arrivent constamment dans l'ordre périodique qu'elles suivent par l'effet de la révolution dans l'équateur solaire. Mais tout cela ne pourroit plus avoir lieu dans la troisième position.

Outre toutes les absurdités qui viennent d'être exposées, il y en auroit encore une qui seroit que les éclipses de lune, observées en tous lieux du ciel, lorsqu'elle est diamétralement opposée au soleil, ne se verroient plus ainsi, attendu que souvent elle ne seroit pas obscurcie dans ses oppositions par le cône d'ombre qui vient de la terre par l'effet de la lumière du soleil, mais dans des distances moindres que le demi-cercle, ce qui est contraire encore à ce que nous voyons. Car il est reconnu par

tous ceux qui ont observé des éclipses de lune en différents climats, qu'elles se font dans les oppositions diamétrales de la lune au soleil, la terre étant alors éclairée par le soleil, et jettant son ombre en forme de cône à l'opposite le long de leur axe commun prolongé. Car il est démontré, que si une sphère est éclairée par un corps sphérique plus grand qu'elle, l'ombre qu'elle envoie est conique, et tourne avec le corps lumineux en ne faisant toujours qu'une ligne droite avec lui. Par conséquent, le soleil étant un corps de forme sphérique, et plus grand que celui de la terre, comme nous l'avons prouvé dans le cinquième livre, chose d'ailleurs évidente par la grandeur sensible que le soleil nous paroît avoir dans un si grand éloignement, je veux dire celui de la terre au soleil, tandis que la terre ne se conçoit que comme un point relativement au soleil, il s'ensuit nécessairement que l'ombre qui part de la terre est de forme conique, et en ligne droite avec le soleil, comme nous l'avons dit. Ainsi donc, puisque la lune ne reçoit la lumière que du soleil, il s'ensuit que quand elle tombe dans l'ombre conique de la terre, celle-ci interceptant la lumière du soleil par son interposition en ligne droite, la lune reste sans lumière. Or comme on observe ces obscurations quand la lune est diamétralement opposée au soleil dans le zodiaque, il faut absolument que la terre soit au milieu de l'univers. Car si elle n'y étoit pas, ce que nous venons d'exposer n'arriveroit pas constamment dans l'opposition diamétrale de la lune au soleil.

Pour faire entendre clairement tout ce qui vient d'être dit, concevons (fig. 36) une sphère dont le centre soit L, le zodiaque

λόγηται γὰρ πᾶσι τοῖς ἐν διαφόροις κλίμασι τηρήσασι τὰς σεληνιακὰς ἐκλείψεις, ὅτι ἐν ταῖς κατὰ διάμετρον τοῦ ἡλίου ϛάσεσιν ἀποτελοῦνται· τῆς γὰρ γῆς καταυγαζομένης ἀπὸ τοῦ ἡλίου, καὶ ἀποϛελλούσης σκιὰν κωνοειδῆ κατὰ τὴν κατὰ διάμετρον αὐτῶν ϛάσιν. Δέδεικται γὰρ ὅτι ἐὰν σφαῖρα καταυγάζηται ὑπὸ μείζονος ἑαυτῆς σφαιρικοῦ σώματος, ἡ ἐκπεμπομένη σκιὰ κωνοειδὴς ἔϛαι, καὶ ἐπ' εὐθείας τῷ φωτίζοντι συμπεριαχθήσεται. Τοῦ οὖν ἡλιακοῦ σώματος σφαιροειδοῦς ὄντος, καὶ μείζονος τοῦ τῆς γῆς, καθάπερ δείκνυται μὲν ἡμῖν καὶ ἐν τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ, ἔϛι δὲ καὶ ἐντεῦθεν κατάδηλον τὸ τοιοῦτον, ἐκ τοῦ πρὸς μὲν τοσοῦτον διάϛημα, λέγω δὴ τὸ ἀπὸ τῆς γῆς ἐπὶ τὸν ἥλιον, σημείου λόγον ἔχουσαν τὴν γῆν καταλαμβάνεσθαι, τὸ δὲ τοῦ ἡλίου μέγεθος αἰσθητὸν ἡμῖν καταφαίνεσθαι, διὸ ἀνάγκη τὴν ἀπὸ τῆς γῆς ἀποϛελλομένην σκιὰν κωνοειδῆ τε εἶναι, καὶ ἐπ' εὐθείας, ὡς ἔφαμεν, τῷ ἡλίῳ. Ἐπεὶ οὖν πέφυκεν ἡ σελήνη παρὰ τοῦ ἡλίου δέχεσθαι τὸ φῶς, συμβαίνει ἐμπιπτούσης αὐτῆς εἰς τὴν ἀπὸ τῆς γῆς κωνοειδῆ σκιὰν, καὶ ἐπ' εὐθείας τῷ ἡλίῳ ἐπιπροσθούσης τῆς γῆς ταῖς τοῦ ἡλίου προσλάμψεσιν, ἀφώτιϛον αὐτὴν γίνεσθαι. Ἀλλ' ἐπεὶ αὗται αἱ ἐπισκοτήσεις ἐν ταῖς ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ κατὰ διάμετρον τοῦ ἡλίου ϛάσεσι καταλαμβάνονται, ἀναγκαῖον ἂν εἴη τὴν γῆν ἐν μέσῳ τοῦ παντὸς ὑποκεῖσθαι. Μὴ μέσης γὰρ αὐτῆς ὑπαρχούσης, οὐ πάντοτε συμβήσεται κατὰ τὴν κατὰ διάμετρον ἀντικειμένην τῷ ἡλίῳ ϛάσιν, αὐτὴν ἐπισκοτεῖσθαι.

Ἵνα δὲ φανερὸν ἡμῖν γένηται τὸ λεγόμενον, νενοήσθω σφαῖρα, κέντρον δὲ αὐτῆς τὸ Λ, ζωδιακὸς δὲ ὁ ΒΓΔΕ, ὁ δὲ τῆς σελήνης

κύκλος περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῆς σφαίρας περιγειότερος αὐτοῦ τυγχάνων ὁ ΖΗΘΚ. Καὶ ὑποκείσθωσαν λόγου ἕνεκεν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὄντες, καὶ ἔτι ὁ ἥλιος ἐπ' αὐτοῦ τοῦ ζωδιακοῦ τὴν κίνησιν ποιούμενος, ἡ δὲ γῆ μὴ ἔσω ἐπὶ τοῦ μέσου, ἀλλ' ὡς κατὰ τὸ Α τὸ κέντρον ἔχουσα ἐν τῷ τοῦ ζωδιακοῦ πάλιν ἐπιπέδῳ, καὶ ἔσω διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τῆς γῆς διάμετρος ἡ ΒΖΛΑΔ. Ὅταν ἄρα τοῦ ἡλίου γενομένου κατὰ τὸ Δ ἡ σελήνη γένηται κατὰ τὸ Ζ, καταυγαζομένη ἡ γῆ ὑπὸ τῆς τοῦ ἡλίου προσλάμψεως πέμψῃ κωνοειδῆ σκιὰν ὡς τὴν ΛΜ, καὶ ἐπισκοτήσῃ τὴν σελήνην, καὶ ἀφώτιστον ποιήσῃ ἐπιπροσθοῦσα ταῖς τοῦ ἡλίου ἀκτῖσι, καὶ συμβήσεται κατὰ τὴν κατὰ διάμετρον τῷ ἡλίῳ στάσιν τὴν ἔκλειψιν γίνεσθαι, διὰ τὸ τὴν ΒΔ διάμετρον ὑποκεῖσθαι τοῦ ζωδιακοῦ. Ὁμοίως δὲ πάλιν ὅταν τοῦ ἡλίου γενομένου κατὰ τὸ Β, ἡ σελήνη κατὰ τὸ Θ γένηται, πάλιν συμβήσεται ἐν τῇ κατὰ διάμετρον στάσει τὴν ἔκλειψιν ἀποτελεῖσθαι. Ὅταν δὲ κατ' ἄλλου τινὸς τμήματος ὄντος τοῦ ἡλίου, ἡ σελήνη ἐμπέσῃ εἰς τὸ σημεῖον, οὐδαμῶς εὑρεθήσεται ἐν τῇ κατὰ διάμετρον στάσει τοῦ ἡλίου τυγχάνουσα, διὸ προσέθηκε τὸ πολλάκις μὴ ἐν ταῖς διαμετρούσαις παρόδοις ἐπιπροσθούσης αὐτῆς, ὡς ἐνδεχομένου καὶ ἐν τῇ κατὰ διάμετρον στάσει τὴν ἐπισκότησιν γίνεσθαι, καὶ ἐν τῇ μὴ κατὰ διάμετρον. Ἐὰν γὰρ, λόγου ἕνεκεν, ἐπὶ τοῦ Γ τυγχάνοντος τοῦ ἡλίου ἡ σκιὰ ἐπ' εὐθείας αὐτῷ πεμπομένη γένηται κατὰ τὸ Κ, δῆλον ὡς τότε τῆς σελήνης ἐκεῖ γενομένης, οὐκ ἔσται κατὰ τὴν κατὰ διάμετρον στάσιν ἔκλειψις, διὰ τὸ τὴν γῆν ἐκτὸς εἶναι τοῦ Α κέντρου, καὶ μὴ εἶναι τὴν ΓΚ διάμετρον τοῦ ζωδιακοῦ, ὥστε ἀναγκαῖον ἂν εἴη τῶν σεληνιακῶν ἐκ-

BGDE, ZHTK l'orbite de la lune autour du même centre, et plus voisine de la terre. Supposons-les, par exemple, dans le même plan, le soleil faisant sa révolution dans le zodiaque, et la terre étant au milieu, mais au point A comme centre, et aussi dans le plan du zodiaque. Menons le diamètre BZLAD par le centre de la sphère et celui de la terre. Le soleil étant en D, et la lune en Z, la terre éclairée par la lumière du soleil, jettera une ombre conique telle que LM, qui obscurcira la lune, et la privera de lumière à mesure que la terre avancera dans les rayons du soleil. L'éclipse se fera donc dans l'opposition diamétrale au soleil, BD étant supposée le diamètre du zodiaque. Pareillement, le soleil étant en B, et la lune en T, l'éclipse se fera encore dans l'opposition diamétrale au soleil. Mais le soleil étant dans un autre point, si la lune s'y rencontre avec lui, elle ne sera point dans une situation diamétralement opposée au soleil. C'est pourquoi Ptolemée a ajouté, que souvent la terre ne seroit pas interposée entre les points où ces astres sont diamétralement opposés, il faudroit admettre que l'éclipse arrive dans l'opposition diamétrale, et dans la situation non diamétralement opposée. Car si, par exemple, le soleil étant en G, l'ombre qu'il produit en ligne droite tomboit en K, la lune étant alors en ce dernier point, il est évident que l'éclipse ne se feroit pas dans la position diamétrale, parce que la lune est hors du centre A, et que GK n'est pas le diamètre du zodiaque. Il faut donc absolument, puisque les éclipses

de lune doivent toujours arriver dans des points où la lune est diamétralement opposée au soleil, que la terre occupe le centre de l'univers.

λείψεων πάντοτε θεωρουμένων ἐν ταῖς κατὰ διάμετρον σάσεσι τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν σελήνην, καὶ τὴν γῆν τὸν μέσον ἐπέχον τοῦ παντὸς τόπον.

CHAPITRE V.

LA TERRE N'EST QU'UN POINT RELATIVEMENT AUX ESPACES CÉLESTES.

Après avoir montré par les phénomènes, et les notions communes, que la terre est sensiblement de forme sphérique et au centre de l'univers, Ptolemée s'étend dans le chapitre qui précède celui-ci, sur ces principes, dont il faut bien se pénétrer pour ce qui suit, et il dit que la terre est comme un point à l'égard des espaces célestes. Ce n'est pas à dire pour cela qu'elle ne soit qu'un point sans grandeur. Car le moyen qu'une aussi grosse masse n'ait pas de parties? Il faut entendre par là seulement que comparée à la distance où elle est de la sphère des étoiles fixes, elle n'occupe qu'un point dans cet espace. En effet, le soleil qui est 170 fois plus gros que la terre entière, ne nous paroît guères avoir qu'un pied de grandeur, à cause de sa distance dont la grandeur surpasse de beaucoup la grandeur de la terre. De sorte que si nous nous supposions voir la terre dans un aussi grand éloignement que celui où le soleil est de la terre, nous la verrions comme n'ayant que la 170^{e} partie de la grandeur que le soleil nous paroît avoir. Mais si nous nous supposons la voir dans une distance égale à celle des étoiles fixes, elle nous paroîtra infiniment petite ou comme un point absolument insensible. Bien plus, toutes les distances des astres entr'eux, ainsi que leurs grandeurs, paroissent toujours les

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε'.

ΟΤΙ ΣΗΜΕΙΟΥ ΛΟΓΟΝ ΕΧΕΙ ΠΡΟΣ ΤΑ ΟΥΡΑΝΙΑ Η ΓΗ

Υπομνησας ἐκ τῶν φαινομένων καὶ κοινῶν ἐννοιῶν ὅτι σφαιροειδὴς πρὸς αἴσθησιν ἐστὶν ἡ γῆ καὶ μέση τοῦ παντὸς, ἔτι καὶ περὶ τοῦ προκειμένου κεφαλαίου διαλαμβάνει διὰ τῶν αὐτῶν ὡς καὶ τούτου ἑνὸς ὄντος τῶν καθόλου ἀρχοειδῶς ὀφειλόντων προληφθῆναι, καὶ φησὶν ὅτι σημείου λόγον ἔχει πρὸς τὰ οὐράνια ἡ γῆ. Τὸ μὲν οὖν σημείου λόγον ἔχειν, οὐχ' ὅτι αὐτὴ καθάπερ σημεῖον ἀμεγέθης ἐστὶ. Πῶς γὰρ ἄν τις εἴποι τὸ τηλικοῦτον μέγεθος ἀμερές; Αλλ' ὅτι πρὸς τὴν σύγκρισιν τοῦ ἀποστήματος τοῦ μέχρι τῆς τῶν ἀπλανῶν σφαίρας σημείου σχέσιν ἐπέχει, ἐπεὶ καὶ ὁ ἥλιος ἑκατονταεβδομηκονταπλασίων τυγχάνων τῆς ὅλης γῆς, ποδιαῖον ἔγγιστα μέγεθος φαίνεται ἡμῖν ἔχων, διὰ τὸ ὑπερμέγεθες τοῦ ἀποστήματος· ὥστε εἰ καὶ τὴν γῆν ἀπὸ τηλικούτου ἀποστήματος ἐπινοήσαιμεν ὁρωμένην, ἡλίκον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς γῆς ἐπὶ τὸν ἥλιον, ἑκατοστεβδομηκοστὸν μέρος τοῦ φαινομένου μεγέθους τοῦ ἡλίου ἔχουσαν ὀψόμεθα ταύτην. Ἐὰν δὲ καὶ ἀπὸ τηλικούτου διαστήματος αὐτὴν ἐπινοήσωμεν ὁρωμένην, ἡλίκον ἐστὶ καὶ τὸ μέχρι τῶν ἀπλανῶν, ἐλαχιστοτάτη ὀφθήσεται, ἢ ὥσπερ σημεῖον ἐκφεύξεται τὴν αἴσθησιν. Ἔτι δὲ καὶ ἐκ τοῦ πάντα τὰ διαστήματα πρὸς ἄλληλα τῶν ἀστέρων, καὶ τὰ

μεγέθη τοῖς ἀπὸ διαφόρων οἰκήσεων τηροῦσι τοὺς αὐτοὺς ἀστέρας, ἴσα καὶ ὅμοια καταλαμβάνεσθαι, ὡς ἂν πάντων πρὸς ἑνὶ σημείῳ καὶ τῷ αὐτῷ τῆς σφαίρας κέντρῳ ἑστώτων, καὶ τὸ αὐτὸ διάστημα φυλαττόντων, πρός τε τὰς ἀνατολὰς καὶ δυσμὰς, καὶ πάντα τὰ μέρη τοῦ οὐρανοῦ, ὅπερ οὐκ ἂν οὕτως ἔχον ἐφαίνετο εἰ τὸ μέγεθος τῆς γῆς αἰσθητὸν ἦν.

mêmes aux personnes qui les observent de différens lieux de la terre, comme si toutes ces personnes les observoient du centre seul de la sphère, et étoient toutes à même distance de l'orient et de l'occident et de toutes les parties du ciel. Il s'en faut bien cependant que ces grandeurs parussent ainsi constamment les mêmes, si la grandeur de la terre avoit quelque rapport sensible avec elles.

Νενοήσθω γὰρ ἐν τῇ τοῦ παντὸς σφαίρᾳ μεσημβρινὸς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, ἐν δὲ τῇ γῇ ὡς ἐν μεγέθει ὑποπιπτούσῃ ὁ ΕΖ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ΑΒΓΔ, κέντρον δὲ κοινὸν αὐτῶν τὸ Η, οἴκησις δὲ κατὰ τό Ε. Καὶ διὰ τοῦ Η κέντρου ἡ ΒΗΔ διάμετρος τῆς σφαίρας, ὁρίζων δὲ τῆς οἰκήσεως ὁ διὰ τῆς ΘΕΚ, κοινὴ δὲ αὐτοῦ τομὴ καὶ τοῦ ΑΒΓΔ ἡ ΘΚ ἐφαπτομένη δηλαδὴ τοῦ ΕΖ, κατὰ κορυφὴν δὲ τὸ Α. Ἐὰν δὴ τὴν ΕΑ ἐπιζεύξωμεν καὶ διαγάγωμεν ὡς τὴν ΕΗΓ, δῆλον ὡς ὅτι ἐπὶ τὸ κέντρον πεσεῖται τῆς γῆς, καὶ ἐλαχίστη μὲν ἔσται ἡ ΕΑ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε τῆς ὄψεως τῶν ὁρόντων ἐπὶ τὸ ΘΑΚ τμῆμα προσπιπτουσῶν εὐθειῶν. Καὶ ἀεὶ αἱ ἔγγιον τῶν ΕΘ, ΕΚ τῶν ἀπώτερον μείζους, μέχρι τοῦ πρὸς τῷ Α. Καὶ διὰ τοῦτο μηκέτι συμβαίνειν τά τε μεγέθη καὶ τὰ διαστήματα τῶν ἀστέρων ἴσα καὶ ὅμοια φαίνεσθαι. Ὅμοια δὲ εἶπε τὰ διαστήματα, διὰ τὸ μένειν πάντοτε τὰ σχήματα ἃ φυλάττουσι πρὸς ἀλλήλους εἴτε τρίγωνα εἴτε τετράγωνα εἴτε τραπέζια ἢ ἄλλα τινά.

(Fig. 36.) Car concevons dans la sphère de l'univers, le cercle méridien ABGD, et dans la terre comme ayant une grandeur déterminée la ligne EZ dans le plan de ABGD, le centre commun H, le lieu terrestre E, le diamètre BHD de la sphère mené par le centre H, l'horizon TEK du lieu et à l'extrémité de EZ, la tangente TK, section commune de cet horizon et de ABGD et le point vertical A. Si nous joignons et prolongeons AE, pour faire comme la droite EHG, il est évident qu'elle passera par le centre de la terre, et EA sera la plus petite de toutes les droites qui de E d'où regardent ceux qui observent, tombent sur le segment TAK. Et depuis le point A, les autres droites seront d'autant plus grandes, qu'elles seront plus proches de ET, EC. C'est pourquoi les grandeurs et les distances des astres n'y paroîtront plus égales et pareilles. Or, il a dit que les distances étoient toujours pareilles, parce que les configurations soit en triangles, en carrés, en trapèzes, ou autres, que les observateurs voyoient formées par les étoiles, demeurent toujours les mêmes.

Ἔτι δὲ καὶ ἑτέραν πίστιν εἰσάγει τοῦ σημείου λόγον ἔχειν τὴν γῆν πρὸς τὸ οὐράνιον ἀπόστημα, τῷ τὰς διὰ τῶν κέντρων τῶν κρικωτῶν σφαιρικῶν διοπτεύσεις τῷ αὐτὸ δύνασθαι δεικνύναι, ὡς ἂν εἰ ὁμόκεντροι τῷ

Un autre motif qui porte à croire que la terre est comme un point relativement à l'espace céleste, c'est qu'en regardant par les centres des armilles sphériques, on peut voir de même que si ces instrumens avoient

une position concentrique à l'univers, je parle des armilles sphériques, du météoroscope, et de l'astrolabe dont il parle aussi dans le cinquième livre. Car en plaçant ces instrumens sur la surface de la terre, et en disposant leurs anneaux dans la direction des cercles du monde desquels ils portent les noms, le méridien de l'instrument dans le plan de celui que l'on conçoit être celui du lieu terrestre, et le zodiaque suivant la position de celui du ciel, l'horizon parallélement à l'horizon naturel, et les autres cercles de même, puis en regardant par les centres de ces instrumens sphériques, en quelqu'endroit de la terre qu'ils soient placés, nous trouvons les angles et les arcs de ces grands cercles comme autour du même centre, et il y a autant de justesse entr'eux et ceux que le ciel nous montre, que si ces mesures avoient été prises en visant du centre même de la terre. Or il est clair que cela n'est ainsi que parce que les bornoiemens faits par les centres de ces instrumens s'accordent parfaitement avec ceux qu'on feroit du centre même de la terre. Il est donc évident, comme nous l'avons dit, qu'il résulte de ce qu'en regardant par les centres des instrumens sphériques, on peut voir de même que si on regardoit du centre même de la terre, que non-seulement la terre est au centre du ciel, mais encore qu'elle n'y est que comme un point.

Les constructeurs d'horloges gnomoniques supposant que la pointe du gnomon est le centre de la sphère du soleil, de l'univers et de la terre, trouvent ainsi les circonvolutions des ombres qui se font sur leurs horloges solaires dans les parallèles de même dénomination que ceux que l'on conçoit être dans l'univers, comme si les points

παντὶ τὴν θέσιν ἔχουσαι ἐτύγχανον, κρικωτῶν δὲ λέγει σφαιρικῶν, τοῦ τε μετεωροσκοπίου καὶ τοῦ ἐκτιθεμένου αὐτῷ ἐν τῷ ε΄ βιβλίῳ ἀστρολάβου. Ταῦτα γὰρ τὰ ὄργανα τιθέντες ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, καὶ τοὺς ὁμωνύμους ἐν τῷ ὀργάνῳ κρίκους τοῖς ἐν τῷ παντὶ κύκλοις ὁμοταγεῖς καθιστάντες, τὸν μὲν μεσημβρινὸν τοῦ ὀργάνου ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τοῦ νοουμένου τῆς οἰκήσεως μεσημβρινοῦ, τὸν δὲ ζωδιακὸν τὴν τοῦ φύσει ζωδιακοῦ θέσιν λαμβάνοντα, καὶ τὸν ὁρίζοντα τὴν τοῦ φύσει ὁρίζοντος, καὶ τοὺς λοιποὺς τοῖς λοιποῖς, διοπτεύοντες διὰ τῶν κέντρων τῶν σφαιρικῶν ὀργάνων, ἐν οἱῳδήποτε μέρει τῆς γῆς αὐτῶν τιθεμένων, καταλαμβανόμεθα καὶ τὰς γωνίας καὶ τὰς ἀπολαμβανομένας τῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον μεγίστων κύκλων περιφερείας, οὕτω συμφώνους τοῖς φαινομένοις, ὡς ἂν εἰ δι' αὐτοῦ τοῦ τῆς γῆς κέντρου αἱ διοπτεύσεις γινόμεναι ἐτύγχανον. Φανερὸν δὲ τοῦτο οὕτως ἔχειν ἐκ τοῦ τὰς διὰ τῶν κέντρων τῶν ὀργάνων διοπτεύσεις, οὕτω συμφώνους γίνεσθαι τοῖς φαινομένοις. Φανερὸν δὴ ὅτι οὐ μόνον ἡ γῆ μέση τοῦ παντὸς οὐρανοῦ κεῖται, ἀλλὰ καὶ σημείου λόγον ἔχει, ἐκ τοῦ, ὡς ἔφαμεν, τὰς διὰ τῶν κέντρων τῶν εἰρημένων σφαιρικῶν ὀργάνων διοπτεύσεις τὸ αὐτὸ δύνασθαι, ὡς ἂν εἰ διὰ τοῦ κέντρου τῆς γῆς γινόμεναι ἐτύγχανον.

Πάλιν δὲ καὶ οἱ γνωμονικοὶ τὸ ἄκρον τῆς τοῦ γνώμονος κορυφῆς κέντρον τοῦ ἡλίου σφαίρας ὑποτιθέμενοι καὶ αὐτοῦ τοῦ παντὸς καὶ τῆς γῆς, οὕτως εὑρίσκουσι τὰς περιαγωγὰς τῶν σκιῶν ἐν ταῖς καταγραφαῖς τῶν ὡροσκοπίων γινομένας, κατὰ τῶν ὁμονύμων τῶν ἐν τῷ παντὶ νοουμένων παραλλήλων, ὡς ἂν εἰ

πρὸς αὐτῷ τῷ τῆς γῆς κέντρῳ αἱ κορυφαὶ τῶν γνωμόνων ἐτύγχανον. Ἔστι δὲ καὶ ἐκ ταύτης ὡς καταδηλοτέρας πίστεως πιστοῦσθαι τὰ εἰρημένα, τοῦ πανταχοῦ τὰ διὰ τῆς ὄψεως ἡμῶν ἐκβαλλόμενα ἐπίπεδα, ἃ ἔστι δηλαδὴ διὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς. Καλοῦμεν δὲ αὐτὰ ὁρίζοντας, διχοτομεῖν πάντοτε τὴν σφαῖραν τοῦ οὐρανοῦ, ὅπερ οὐκ ἂν συνέβαινεν, εἰ τὸ μέγεθος τῆς γῆς αἰσθητὸν ἦν. Ἀλλὰ μόνον ἂν τὸ διὰ τοῦ κέντρου τῆς γῆς ἐκβαλλόμενον ἐπίπεδον διχοτομεῖν ἐδύνατο τὴν σφαῖραν, τὸ δὲ οἱουδήποτε τόπου τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς εἰς ἄνισα διῄρει τὴν σφαῖραν, μηκέτι μεγίστου γινομένου τοῦ ὁρίζοντος, ἀλλὰ πάντοτε τὸ ὑπὲρ γῆν τμῆμα τῆς σφαίρας, ἔλαττον ποιοῦντος τοῦ ὑπὸ γῆν.

verticaux des gnomons étoient au centre même de la terre. Cette expérience confirme pleinement ce que nous avons dit, que tous les plans qui, en tous lieux, passent par nos yeux, savoir ceux qui rasent la surface de la terre, et que nous appellons horizons, coupent partout la sphère céleste en deux parties égales. Chose qui ne seroit point, si la grandeur de la terre avoit un rapport sensible avec celle du ciel. Autrement, le seul plan qui traverse la terre par son centre, pourroit couper la sphère en deux parties égales; tous les plans tangens à la surface terrestre en tous lieux quelconques, couperoient la sphère céleste en deux parties inégales; car dès lors l'horizon ne seroit plus un grand cercle, et partout il feroit le segment de la sphère au-dessus de lui, plus grand que l'inférieur.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ϛ'.

ΟΤΙ ΟΥΔΕ ΚΙΝΗΣΙΝ ΤΙΝΑ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΝ ΠΟΙΕΙΤΑΙ Η ΓΗ.

Τα αὐτὰ δὲ πάλιν παρακολουθεῖ ἄτοπα, εἰ κίνησιν τινὰ μεταβατικὴν ἐποιεῖτο ἡ γῆ, ἅπερ καὶ ἐπὶ τῶν τριῶν θέσεων ἐλέγομεν, ἡνίκα ἐκτὸς μὲν τοῦ ἄξονος αὐτὴν ὑπετιθέμεθα, ἑκατέρου δὲ τῶν πόλων ἴσον ἀπέχειν, ἢ ἐπὶ τοῦ ἄξονος οὖσαν πρὸς τὸν ἕτερον τῶν πόλων παρακεχωρηκέναι, ἢ μήτε ἐπὶ τοῦ ἄξονος οὖσαν, μήτε ἑκατέρου τῶν πόλων ἴσον ἀπέχειν, ἢ ὅλως μεθίστασθαι αὐτὴν τοῦ μέσου, ὥστε οὐ ποιήσει τὴν ἀπὸ τόπου εἰς τόπον μεταβατικὴν κίνησιν ἡ γῆ. Ἔτι δὲ καὶ ἐκ τῶν τοιούτων κατάδηλον γίνεται τὸ μένειν αὐτὴν ἐπὶ τοῦ μέσου τόπου. Φύσιν γὰρ αὐτῆς ἐχούσης

CHAPITRE VI.

LA TERRE NE FAIT AUCUN MOUVEMENT DE TRANSLATION.

Si la terre avoit quelque mouvement qui la déplaçât, il en résulteroit toujours les mêmes absurdités que nous avons exposées en parlant des trois positions de la terre, ou hors de l'axe, mais également distante des deux pôles; ou dans l'axe, mais plus avancée vers un des pôles, ou ni dans l'axe ni plus vers un pôle que vers l'autre, mais transportée tout-à-fait loin du milieu. La terre ne fait donc aucun mouvement local. Il est évident, d'après ces preuves, qu'elle demeure au milieu du monde. Car sollicitée par sa nature à se porter en bas, et le centre d'une sphère en étant comme le point

le plus bas, suivant Aristote qui appelle descente la chute vers le milieu, la terre ayant pris ce lieu qui est sa place, y reste constamment. C'est pourquoi il me paroît superflu de chercher des causes de la chute de la terre vers le milieu, dès qu'il est certain qu'elle y est par l'effet de la pesanteur qui fait naturellement tomber les corps graves. Car ils paroissent ainsi visiblement portés vers la terre. Par conséquent la terre est au milieu du monde. Et il suffit, pour prouver qu'elle n'a aucun mouvement qui la transporte ailleurs, qu'elle ait été démontrée de forme sphérique, puisque les chutes que nous voyons dans toutes ses parties, et les tendances des corps pesans à tomber, je dis celles qui leur sont propres et qui ne leur viennent pas d'une cause extérieure, se font toujours et en tous lieux perpendiculairement au plan tangent, sans inclinaison sur le point d'incidence. C'est ainsi que les architectes pour asseoir les murs perpendiculairement aux horizons, attachent un plomb à une corde, et l'abandonnant à sa pesanteur, s'assurent que les murs sont perpendiculaires, si cette corde par la descente du plomb, en vertu de sa pesanteur, les touche dans toute sa hauteur, attendu qu'il est lui-même dans une direction perpendiculaire. Et nous établissons aussi par ce moyen nos instrumens perpendiculairement à l'horizon. Or, il est évident que s'ils n'étoient pas retenus par la surface de la terre, ils tomberoient tous, et ils se rencontreroient dans son centre, parce que la droite menée du point d'incidence au centre, est perpendiculaire sur le plan

ἐπὶ τὸ κάτω φέρεσθαι, καὶ ὡς ἐν σφαίρᾳ τοῦ μέσου κάτω τυγχάνοντος, καθὰ καὶ ὁ Ἀριστοτέλης τὴν ἐπὶ τὸ μέσον φορὰν κάτω λέγει, αὕτη τὸν οἰκεῖον καταληφυῖα τόπον, μένει ἐν αὐτῷ· ὥστε ἔμοι γε δοκεῖ, περιττῶς ἄν τις καὶ τῆς ἐπὶ τὸ μέσον φορᾶς τῆς γῆς τὰς αἰτίας ἐπιζητήσειεν, ἅπαξ γε τοῦ ὅτι ἡ γῆ τὸν μέσον ἔχει τόπον δήλου ὄντος ἐκ τοῦ καὶ τὰ βάρη φύσιν ἔχειν ἐπὶ τὸ κάτω φέρεσθαι. Φαίνηται γὰρ ἐναργῶς οὕτως ἐπὶ τὴν γῆν φερόμενα. Ἡ γῆ ἄρα ἐν τῷ μέσῳ ἐστί. Καὶ κεῖνο δὲ μόνον προχειρότατον γένοιτο εἰς ἀπόδειξιν τοῦ μηδ' ἡντιναοῦν κίνησιν ἐπὶ τὰ πλάγια μέρη ποιεῖσθαι την γῆν, τὸ σφαιροειδοῦς καὶ μέσης τοῦ παντὸς ἀποδεδειγμένης αὐτῆς, ἐν πᾶσιν ἁπλῶς τοῖς μέρεσιν αὐτῆς τάς τε ἡμῶν προσνεύσεις καὶ τὰς τῶν βάρος ἐχόντων σωμάτων φορὰς (λέγω δὴ τὰς ἰδίας αὐτῶν καὶ μὴ ἀπό τινος βίας) πρὸς ὀρθὰς γωνίας γίνεσθαι πάντοτε καὶ πανταχῆ, τῷ διὰ τῆς κατὰ τὴν πτῶσιν ἐπαφῆς διεκβαλλομένην ἀκλινεῖ ἐπιπέδῳ, καθάπερ καὶ οἱ οἰκοδόμοι τὰς θέσεις τῶν τοίχων πρὸς ὀρθὰς τοῖς ὁρίζουσι βουλόμενοι κατασκευάζειν, μόλιβδον εἰς σπάρτον ἀποδεσμοῦντες, καὶ ἑῶντες τῷ ἰδίῳ βάρει φέρεσθαι τὴν πρὸς ὀρθὰς θέσιν τῶν τοίχων δοκιμάζουσι, τοῦ μολιβδίνου βάρους καταφερομένου, καὶ πάντοτε αὐτῶν ἐπιψαύοντος δηλονότι, ὡς πρὸς ὀρθὰς αὐτοῦ κατιόντος. Ὁμοίως δὲ καὶ ἡμεῖς τὰς θέσεις τῶν ὀργάνων τὰς πρὸς ὀρθὰς τοῖς ὁρίζουσι διὰ τῶν τοιούτων ἐξετάζομεν. Καὶ φανερὸν ὅτι εἰ μὴ ἀντωθοῦντο ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, πάντως ἂν ἐπ' αὐτὸ τὸ κέντρον αὐτῆς κατήντων. Ἐπεὶ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ κατὰ τὴν πτῶσιν σημείου ἐπὶ τὸ κέντρον ἄγουσα εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς γίνεται τῷ διὰ τοῦ ἐκβαλλομένου

ἀκλινεῖ πρὸς τὴν ὑπὸ τῆς φορᾶς τοῦ βάρους εὐθεῖαν.

Ἵνα δὲ καταδηλον γένηται τὸ λεγόμενον, νενοήσθω ἡ τῆς γῆς σφαῖρα, καὶ ἐνεχθὲν βάρος ἐπ' αὐτὴν τῇ ἰδίᾳ φορᾷ ἀκλινῶς, ποιείτω ἐν μὲν τῷ μετεώρῳ εὐθεῖαν τὴν AB, ἐπὶ δὲ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖον τὸ B, καὶ νενοήσθω διὰ τοῦ B ἀκλινὲς ἐπίπεδον πρὸς τὴν AB εὐθείαν ἐφαπτόμενον τῆς σφαίρας, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Γ. Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ BΓ, καὶ διήχθω διὰ τῆς BΓ ἐπίπεδον. Ποιήσει δὴ τομὴν ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κύκλον, ἐν δὲ τῷ ἀκλινεῖ πρὸς τὴν AB ἐπιπέδῳ εὐθείαν. Ποιείτω ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ τὸν BZH κύκλον, ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ τὴν ΔB εὐθεῖαν. Καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον οὐ τέμνει τὴν σφαῖραν, οὐδ' ἄρα ἡ εὐθεῖα τέμνει τὸν κύκλον. Ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΔBE εὐθεῖα τοῦ BZH κύκλου· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓB πρὸς τὴν ΔE. Πάλιν δὴ διήχθω διὰ τῆς BΓ ἕτερον ἐπίπεδον, καὶ ποιείτω ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας τὸν BHΘ κύκλον, ἐν δὲ τῷ ἀκλινεῖ πρὸς τὴν AB ἐπιπέδῳ τὴν KBΛ εὐθεῖαν. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ΓB ὀρθή ἐστι πρὸς τὴν KBΛ. Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΓB δύο εὐθείας τεμνούσας ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐφέστηκε, καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἄρα ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστι. Τὸ δὲ δι' αὐτῶν ἐπίπεδον ἐστὶ τὸ ἀκλινὲς πρὸς τὴν AB· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓB πρὸς τὸ εἰρημένον ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ AB. Ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἄρα σημείου τοῦ B ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἀνεσταμέναι εἰσὶν αἱ AB, BΓ. Διὰ δὴ τοῦτο εὐθεῖα ἐστὶν ἡ ABΓ· ὥστε

tangent au point où passe la droite de la direction de la pesanteur.

(Fg. 38.) Pour éclaircir ce que je dis, concevons le globe terrestre, et un poids qui tombant directement sur lui par sa seule pesanteur, décrive en l'air la ligne droite AB, et marque sur la surface de ce globe le point B, et en ce point le plan sans inclinaison tangent à cette surface à l'extrémité de la droite AB, et prenons pour centre du globe le point G. Joignons BG, et faisons passer un plan par BG ; il fera dans la surface de la sphère une section qui sera un cercle, et qui sera une droite dans un plan perpendiculaire à AB. Suposons qu'il fasse dans la sphère le cercle BZH, et dans le plan la droite BD. Puisque le plan ne coupe pas la sphère, et que la droite ne coupe pas le cercle, il s'ensuit que la droite DBE touche le cercle BZH. Donc la droite GB est perpendiculaire sur DE. Menons encore par BG, un autre plan qui fasse dans la surface de la sphère le cercle BHT, et dans le plan perpendiculaire à AB la droite KBL. Par les mêmes raisons la droite GB est perpendiculaire à la droite KBL. Ainsi, puisque la droite GB est dans le point d'intersection de deux droites perpendiculaire à ces deux droites qui s'entrecoupent, elle est donc aussi perpendiculaire au plan de ces deux droites, et ce plan est perpendiculaire à AB. Donc GB est perpendiculaire à ce plan, ainsi que AB. Donc les droites menées du même point B de part et d'autre sont perpendiculaires au même plan, et par conséquent ABG est une ligne droite ; de sorte que si la pesanteur ne rencontroit pas en B la surface de la terre, elle se rassembleroit au même centre en allant vers son lieu de repos. Chose si claire, qu'il

n'est personne qui n'estime bien inutile de chercher quelles sont les causes de la tendance vers le point du milieu; et de ce qu'il est démontré que l'univers est de forme sphérique, on en conclut que la terre se tient au milieu de l'univers, car la terre est portée au point le plus bas de l'univers; or ce point le plus bas est celui du milieu, donc la terre est au milieu du monde.

Ceux qui regardent comme un paradoxe qu'une masse telle que celle de la terre ne soit pas en mouvement et ne tombe pas, mais demeure constamment immobile dans l'espace, ne font certainement aucun usage de leur raison dans le jugement qu'ils devroient porter d'après ce qu'ils voient autour d'eux. Car voyant que de tous les corps pris chacun à part, il n'en est aucun, quelque petit qu'il soit, qui par-là même qu'il a quelque pesanteur, puisse demeurer en l'air sans tomber dès qu'il est abandonné à lui-même, ils concluent qu'il est impossible de croire qu'il en soit autrement pour l'universalité des corps qui est le monde entier. A mon avis, il n'est pas raisonnable de s'émerveiller de cet effet qu'ils trouveroient fort simple, s'ils faisoient réflexion que cette grandeur de la terre extrêmement petite en comparaison de celle de l'univers qui est partout si prodigieusement grand et composé de parties semblables, peut en être maîtrisée au point de garder toujours la même distance relativement à toutes les parties du monde, étant poussée de toutes parts par des forces égales qui la maintiennent en équilibre. Car on ne peut concevoir

εἰ μὴ ἀντωθεῖτο τὸ κατὰ τὸ B βάρος ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, πάντως ἂν ἐπ' αὐτὸ τὸ κέντρον κατήντα τὸν οἰκεῖον τόπον ἐπιδιῶκον· ὥστε τοῦ τοιούτου προφανοῦς ὄντος, περιττὸν ἄν τις ἡγήσαιτο καὶ τῆς ἐπὶ τὸ μέσον φορᾶς τὰς αἰτίας ἐπιζητεῖν. Ἔτι δὲ τοῦ παντὸς σφαιροειδοῦς ἀποδειχθέντος, συνάγηται καὶ οὕτως, ὅτι ἡ γῆ ἐπὶ τὸ μέσον φέρεται. Ἡ γὰρ γῆ ἐπὶ τὸ κάτω τοῦ παντὸς φέρεται· κάτω δὲ τοῦ παντός ἐστι τὸ μέσον· ἡ γῆ ἄρα ἐπὶ τὸ μέσον φέρεται.

Ὅσοι δὲ παράδοξον οἴονται τὸ μὴ βεβηκέναι ποῦ μήτε καταφέρεσθαι τηλικοῦτον βάρος τῆς γῆς, ἀλλὰ ἑστάναι οὕτως ἀκίνητον μετέωρον μένον, δῆλον ὡς ὅτι οὐ λόγῳ ἀκολουθοῦντες παράδοξον τὸ τοιοῦτον ἡγοῦνται, ἀλλὰ ἀπὸ τῶν περὶ αὐτοὺς συμβαινόντων ἀδυνάτων ἀποδοκιμάζοντες. Ὁρῶντες γὰρ τὸ τοιοῦτον ἐπὶ τῶν κατὰ μέρος ἀδύνατον ὂν αἰσθήσει πιστῶσασθαι, διὰ τὸ μηδὲν τῶν τοιούτων βαρῶν κἂν ἐλάχιστον τυγχάνῃ δύνασθαι φαίνεσθαι μετέωρον μένον, καὶ ἐπὶ τῶν καθόλου τὸ αὐτὸ παραλαμβάνουσιν. Οὐ γὰρ οἶμαι λόγῳ αὐτοὺς ἀκολουθοῦντας, θαυμαστὸν ἡγεῖσθαι τὸ τοιοῦτον, εἰ κατανοήσειαν ὅτι τοῦτο τὸ κατὰ λόγον ἐλάχιστον τῆς γῆς μέγεθος ὑπὸ τοῦ παντελῶς μεγίστου καὶ ὁμοιομεροῦς δυνατὸν ἐστὶ διακρατεῖσθαι, ἴσα διαστήματα φυλάττον ἀπ' αὐτοῦ, καὶ ἰσοσθενῶς πανταχόθεν ἀντωθούμενον, ἢ ἀντερειδόμενον. Καὶ μηδενὸς ἐπινοουμένου ἐν τῷ τοῦ παντὸς σφαιρικῷ σχήματι ἄνω ἢ κάτω. Καὶ κατὰ μηδὲν μέρος ἐλαττουμένης τῆς ἀντερήσεως,

καθάπερ ἐπὶ τῆς αἰσθήσεως ὁρῶμεν, τὰ ὑπὸ τῶν ἴσων δυνάμεων ἀντωθούμενα ἢ ἀνθελκόμενα, μένοντα ἀκίνητα. Οὐ μὲν ἄνω ἢ κάτω μηδενὸς ὄντος ἐν τῷ κόσμῳ πρὸς αὐτὴν, καθάπερ οὐδὲ ἐν σφαίρᾳ τις τὸ τοιοῦτον ἐπινοήσειεν.

ni dessus ni dessous dans la forme sphérique du monde, l'opposition n'y étant pas plus foible dans un point que dans un autre, comme nous voyons que les corps poussés ou tirés par des forces égales, restent en repos; par la même raison, il n'y a ni dessus ni dessous relativement à la terre, car il est impossible d'en imaginer dans une sphère.

Διὰ τοῦτο δὲ ἀντερήσεις ὁμοιομερεῖς γίνονται, διὰ τὸ μηδὲν δύνασθαι ἐπὶ τοῦ τοιούτου σχήματος ἄνω ἢ κάτω. Τὸ γὰρ ἡμῖν ἀνατέλλον καὶ δοκοῦν κάτω εἶναι, τοῖς ἀνατολικωτέροις ὑπὲρ γῆς ἐστι, καὶ ὡς πρὸς τὸ ἄνω, καὶ πάλιν τὸ ἡμῖν ἄνω καὶ ὡς πρὸς τὸν μεσημβρινὸν, τοῖς δυτικωτέροις πρὸς τοῦ μεσημβρινοῦ ἐστὶ, καὶ ὡς πρὸς τὸ κάτω. Ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν πρὸς ἄρκτους καὶ μεσημβρίαν παραχωρήσεων, εἷς καὶ ὁ αὐτὸς ὢν ὁ βόρειος πόλος τῆς σφαίρας, τοῖς μὲν μετεωρότερος φαίνεται, τοῖς δὲ ταπεινότερος. Ἔτι δὲ καὶ ὁ ἥλιος ἢ καὶ ἄλλος τις τῶν ἀστέρων εἷς καὶ ὁ αὐτὸς ὑπάρχων, ἀπὸ διαφόρων οἰκήσεων ὁρώμενος κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον, τοῖς μὲν ἄνω καὶ ὡς πρὸς τῇ κεφαλῇ, τοῖς δὲ κάτω καὶ ὡς πρὸς τὸν ὁρίζοντα φαίνεται, ὡς ἐπὶ τῶν ἐκλείψεων μικρῷ πρόσθεν ἐδηλοῦμεν· ὥστε τῶν αὐτῶν τόπων καὶ ἄνω καὶ κάτω ὡς πρὸς ἡμᾶς τυγχανόντων, ἀκόλουθον ἂν εἴη λέγειν ἐπὶ τοῦ τοιούτου σχήματος καθ' ἑαυτὸ μηδὲν ἄνω εἶναι ἢ κάτω.

C'est parce que les oppositions en sens contraires, sont semblables, qu'il ne peut y avoir ni dessus ni dessous dans une figure sphérique. Car l'astre qui nous paroît se lever et être en bas, relativement à nous, est pour des peuples plus orientaux que nous, au-dessus de la terre et comme en haut. Et aussi ce qui est pour nous en haut et comme au méridien est pour les peuples plus occidentaux que nous et avant leur méridien, et comme en bas. De même pour les climats plus avancés vers les ourses et vers le midi, un même pôle, le boréal, paroît plus élevé aux uns, et plus bas aux autres; ainsi encore le soleil, ou tout autre astre, mais le même, vu en même temps de différents climats, paroît aux uns au-dessus de la tête, et aux autres à l'horizon, comme nous l'avons montré tout à l'heure en parlant des éclipses. De sorte que les mêmes lieux étant par rapport à nous, tantôt en haut et tantôt en bas, il s'ensuit qu'il n'y a dans cette figure sphérique ni haut ni bas par soi-même.

Τῶν δὲ ἐν αὐτῇ συγκριμάτων ὅσον ἐπὶ τῇ ἰδίᾳ καὶ κατὰ φύσιν αὐτῶν διαφορᾷ καὶ τὰ ἑξῆς. Τῶν συγκριμάτων λέγει τῶν φυσικῶν, τουτέστι τῶν στοιχείων, πυρὸς, ἀέρος, καὶ ὕδατος καὶ γῆς. Καὶ γὰρ πάντα πως συγκρίματα εἶναι δοκεῖ, εἴ γε ἐξ ὕλης καὶ

Par les matières qui naturellement se sont disposées suivant leur différence spécifique il entend les élémens du feu, de l'air, de l'eau et de la terre, puisque tout paroît résulter de la matière et de la forme qui se réunissent, ou des substances qui en sont composées; tels sont les aggrégats qui

ont des pieds, qui volent, qui sont aquatiques, et toutes les formes de ces corps et de tous ceux qui sont inanimés. Les uns participant davantage du feu et de l'air, ont une aptitude physique à être portés au dehors et vers l'enveloppe, que nous regardons comme en haut par rapport à nous, parce qu'il n'y a ni haut ni bas dans la sphère, comme nous l'avons dit, mais que tout cela se prend relativement à nous. Puisque chacun appelle *haut* l'espace au-dessus de sa tête, et *bas* celui qui est à ses pieds. Les substances qui participent plus de la terre et de l'eau, sont naturellement portées en bas, et comme étant dans une sphère, au centre de cette sphère, en agissant les unes contre les autres, et opposant dans une distance égale depuis ce centre, une résistance égale et semblable aux corps qui ont pris leur place au milieu. De là vient que la pression vers le centre l'emporte par l'effet de la réaction semblable en toutes ses parties de toutes parts, et qu'il y a repos et immobilité. C'est pourquoi il n'est pas douteux que la terre étant fixe, les corps graves ne l'entourent sans qu'elle se ressente de leur poids. Si elle ne demeuroit pas au lieu où elle est fixée, mais qu'elle eût un mouvement de transport pareil à celui des autres corps graves, la même raison qui fait que les corps pesans vont avec le plus de vîtesse, lui feroit précéder tous les autres corps par l'excès de sa grandeur sur eux, et suivant leur pesanteur tous les corps graves, tant ceux qui sont animés, que tous les corps en particulier qui ne lui sont pas fortement adhérens, resteroient en l'air, tandis qu'elle s'en iroit hors du ciel. Tout cela seroit absurde même à imaginer.

εἴδους ἔχει τὴν γένεσιν πρὸς ἄλληλα συνελθόντων, ἢ τῶν ἐκ τούτων γενομένων, τοιαῦτα δὲ ἐστὶ τά τε πεζὰ καὶ τὰ πτηνὰ, καὶ τὰ ἔνυδρα καὶ τὰ τούτων εἴδη πάντα, καὶ ἔτι τὰ ἄψυχα σύμπαντα σώματα· ὧν τὰ μὲν πυρὸς καὶ ἀέρος πλείονος μετέχοντα, ἐπιτηδειότητα φυσικὴν ἔχει εἰς τὸ ἔξω καὶ πρὸς τὸ περιέχον φέρεσθαι. Ἄνω δὲ νοούμενον πρὸς ἡμᾶς, διὰ τὸ ἐν σφαίρᾳ, καθάπερ εἴπομεν, καθ' αὐτὸ μηδὲν εἶναι ἄνω ἢ κάτω. Ὡς δὲ πρὸς ἡμᾶς τὸ τοιοῦτον λαμβάνεσθαι, ἐπεὶ καὶ ἕκαστος τὸ πρὸς τῇ κεφαλῇ αὐτοῦ ἄνω καλεῖ, τὸ δὲ πρὸς τοὺς πόδας κάτω. Τὰ δὲ γῆς καὶ ὕδατος πλείονος μετέχοντα, ὁμοίως φύσιν ἔχει πρὸς τὸ κάτω καὶ ὡς ἐν σφαίρᾳ ἐπὶ τὸ μέσον φέρεσθαι, καὶ ἀντερείδειν πρὸς ἄλληλα καὶ ἀντικόπτειν ἴσως καὶ ὁμοίως ἐξ ἴσης ἀπὸ τοῦ μέσου διαστάσεως, πρὸς τὰ κατειληφότα τὸν μέσον καὶ οἰκεῖον χῶρον. Ὅθεν πίεσις ἐπὶ τὸ μέσον γίνεσθαι, καὶ ἐκ τῆς πανταχόθεν ὁμοιομεροῦς ἀντωθήσεως, διακρατεῖ τε καὶ μένει ἀκίνητος. Τοιγάρτοι εἰκότως διὰ τὸ ἑστάναι αὐτὴν, καὶ παντάπασιν ἐλάχιστα τῶν βαρῶν ἐκδέχεται ὡς καὶ καταλαμβάνεσθαι ὑπ' αὐτῶν. Εἰ δέ γε μὴ τὸν οἰκεῖον τόπον καταλαβοῦσα ἔμενεν, ἀλλ' ἦν τις καὶ αὐτῆς φορὰ μία καὶ ἡ αὐτὴ τοῖς ἄλλοις βάρεσι, διὰ τὸ φύσιν ἔχειν τὰ βαρύτερα τάχιον καταφέρεσθαι, ὑπὸ τοῦ οἰκείου βάρους αὐτὴ, διὰ τὴν τοῦ μεγέθους ὑπερβολὴν, προελάμβανεν ἂν πάντα καταφερομένη, καὶ ἔμενε τὰ κατὰ μέρος τῶν βαρῶν, λέγω δὴ τά τε ζῶα καὶ τὰ κατὰ μέρος τῶν βαρῶν, ὅσα αὐτὴ οὐ συνήνωται, ὀχούμενα μετέωρα, αὐτὴ δὲ ἐξέπεσεν ἂν αὐτοῦ τοῦ οὐρανοῦ, τὰ δὲ τοιαῦτα καὶ ἐπινοεῖν μόνον, εὐηθέστατον ἂν φανείη.

Ἤδη δέ τινες ὡς οἴονται πιθανώτερον τούτοις μὲν οὐκ ἔχοντες ὅ τι ἀντίποιεν, συγκατατίθενται, δοκοῦσι δὲ οὐδὲν αὐτοῖς ἀντιμαρτυρήσειν, εἰ τὸν οὐρανὸν ἀκίνητον μὲν ὑποστήσαιεν, τὴν δὲ γῆν πρὸς τὸν ἄξονα στρεφομένην, καὶ τὰ ἑξῆς. Ἤδη δέ τινές, φησι, συναγόμενοι ἐκ τῶν εἰρημένων, καὶ ἀδυνάτως ἔχοντες ἐν στάσεις κομίζειν, τῷ μὴ μεθίστασθαι τοῦ μέσην τὴν γῆν συγκατατίθενται, ὑπολαμβάνουσι δὲ μηδὲν ἐναντιοῦσθαι τὰ φαινόμενα, εἰ τὸν μὲν οὐρανὸν ἀκίνητον ὑποστήσαιντο, τὴν δὲ γῆν περὶ τὸν αὐτὸν τῆς σφαίρας ἄξονα φερομένην ἀπὸ δυσμῶν ἐπὶ ἀνατολὰς ἔγγιστα περὶ στροφὴν ἑκάστης ἡμέρας. Ὃ δὲ λέγει τοιοῦτόν ἐστι.

Quelques personnes cependant, tout en se rendant à ces raisons, parce qu'elles n'ont rien à y opposer, soutiennent qu'il seroit plus vraisemblable de supposer le soleil immobile, et la terre tournant autour de son axe, et le reste, c'est-à-dire, selon Ptolemée, que persuadées par ces raisons, et ne pouvant nier que la terre occupe le centre, par là même qu'elle n'est point transportée, elles disent que les apparences célestes seroient toujours les mêmes, si l'on supposoit le ciel sans mouvement, et la terre tournant sur l'axe même de la sphère céleste d'occident en orient, de manière qu'elle fît à peu près une révolution par jour. Voici ce que dit Ptolemée:

Νενοήσθω γὰρ μένων ὁ οὐρανὸς· πόλοι δὲ αὐτοῦ τὰ Β, Δ σημεῖα. Καὶ δι' αὐτῶν μένων ὢν κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ Ε. Καὶ γεγράφθω ἰσημερινὸς ὁ ΑΖΓΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕΓ, κοινὴ τομὴ τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων αὐτοῦ. Ἐστω δὲ καὶ τῆς γῆς μέγιστος κύκλος ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓΔ ἐπιπέδῳ ὁ ΘΚΛΗ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ ΑΖΓΜ ἰσημερινοῦ ἐπίπεδον, καὶ ποιείτω τομὴν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς τὴν ΘΕΛ. Ποιείτω δὲ καὶ τὸν ΘΝΛΞ κύκλον ὀρθὸν δηλονότι πρὸς τὸν ΘΚΛΗ, καὶ ἔστω ὁ ἥλιος κατὰ τὸ Α σημεῖον τοῦ ἰσημερινοῦ, καὶ ἡ μὲν ΑΟ χρόνων ἔστω λ̄, ἡ δὲ ΑΠ, ξ̄, ἡ δὲ ΑΖ, ϛ̄, ἡ δὲ ΑΡ, ρκ̄, ἡ δὲ ΑΣ, ρν̄, ἡ δὲ ΑΓ δηλονότι τῶν τοῦ ἡμικυκλίου χρόνων ρπ̄. Καὶ γεγράφθωσαν διὰ τοῦ Β καὶ ἑκάστου τῶν Ο Π Ρ Σ μέγιστοι κύκλοι οἱ ΒΟΔ, ΒΠΔ, ΒΖΔ, ΒΡΔ, ΒΣΔ. Καὶ διήχθω τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα, καὶ ποιείτωσαν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς γῆς κύκλους,

(Fig. 39). Concevons le ciel immobile, et ses pôles B, D, le cercle ABGD passant par ces points, et E le centre de la sphère. Décrivons l'équateur AZGM, et joignons AEG, section commune de l'équateur et du cercle qui passe par ses pôles, soit TKLH un grand cercle de la terre dans le plan de ABGD, faisons passer par l'équateur AZGM un plan qui fasse sur la surface de la terre la section TEL qui est un cercle perpendiculaire sur le cercle TKLH. Supposons le soleil au point A de l'équateur, l'arc AO de 30 temps, l'arc AP de 60, l'arc AZ de 90, l'arc AR de 120, l'arc AS de 150, et l'arc AG du demi-cercle de 180; décrivons par le point B et par chacun des points O, P, R, S, les grands cercles BOD, BPD, BZD, BRD, BSD, de sorte que leurs plans en passant par la terre tracent des cercles à sa surface, savoir le plan BOD, le cercle KGH;

le plan de BPD, le cercle KFXH; le plan de BZD, le cercle KNXH; le plan de BRD, le cercle KΨOH; et le plan de BSD, le cercle KAB. Soit l'orient du côté de A, l'occident du côté de G, et concevons que ABGD est un horizon perpendiculaire sur le demi-cercle AZG de l'équateur, comme dans la sphère droite. Supposons enfin que, le ciel étant immobile, et la terre tournant d'occident en orient, l'œil de l'observateur est en T, et que le soleil dans l'horizon ABGD, paroît en A, parce qu'il est dans le même plan que TKLH et que ABGD; par conséquent, quand le point T, c'est-à-dire l'œil sera en t, (par la rotation de la terre) à cause du plan de l'horizon O qui sera devenu celui de l'œil, en faisant le cercle KtGH et le cercle BOD, le soleil lui paroîtra élevé au-dessus de la terre, d'un arc OA de 30 temps, c'est-à-dire de 2 heures équinoxiales; quand l'œil sera en F, le plan de l'œil passera, pour les mêmes raisons, par le point P, et le soleil lui paroîtra élevé de l'arc AP de 60 temps équinoxiaux ou 4 heures; et quand l'œil sera en K, il sera dans le plan de Z, et le soleil lui paroîtra de 90 temps ou 6 heures équinoxiales éloigné de A, et au méridien. Les mêmes apparences arriveront dans le quart de cercle suivant. Il est évident que quand T sera en L, le plan de l'œil passera par G, le soleil étant alors éloigné de A des temps du demi-cercle, et paroissant dans l'occident. Le temps de la nuit suivra la même marche; une révolution entière de la terre fera à très-peu près un nychthémère (un jour et une nuit consécutifs, un jour naturel), et cette hypothèse ne paroîtra en rien contraire aux phénomènes. Ptolemée a dit à très-peu près, parce que le soleil parcourt environ un

τὸ μὲν διὰ τοῦ ΒΟΔ τὸν ΚΤΝΗ, τὸ δὲ διὰ τοῦ ΒΠΔ τὸν ΚΦΧΗ, τὸ δὲ διὰ τοῦ ΒΖΔ τὸν ΚΝΞΗ, τὸ δὲ διὰ τοῦ ΒΡΔ τὸν ΚΨΩΗ, καὶ ἔτι τὸ διὰ τοῦ ΒΣΔ τὸν ΚΑΒΗ. Ἔσωσαν δὲ ἀνατολικὰ μὲν τὰ πρὸς τῷ Α, δυτικὰ δὲ τὰ πρὸς τῷ Γ, καὶ νενοήσθω τοῦ ΑΒΓΔ ὡς ἐπὶ τῆς ὀρθῆς σφαίρας ὑποκειμένου ὁρίζοντος ὑπὲρ γῆν τὸ ΑΖΓ ἡμικύκλιον τοῦ ἰσημερινοῦ, καὶ ὑποκείσθω μένοντος τοῦ οὐρανοῦ, καὶ τῆς γῆς στρεφομένης πρὸς ἀνατολὰς, τὸ μὲν ὄμμα κατὰ τὸ Θ, ὁ δὲ ἥλιος ἐπὶ τοῦ ΑΒΓΔ ὁρίζοντος, φαινόμενος κατὰ τὸ Α, διὰ τὸ καὶ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ εἶναι τόν τε ΘΚΛΗ, καὶ τὸν ΑΒΓΔ· καὶ ὅταν ἄρα τὸ Θ, τουτέστιν ἡ ὄψις γένηται κατὰ τὸ Τ, διὰ τοῦ Ο ἔσται τὸ διὰ τῆς ὄψεως ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος, ποιοῦν τόν τε ΚΤΝΗ κύκλον καὶ τὸν ΒΟΔ, καὶ φανήσεται ὁ ἥλιος ὑπὲρ γῆς τὴν ΟΑ περιφέρειαν χρόνων οὖσαν λ̄, ὡρῶν δὲ ἰσημερινῶν δηλονότι β̄. Ὅταν δὲ ἐπὶ τοῦ Φ γένηται ἡ ὄψις, ἔσται διὰ τὰ αὐτὰ τὸ διὰ τῆς ὄψεως ἐπίπεδον διὰ τοῦ Π, καὶ ἔσται ὁ ἥλιος τοὺς τῆς ΑΠ περιφερείας χρόνους ἰσημερινοὺς ξ̄ ὑπὲρ γῆς φαινόμενος, ὥρας δὲ πάλιν δ̄. Ὅταν δὲ διὰ τοῦ Κ γένηται ἡ ὄψις, ἔσται πάλιν κατὰ τὸ Ζ, καὶ φανήσεται ὁ ἥλιος τοὺς δ χρόνους, ὥρας δὲ ε̄ ἀπέχων τοῦ Α, καὶ μεσουρανῶν. Τὰ δὲ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τοῦ ἑτέρου τεταρτημορίου συμβήσεται. Καὶ φανερὸν ὅτι ὅταν τὸ Θ κατὰ τοῦ Λ γένηται, ἔσται τὸ διὰ τῆς ὄψεως ἐπίπεδον διὰ τοῦ Γ, ἀπέχοντος δηλονότι τοῦ ἡλίου τοὺς τοῦ ἡμικυκλίου χρόνους, καὶ πρὸς δυσμὰς φαινομένου. Ἀκολούθως δὲ καὶ ὁ τῆς νυκτὸς χρόνος ὀφθήσεται, καὶ ἐν τῇ μιᾷ περιστροφῇ ἔγγιστα τὸ νυχθήμερον ἔσται γεγενημένον, καὶ δόξει μὴ δὲν μάχεσθαι ἡ τοιαύτη ὑπόθεσις τοῖς φαι-

νομένοις. Ἔγγιστα δὲ εἶπε, διὰ τὸ καὶ τὸν ἥλιον κινεῖσθαι μοῖραν ᾱ ἔγγιστα. Ἔγγιστα δ' ἦν καὶ τὴν τοσαύτην κίνησιν ἐπικινεῖσθαι τὴν σφαῖραν τῆς γῆς μετὰ τὴν πρώτην περιστροφήν, ἵνα πάλιν ὁ ἥλιος ὀφθῇ ἀνατέλλων. Οὕτω γὰρ ἔτι σύμφωνα ἐδόκει φαίνεσθαι τὰ φαινόμενα κατὰ διαφόρων τοῦ ζωδιακοῦ τμημάτων τοῦ ἡλίου γινομένου. Ἐπειδήπερ οὐδὲ οἱ αὐτοὶ ἀστέρες πάντοτε ὑπὲρ γῆν θεωροῦνται.

Εἰ δὲ ὑποτεθείη ἀμφότερα κινεῖσθαι καὶ τὴν γῆν καὶ τὸν οὐρανὸν, οὕτως ὡς ἐν τῇ μιᾷ ἡμέρᾳ τοὺς τξ ἔγγιστα χρόνους τοῦ ἰσημερινοῦ ἀμφοτέρας τὰς κινήσεις κινεῖσθαι περὶ τὸν ἄξονα, εἰ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ καὶ ἰσοταχῶς, οὐδεμία φανήσεται τοῦ ἡλίου ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς περιφορὰ, εἰ δὲ εἰς τὰ ἐναντία, σωθήσεται πάλιν τὰ περὶ τὰς δύσεις καὶ τὰς ἀνατολάς. Συμβήσεται δὲ ἐκ τῆς μιᾶς περιστροφῆς καὶ τοῦ οὐρανοῦ, δύο νυχθήμερα γίνεσθαι. Ὑποκείσθω γὰρ πάλιν μὴ ἐπιλογιζομένων ἡμῶν ἐνταῦθα τὴν τοῦ ἡλίου ἐπικίνησιν τοῦ σαφοῦς ἕνεκα, ἡ μὲν γῆ ἀπὸ δυσμῶν πρὸς ἀνατολὰς φερομένη, ὁ δὲ οὐρανὸς ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς ἰσοταχῶς, καὶ ἔστω τὰ μὲν Θ, Α πρὸς ἀνατολὰς, τὰ δὲ Λ, Γ πρὸς δυσμάς. Ἕως ἄρα τῆς γῆς στρεφομένης τεταρτημόριον, τὸ Θ ἀνατολικὸν ἐπὶ τὸ Κ παραγίνεται, ἐν τοσούτῳ καὶ ὁ οὐρανὸς στραφεὶς τεταρτημόριον, τὸ Α ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ὂν ἐπὶ τὸ Μ ἐνεχθήσεται. Καὶ προσαποστήσονται ἀλλήλων τὰ Θ, Α σημεῖα χρόνους ρπ̄, καὶ διὰ τοῦτο δύσεται ὁ ἥλιος τῇ κατὰ τὸ Θ οἰκήσει κατὰ τὸ Κ γεγενημένη, καὶ ποιήσει ἐν τῇ τοῦ ἑνὸς τεταρτημορίου κινήσει, ἡμέραν μίαν ὡρῶν ιβ̄. Ὁμοίως πάλιν ἕως τὸ Θ κατὰ τοῦ Κ τυγχάνον, τὴν

degré par jour. Le globe terrestre n'auroit donc qu'à tourner d'un mouvement tel qu'après la première révolution, le soleil parût se lever de nouveau. Par ce moyen les phénomènes paroîtroient s'accorder avec les différens points auxquels le soleil répond dans le zodiaque, car on ne voit pas toujours les mêmes étoiles au-dessus de la terre.

Mais si l'on suppose que le ciel et la terre se meuvent tous deux, de telle sorte qu'en un seul jour l'un et l'autre par leurs mouvemens autour de l'axe, fassent à peu près les 360 temps de l'équateur en un jour, s'ils tournent dans le même sens et avec la même vîtesse, le soleil ne paroîtra pas faire de révolution d'orient en occident; et si on les fait aller en sens contraires, on conservera bien les apparences des mouvemens vers l'occident et vers l'orient; mais il se fera deux nycthémères en une seule révolution de la terre et du ciel. Car supposons encore, abstraction faite du mouvement du soleil, la terre tournant d'occident en orient, et le ciel d'orient en occident, avec la même vîtesse, et soient les points T, A, à l'orient, et L, G, à l'occident. Quand la terre a fait le quart de sa révolution, le point T qui étoit à l'orient est arrivé en K, pendant que le ciel qui a tourné de la même quantité, aura porté le point A de l'équateur sur le point M. Ainsi les points T, A, seront éloignés l'un de l'autre, de 180 temps. C'est pourquoi le soleil se couchera pour le climat qui est en K, et il fera pendant la révolution d'un seul quart, un jour de 12 heures. De même, pendant que le point T qui est en K parcourt KL pour arriver en

L, le point A qui est en M, parcourra MG, pour arriver en G en même temps. A, T, seront donc rétablis de manière à répondre au même point du ciel, et par conséquent le soleil se retrouvant comme en A, se levera pour T, quand les points A, T, se trouveront en G, L. Ainsi dans la révolution du demi-cercle, il y aura un jour et une nuit consécutifs. Il y aura de même un nycthemère pour l'autre demi-cercle. Par conséquent une seule révolution produiroit deux nychthémères. Mais si le mouvement de l'un et celui de l'autre ne se faisoient pas avec la même vîtesse, et que cependant les deux fissent chacun par jour, la révolution complète des 360 temps, on verroit encore les mêmes choses pour les levers et les couchers. Car si nous supposons par exemple que pendant que la terre fait tourner 45 temps, le ciel en tournant 135 en sens contraire, tandis qu'un lieu terrestre vient en G, le soleil qui est en A vienne en D et se couche pour le lieu T qui est en G, parce qu'ils sont à 180 temps l'un de l'autre; et tandis que la terre tourne des 45 autres temps, le ciel tournant encore de 135 temps portera le soleil en Z où cet astre se levera pour le même lieu en K qui alors répond à Z. Par l'effet de ces deux mouvemens qui achèvent ensemble 360 temps, il se feroit dans une seule révolution de la terre, trois révolutions de la sphère et quatre nychthémères. Car nous avons montré que la terre tourne d'un quart dans un nycthémère, lequel quart est le quart d'une révolution; et la sphère tourne de 270 temps, qui sont

ΚΛ διεξελθὸν ἐπὶ τὸ Λ παραγένηται, ἐν τοσούτῳ καὶ τὸ Α ἐπὶ τὸ Μ τυγχάνον, τὴν ΜΓ διεξελθὸν ἐπὶ τὸ Γ παρέσται. Καὶ ἔσαι πάλιν τὰ Α, Θ ἀποκαταστάντα, καὶ ὁ ἥλιος δηλαδὴ πάλιν κατὰ τὸ Α τυγχάνων τοῖς ἐπὶ τοῦ Θ ἀνατελεῖ, τῶν Α, Θ κατὰ τῶν ΓΛ τυγχανόντων· καὶ ἔσαι ἐν τῇ τοῦ ἡμικυκλίου περιφορῇ, χρόνος νυκτὸς καὶ ἡμέρας γεγενημένος. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ ἑτέρου νυχθημέρου χρόνος γενήσεται. Καὶ ἔσαι ἐν τῇ μιᾷ περιφορῇ τῆς γῆς καὶ τοῦ οὐρανοῦ, δύο νυχθήμερα γεγενημένα. Ἐὰν δὲ καὶ μὴ ἰσοταχεῖς ὦσιν αἱ κινήσεις, ὅμως δὲ ἀμφότερα ἐν τῇ μιᾷ ἡμέρᾳ τῶν τξ χρόνων τὴν μίαν ἀποκατάστασιν ποιῶνται, τὰ αὐτὰ πάλιν ὀφθήσεται περὶ τῆς τὰς ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις γινόμενα. Ἐὰν γὰρ λόγου χάριν ὑποθώμεθα ἕως ἡ γῆ φέρεται χρόνους με, τὸν οὐρανὸν φέρεσθαι χρόνους ρλε, συμβήσεται ἕως ἡ Θ οἴκησις γένηται ἐπὶ τοῦ Γ, τὸν ἥλιον κατὰ τοῦ Α ὄντα, γίνεσθαι κατὰ τοῦ Δ, καὶ δύνειν τῇ κατὰ τὸ Θ οἰκήσει πρὸς τῷ Γ οὔσῃ, ἀποστάντα αὐτῆς χρόνους ρπ. Πάλιν ἕως ἡ γῆ στρέφηται ἑτέρους χρόνους με, καὶ γίνεται τὸ Θ ἐπὶ τοῦ Γ τυγχάνον κατὰ τοῦ Κ, ἐν τοσούτῳ καὶ ὁ οὐρανὸς πάλιν στραφεὶς χρόνους ρλε, ἐνέγκοι τὸν ἥλιον ἐπὶ τοῦ Ζ, καὶ ἀνατολὴ ἔσαι τῇ πρὸς τῷ Θ οἰκήσει οὔσῃ κατὰ τὸ Κ, τῶν συναμφοτέρων κινήσεων τοὺς τξ χρόνους κινηθεισῶν, καὶ συμβήσεται ἐν μιᾷ περιφορῇ τῆς γῆς, τρεῖς περιφορὰς τῆς σφαίρας γίνεσθαι, νυχθήμερα δὲ δ, ἐπεὶ καὶ ἐν τῷ ἑνὶ νυχθημέρῳ ἐδείξαμεν τὴν γῆν τεταρτημόριον στραφεῖσαν, ὅ ἐστι τέταρτον τῆς μιᾶς περιφορᾶς, τὴν δὲ σφαῖραν χρόνους σο, ὅ ἐστι πάλιν τέταρτον τῶν ἐπιβαλλόν-

των ταῖς τρισὶ περιφοραῖς χρόνων δηλονότι ᾱπ̄.

Λέληθε δὲ αὐτοὺς ὅτι τῶν μὲν περὶ τὰ ἄστρα φαινομένων, οὐδὲν ἂν ἴσως κωλύοι κατά γε τὴν ἁπλουστέραν ἐπιβολὴν τοῦτο οὕτως ἔχειν. Παρήγαγε δὲ αὐτοὺς ὅτι τὸ μὲν ἑστάναι τὰ οὐράνια καὶ τὴν γῆν κινεῖσθαι, οὐδὲν ἂν ἴσως καταβλάπτοι τὰ φαινόμενα, κατά γε τὴν ἁπλουστέραν ἐπιβολήν, τουτέστι τὴν ἄνευ τῆς κατανοήσεως τῶν κινήσεων ἡλίου καὶ σελήνης, καὶ τῶν ε̄ πλανωμένων, ἐπειδήπερ οὗτοι ποικίλας ποιοῦνται μεταβάσεις κατά τε μήκους καὶ πλάτους καὶ βάθος. Ἀπὸ δὲ τῶν περὶ ἡμᾶς αὐτοὺς συμβαινόντων καὶ τῶν ἀέρα, πάνυ ἂν εὐήθες φανείη τὸ τοιοῦτον, ἵνα γὰρ συγχωρήσωμεν αὐτοῖς τὸ παρὰ φύσιν οὕτως, τὰ μὲν λεπτομερέστατα καὶ κουφότατα, οἷον ὡς τὸ αἰθέριον σῶμα καὶ τὰ ἐν αὐτῷ ἄστρα, ἢ μηδόλως κινεῖσθαι, ἢ ἀδιαφόρως τοῖς γηίνοις καὶ βαρέσιν, ἐναντίας αὐτοῖς φύσεως τυγχάνουσιν, ἐναργῶς καταδήλου ὄντος τοῦ τὰ περὶ τὸν ἀέρα καὶ ἧττον λεπτομερῆ τάχιον κινεῖσθαι τῶν παχυμερῶν καὶ γεωδῶν. Τὰ δὲ παχυμερέστατα καὶ βαρύτατα, κίνησιν οὕτως ὀξεῖαν καὶ τεταγμένην ποιεῖσθαι, τῶν βαρέων καὶ γεωδῶν πάλιν μηδὲ πρὸς τὸ ὑπ' ἄλλων κινεῖσθαι ἐνίοτε ἐπιτηδείως ἐχόντων, εἴτε ὑπὸ τροχηλῶν, εἴτε ὑπὸ πολυσπάστων, εἴτε ὑπὸ μοχλικῶν αὐτῶν κινουμένων, ἢ ὑπὸ βίας πλήθους ἀνδρῶν, πρὸς ταχεῖαν καὶ ὁμαλὴν κίνησιν. Ἀλλ' οὖν γε δοίημεν ἂν τὴν σύμπασαν γῆν ὁμαλὴν καὶ ὀξυτάτην ποιεῖσθαι κίνησιν ἁπάντων τῶν περὶ αὐτὴν, εἴτε ζώων ἢ βαλλομένων, ἢ ἱπταμένων ἢ καὶ διαπτόντων ἀστέρων, καὶ τῶν λοιπῶν φαινομένων κινήσεων, ὡς ἂν ἐν ἑνὶ νυχθημέρῳ χρόνῳ τὴν ἀποκατάστασιν

le quart de la somme des temps, c'est-à-dire de trois révolutions.

Il est vrai que quant aux phénomènes célestes, rien n'empêcheroit que cela ne fût ainsi pour la plus grande simplicité du système. Mais on est dans l'erreur, si l'on croit que les phénomènes ne seroient pas troublés, si les corps célestes étoient en repos, et la terre en mouvement, pour faire un système plus simple sans faire mouvoir le soleil, la lune et les cinq planètes. Car ces astres sont diversement transportés en longitude, en latitude, et en profondeur dans le ciel. Or d'après tout ce qui se passe dans l'air et autour de nous, il paroîtroit absurde de leur accorder une chose aussi contraire à la nature, savoir: que les choses les plus légères et composées des parties les plus subtiles, telles que le corps de l'air et les substances qu'il contient, n'ont aucun mouvement ou n'ont qu'un mouvement semblable à celui des corps terrestres et pesans qui sont d'une nature toute contraire. Il est bien évident pourtant que les corps raréfiés ont un mouvement plus rapide que les corps plus denses et terrestres, il faudroit accorder que les choses les plus compactes et les plus pesantes ont un mouvement rapide et régulier, quoiqu'il soit bien vrai que les corps pesans et terrestres n'ont pas même une grande aptitude à recevoir le mouvement prompt et uniforme qu'on cherche à leur imprimer par des machines, des cordages ou à force de bras. Mais supposons que toute la terre soit dans un mouvement uniforme et plus rapide qu'aucun des corps qui l'entourent, soit animaux ou projectiles, soit volatiles, ou astres traversant les airs, ou faisant d'autres mouvemens apparens quelconques, ou

une révolution entière en chaque nychthémère, tous les corps qui ne seroient pas appuyés sur elle, mais qui seroient dans l'air en mouvement, soit que ce fussent des oiseaux, des nuages, ou des projectiles lancés, soit les astres qui vont vers l'occident, ou enfin les parties qu'elle laisseroit après elle, paroîtroient toujours être en retard; on ne verroit ni les nuées ni aucun des oiseaux volans ou des corps lancés, aller vers l'orient, puisque la terre les précéderoit toujours par l'excès de sa vîtesse vers l'orient et les parties orientales du ciel, effets bien contraires pourtant à tout ce que nous voyons. Si l'on suppose maintenant que le ciel et la terre se meuvent, comme je l'ai dit, en sens contraires, de sorte que la différence des mouvemens, soit de 360 temps, et que la terre soit la plus lente, il s'ensuivra ou que le mouvement de la terre précédera vers l'orient les corps qui ne sont point portés sur elle, ou qu'ils la précéderont. Si elle les précédoit, ils nous paroîtroient aller moins vîte vers l'orient que vers l'occident, parce qu'il nous sembleroit aller nous-mêmes avec la terre vers l'orient, et que ces corps nous paroîtroient, relativement à notre mouvement, aller moins vîte que nous.

Si l'on insistoit en disant que l'air est emporté avec la terre, de la même vîtesse, et vers le même côté du ciel, c'est-à-dire vers l'orient, de manière à emmener vers l'orient les corps qui ne seroient point appuyés sur la terre, il n'en seroit pas moins vrai que les corps qui se forment dans l'air, tels que les comètes, les astres errans, les nuages qui sont tous plus compactes que l'air qu'ils traversent, devroient toujours être en retard sur chacun de deux mouvemens, puisqu'ils paroîtroient avancer moins

ποιουμένην, συνέβαινεν ἂν πάντα τὰ μὴ βεβηκότα ἐπ' αὐτῆς ἀλλ' ἐν τῷ ἀέρι κινούμενα, εἴτε ὄρνεα εἴτε νέφη, εἴτε βολαὶ, εἴτε καὶ διάπτοντες ἀστέρες εἰς τὰ πρὸς δυσμὰς, καὶ ὑπολειπόμενα μέρη φαίνεσθαι ποιούμενα τὴν παραχώρησιν, καὶ οὕτως οὐκ ἄν ποτε νέφος ἐδείκνυτο παροδεύων πρὸς ἀνατολὰς, ἀλλ' οὐδέ τι τῶν βαλλομένων ἢ ἱπταμένων, φθανούσης πάντοτε τῆς γῆς διὰ τὴν τῆς ὀξύτητος ὑπερβολὴν εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς καὶ ἑπόμενα μέρη, ἅπερ παντάπασιν ἐναντιοῦται τοῖς φαινομένοις. Εἰ δὲ καὶ τὸν οὐρανὸν καὶ τὴν γῆν, ὡς ἔφαμεν, ὑποθώμεθα κινεῖσθαι ἐπὶ τὰ ἐναντία, ἵνα τῆς συναμφότερον κινήσεως τῶν τξ χρόνων ἀπόστασιν ποιουμένης, καὶ ἡ τῆς γῆς κίνησις ἐλαττοιτο, παρακολουθήσει ἤτοι προλαμβάνειν πάλιν τὴν τῆς γῆς κίνησιν εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς τὰ μὴ βεβηκότα ἐπ' αὐτῆς, ἀλλ' ἐν τῷ ἀέρι κινούμενα, ἢ καὶ προλαμβάνεσθαι ὑπ' αὐτῶν. Ὅμως εἰ καὶ προλαμβάνοιτο, ἐλάττονα ἐφαίνετο ποιούμενα τὴν πρὸς ἀνατολὰς παραχώρησιν τῆς πρὸς δυσμὰς, διὰ τὸ καὶ ἡμᾶς σὺν τῇ γῇ πρὸς ἀνατολὰς παραχωροῦντας δοκεῖν, καὶ τῆς τοσαύτης κινήσεως αὐτὰ ὑπολείπεσθαι.

Εἰ γὰρ καὶ τὸν ἀέρα φήσαιεν αὐτῇ συμπεριάγεσθαι ἰσοταχῶς καὶ ἐπὶ αὐτὰ τουτέστι πρὸς ἀνατολὰς, ἵνα ὠθῶν τὰ μὴ βεβηκότα ἐπὶ τῆς γῆς φέρῃ πρὸς ἀνατολὰς, οὐδὲν ἧττον τὰ κατ' αὐτὸν γινόμενα συγκρίματα, λέγω δὴ τῶν τε κομήτων καὶ διαττόντων καὶ νεφῶν παχυμερέστερα ὄντα τοῦ ἀέρος τέμνοντα αὐτὸν, ὑστερεῖν ἔμελλον τῆς συναμφότερον κινήσεως, ὡς πάλιν πρὸς μὲν τὰς ἀνατολὰς βράδιον αὐτὰ φαίνεσθαι παραχωροῦντα, πρὸς

δὲ τὰς δυσμὰς τάχιον. Εἰ δέ τις λέγοι καὶ αὐτὰ ὥσπερ γινωμένα τῷ ἀέρι συμπεριάγεσθαι, ἵνα μὴ διὰ τὴν ταχύτητα ὑστερίζῃ, οὐκέτι ἂν οὔτε ἀναχωροῦντα ἀπ' ἀλλήλων ἢ ἕτερον ἑτέρου προηγούμενον ἢ ὑπολειπόμενον, ἢ πρὸς ἀνατολὰς ἢ πρὸς δυσμὰς παραχωροῦντα ἐφαίνετο, μένοντα δὲ ἀεὶ ἰσοταχῶς τῇ γῇ τοῦ ἀέρος περιαγομένου. Καὶ μήτε ἐν ταῖς πτήσεσι ποιούμενα ἀπ' ἀλλήλων ἀναχώρησιν, μήτε ἐν ταῖς βολαῖς ἀφανισμόν. Ὁρῶμεν δὲ ἐναργῶς οὕτως ἀποτελουμένας ταύτας τὰς κινήσεις, ὡς μήτε βραδυτῆτα ἢ ταχυτῆτα αὐταῖς προσγίνεσθαι ἀπὸ τοῦ τὴν γῆν μὴ ἑστάναι, ἀλλὰ ὁμοίως καὶ πρὸς ἀνατολὰς καὶ πρὸς δυσμὰς καὶ πρὸς ἄρκτους καὶ πρὸς μεσημβρίαν καὶ πρὸς πάντα τὰ μέρη τοῦ οὐρανοῦ αὐτὰς ἀποτελουμένας, ὡς ἀκινήτου τῆς γῆς μενούσης.

Εἶτα ποιησάμενος τὴν ὑπόμνησιν τῶν καθόλου ὀφειλόντων ὡς ἐν ἀρχῆς λόγῳ τῆς ἀστρονομικῆς θεωρίας προλαμβάνεσθαι, λέγω δὴ τοῦ σφαιροειδῆ τε εἶναι τὸν οὐρανόν, καὶ σφαιροειδῶς φέρεσθαι, καὶ ἔτι τὴν γῆν σφαιροειδῆ τε εἶναι, καὶ τὸν μέσον ἐπέχειν τοῦ παντὸς τόπον, σημείου καὶ κέντρου λόγον ἔχουσαν πρὸς τὸ ἀπόστημα τὸ οὐράνιον, καὶ τῆς ἐπὶ τὸ μέσον αὐτῆς ἀκινησίας, φησί. Ταύτας μὲν δὴ τὰς ὑποθέσεις ἀναγκαίως προλαμβανομένας εἰς τὰς κατὰ μέρος παραδόσεις, καὶ τὰς ταύταις ἀκολουθούσας, ἐξαρκούσας εὑρίσκομεν. Καὶ μέχρι τῶν τοσούτων εἰς τὰς κατὰ μέρος ἀποδείξεις τῶν κινήσεων, ὡς ἐν ὑπογραφῇ αὐτὰς παραλαμβάνοντες, βεβαιωθησομένας γε καὶ ἐπιμαρτυρηθησομένας ἡμῖν ἔτι μᾶλλον ἐκ τῆς δι' αὐτῶν ἀποδεικνυμένης πρὸς τὰ φαινόμενα συμφωνίας.

vîte vers l'orient, et plus vîte vers l'occident. Si l'on ajoutoit encore que ces corps comme adhérens à l'air sont emportés avec lui, de sorte qu'ils participent à sa vîtesse, je répondrois qu'alors on ne les verroit plus s'éloigner l'un de l'autre, ni l'un précéder l'autre, ou s'arrêter vers l'orient ou vers l'occident. Mais ils conserveroient toujours la même vîtesse, parce que l'air enveloppe la terre de tous les côtés; les volatiles ne s'écarteroient plus les uns des autres, et les corps jettés en l'air n'y disparoîtroient plus. Toutefois, nous voyons clairement que ces corps font tous ces mouvemens, comme n'éprouvant ni retard ni accélération, par l'effet du mouvement de la terre, mais qu'ils vont également vers l'occident, vers les ourses, vers le midi, et vers toutes les parties du ciel, de même que si la terre étoit sans mouvement.

Ptolemée après avoir exposé ces hypothèses nécessaires pour l'intelligence des propositions particulières qu'il doit établir ensuite concernant la forme sphérique du ciel, et prouvé que son mouvement est comme celui d'une sphère, la figure sphérique de la terre, et sa place au milieu du monde où elle n'est qu'un point comparativement à l'espace céleste, et enfin son immobilité dans ce centre, il dit: nous pensons qu'il suffira d'avoir ainsi exposé sommairement ces hypothèses, comme un préliminaire nécessaire pour l'intelligence des détails où nous allons entrer, et des conséquences que nous en déduirons. C'en est assez pour les démonstrations particulières de ces mouvemens, que nous confirmerons et prouverons encore plus par la démonstration de leur accord avec les phénomènes, dans ce qui va suivre.

CHAPITRE VII.

IL Y A DANS LE CIEL DEUX PREMIERS MOUVEMENS OPPOSÉS.

PTOLEMÉE après avoir parcouru les premiers élémens de la science, dans les chapitres qu'il a annoncés dès le commencement de son traité, après nous avoir appris de quelles notions, de quelles observations ils se sont formés, continue dans celui-ci ces instructions préliminaires en suivant toujours la voie des raisonnemens et des expériences qui les ont produites, etil ajoute: *On jugera qu'il convient avant tout de poser en principe qu'il y a dans le ciel deux premiers mouvemens bien différens.* Le mot *premiers* est mis ici pour distinguer ces mouvemens, de ceux qui se font en latitude et en profondeur dans le ciel. L'un de ces premiers mouvemens est celui de la sphère non constellée, qui embrasse toutes les autres, et transporte tout avec elle d'orient en occident, en faisant sa révolution autour des poles de l'équateur toujours de la même manière, et avec une vîtesse toujours égale, puisque toutes les étoiles fixes sont emportées par elle dans le même temps au-dessus de la terre en décrivant autour d'elle des cercles parallèles entr'eux. Le plus grand de ces parallèles se nomme l'équinoxial (équateur), parce qu'il est le seul d'entr'eux qui soit coupé en deux parties égales par le grand cercle de l'horizon, et que le soleil, quand il le parcourt, fait sensiblement le jour égal à la nuit pour tous les climats, et cela sensiblement par son mouvement propre. L'horizon est aussi un grand cercle, puisque son plan passe par le centre de la terre,

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ'.

ΟΤΙ ΔΥΟ ΔΙΑΦΟΡΑΙ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΕΙΣΙΝ ΕΝ ΤΩ ΟΥΡΑΝΩ

Διεξελθων περὶ τῶν εἰρημένων καὶ ἐν ἀρχῇ ἀπαριθμηθέντων αὐτῷ κεφαλαίων, καὶ διδάξας ἐκ ποίων ἐννοιῶν καὶ παρατηρήσεων ὡς ἀρχὰς τὰ τοιαῦτα παρείληφεν, ἔτι καὶ περὶ τοῦ τοιούτου κεφαλαίου ἀκόλουθον ἡγεῖται προλαβεῖν τῶν κατὰ μέρος ἀποδείξεων, καὶ δεῖξαι ἐκ ποίων πάλιν ἐννοιῶν καὶ παρατηρήσεων καὶ τοῦτο αὐτῷ ὡς ἐν ἀρχῆς λόγῳ παραλαμβάνεται, καὶ φησί· « Πρὸς δὲ τούτοις ἔτι κἀκεῖνο τῶν καθόλου τὶς ἂν ἡγήσαιτο δικαίως προλαβεῖν, ὅτι δύο διαφοραὶ τῶν πρώτων κινήσεων εἰσὶν ἐν τῷ οὐρανῷ ». Πρώτων δὲ εἶπεν ἐπεὶ καὶ ἕτεραί εἰσιν αἵ τε κατὰ πλάτος καὶ βάθος, μία μὲν ἡ τῆς ἀνάστρου σφαίρας περιληπτικὴ τῶν πάντων τυγχάνουσα, καὶ φέρουσα τὰ πάντα σὺν αὐτῇ ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς, περὶ τοὺς τοῦ ἰσημερινοῦ πόλους ἀεὶ ὡσαύτως καὶ ἰσοταχῶς ποιουμένη τὴν περιαγωγὴν, ἐπεὶ καὶ ἕκαστος τῶν ἀπλανῶν κατὰ παράλληλον κύκλον ὑπὸ ταύτης φερόμενος, τὸν αὐτὸν χρόνον ποιεῖται πρὸς αἴσθησιν ὑπὲρ γῆν. Ὧν μέγιστος κύκλος ὁ ἰσημερινὸς καλεῖται, διὰ τοῦ μόνον αὐτὸν τῶν παραλλήλων κύκλων ὑπὸ μεγίστου κύκλου τοῦ ὁρίζοντος δίχα τέμνεσθαι, καὶ τὸν ἥλιον κατὰ τούτου φερόμενον ἴσην ποιεῖν πρὸς αἴσθησιν τὴν ἡμέραν τῇ νυκτὶ κατὰ πᾶσαν οἴκησιν. Τὸ δὲ πρὸς αἴσθησιν διὰ τὴν αὐτοῦ τοῦ ἡλίου ἰδίαν κίνησιν. Μέγιστος δὲ ἐστὶν ὁ ὁρίζων, ἐπεὶ διὰ τῆς γῆς τυγχάνει, τουτέστι τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Εἰπὼν οὖν περὶ τῆς τοιαύτης ἐναργοῦς πρώτης φορᾶς γινομένης περὶ τοὺς τοῦ ἰσημερινοῦ πόλους, ἑξῆς καὶ περὶ τῆς δευτέρας διαλαμβάνει, καὶ φησίν· ἡ δὲ δευτέρα καθ' ἣν αἱ τῶν ἀ=έρων σφαῖραι, λέγω δὴ ἡλίου καὶ σελήνης καὶ τῶν ε̄ πλανωμένων, καὶ ἔτι τῶν ἀπλανῶν κατὰ τὰ ἐναντία τῇ πρώτῃ φορᾷ, ὡς ἀπὸ δύσεως ἐπὶ ἀνατολὰς, ἃ καὶ καλεῖ ἑπόμενα, ποιοῦνται τινὰς διαφόρους μετακινήσεις περὶ πόλους ἑτέρους, καὶ ὅτι αὐτοὺς τῇ πρώτῃ φορᾷ, τουτέ=ι τῇ ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμάς. Περὶ ἑτέρους πόλους λέγει κινεῖσθαι ταύτην τὴν δευτέραν φορὰν, ὅτι τινὲς εἰσὶ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων, ἀπέχοντες τῶν τῆς πρώτης φορᾶς, τουτέ=ι τοῦ ἰσημερινοῦ πόλων, ὡς ἑξῆς δειχθήσεται, μοῖραις κγ̄ νά κ″, ὡς ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν γραφομένου μεγί=ου κύκλου, οἵων ὁ τοιοῦτος κύκλος τξ̄, ἥτις καὶ τῆς κλίσεως ἐ=ὶ τοῦ ζωδιακοῦ πρὸς τὸν ἰσημερινόν. Καὶ περὶ τοῦτον τὸν ζωδιακὸν κύκλον ὁ ἥλιος καὶ ἡ σελήνη καὶ οἱ ε̄ πλάνητες κινοῦνται διαφόρους κινήσεις. Καὶ ὁ μὲν ἥλιος κινεῖται πάντοτε τὸ κέντρον ἔχων ἐπ' αὐτοῦ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων νοουμένου κύκλου, ἡ δὲ σελήνη καὶ οἱ ε̄ πλάνητες ἐν ταῖς σφαίραις αὐτῶν κινοῦνται ἐπὶ κύκλων κεκλιμένων πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων. Καὶ ὁ μὲν τῆς σελήνης κύκλος κλίσιν ἔχει πρὸς αὐτὸν μοιρῶν ε̄ ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν γραφομένου μεγί=ου κύκλου· ὅσην καὶ ποιεῖται μεγί=ην παραχώρησιν ἀπὸ τοῦ διὰ μέσων ἐπὶ τὰ βόρεια αὐτοῦ καὶ τὰ νότια. Ὁ δὲ τοῦ Ἑρμοῦ ὁμοίως μοιρῶν δ̄ λβ′, ὁ δὲ τῆς Ἀφροδίτης θ̄, ὁ δὲ τοῦ Ἄρεως ζ̄ ς′, ὁ δὲ τοῦ Ζηνὸς

Ptolemée passe de ce premier mouvement général qui se fait autour des pôles de l'équateur, au second dont il dit : *Le second mouvement par lequel les sphères des astres, je veux dire celles du soleil, de la lune et des cinq planètes, ainsi que des étoiles, tournent en sens contraire du premier, savoir d'occident en orient,* ce qu'il exprime en disant *vers les points conséquens, qui le rendent différent du premier, en ce qu'il s'exécute autour d'autres pôles que ceux de ce premier mouvement qui est d'orient en occident.* Ce qu'il dit de ce second mouvement autour d'autres pôles, est fondé sur ce que le cercle mitoyen du zodiaque a des pôles qui sont éloignés de ceux de premier mouvement, c'est-à-dire des pôles de l'équateur, d'une quantité qui sera démontrée dans la suite être de 23ᵈ 51′ 20″ des 360 du grand cercle qui passe par ces mêmes pôles, distance qui est égale à l'inclinaison du zodiaque sur l'équateur. Or le soleil, la lune et les cinq planètes circulent autour du zodiaque, de sorte que chacun de ces astres a son mouvement qui ne ressemble à aucun de ceux des autres. En effet, le mouvement du soleil se fait autour du centre toujours dans le même plan du cercle que l'on conçoit ceindre le zodiaque par le milieu de sa largeur; et la lune, ainsi que les cinq planètes, se meuvent dans leurs sphères en décrivant des cercles inclinés au cercle mitoyen du zodiaque. L'orbite de la lune a une inclinaison sur lui, de cinq degrés comptés sur le grand cercle qui passe par ces mêmes pôles. Tel est le nombre de degrés dont elle s'écarte le plus du cercle mitoyen du zodiaque, vers le côté boréal, et ensuite vers le côté austral du ciel.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

Pareillement, l'orbite de Mercure est inclinée de $4^d\ 32'$; celle de Vénus, de 9^d; celle de Mars, de $7^d\ 6'$; celle de Jupiter; de $2^d\ 8'$; celle de Saturne, de $3^d\ 4'$. Il suppose que tout cela est réel, parce que chaque jour, la simple observation montre dans le ciel tous les astres, sans exception, se levant, parvenant au méridien, et se couchant, en décrivant des cercles conformes par leur figure, à l'équateur, et conservant toujours leurs lieux respectifs par rapport à lui. Il dit lieux et non cercles, parce qu'on voit bien les lieux où sont les astres, mais on ne voit pas de cercles; et c'est une conséquence du parallélisme de leur transport, que les astres gardent sensiblement les mêmes lieux de leurs levers, de leurs culminations et de leurs couchers. Mais en observant ensuite avec plus d'attention et d'assiduité, on reconnut que les autres astres, savoir les étoiles qui paroissent fixes aux observateurs, conservent bien leurs distances relatives, les mêmes configurations réciproques, et en gros tout ce qui leur est particulier quant à leurs lieux rapportés au premier mouvement qui les transporte d'orient en occident, suivant des cercles parallèles. Il dit *en gros tout ce qui leur appartient*, parce qu'on s'est apperçu que les étoiles ont un mouvement commun d'un degré en cent ans, en décrivant des cercles obliques à l'équateur; mais que, à parler plus exactement, elles décrivent par conséquent des spirales, puisque véritablement elles ne se lèvent, ni ne culminent, ni ne se couchent aux mêmes points où elles se sont levées, où elles ont culminé, où elles se sont couchées auparavant. Mais à cause de la quantité insensible ajoutée d'un jour au suivant, à la lon-

ϛ΄ η΄, ὁ δὲ τοῦ Κρόνου γ̄ δ΄΄. Καὶ ταῦτα δὲ οὕτως ἔχειν ὑποτίθηται, διὰ τὸ ἐκ τῆς καθ' ἑκάστην ἡμέραν ἁπλουστέρας παρατηρήσεως, πάντα ἁπαξαπλῶς τὰ ἐν τῷ οὐρανῷ ἄστρα ὁρᾶσθαι κατὰ τῶν ὁμοειδῶν καὶ παραλλήλων τῷ ἰσημερινῷ τόπων ποιούμενα τάς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς μεσουρανήσεις καὶ τὰς δύσεις. Τόπων δὲ εἶπε καὶ οὐχὶ κύκλων, διὰ τὸ τῇ αἰσθήσει τοὺς τόπους καταλαμβάνεσθαι καὶ μὴ τοὺς κύκλους, καὶ ἴδιον εἶναι τῆς κατὰ παραλλήλων φορᾶς τοὺς αὐτοὺς τῶν ἀνατολῶν καὶ μεσουρανήσεων καὶ δύσεων τόπους, τοὺς ἀστέρας φυλάττειν πρὸς αἴσθησιν. Ἐκ δὲ τῆς ἐφεξῆς συνεχεστέρας παρατηρήσεως κατελαμβάνετο ὅτι τὰ μὲν ἄλλα πάντα τῶν ἄστρων, τουτέστι τὰ ἀπλανῆ διατηροῦντα φαίνεται, καὶ τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα δηλαδὴ, καὶ τοὺς σχηματισμοὺς οὓς ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους, καὶ τὰ πρὸς τοὺς οἰκείους τῇ πρώτῃ φορᾷ τῇ ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς κατὰ παραλλήλων κύκλων φερούσῃ τόπους· ἐπὶ πλεῖστον ἰδιώματα. Ἐπὶ πλεῖστον δὲ ἰδιώματα, διὰ τὸ καὶ αὐτοὺς παραλαμβάνεσθαι κατὰ ρ̄ ἔτη κινουμένους μοῖραν ᾱ, καὶ λοξουμένους πρὸς τὸν ἰσημερινόν. Καὶ κατὰ μὲν τὸν ἀκριβέστερον λόγον διὰ τοῦτο ἕλικας γράφοντας, καὶ μὴ κατὰ τῶν αὐτῶν τόπων ὧν καὶ πρότερον ἀνατέλλοντάς τε καὶ μεσουρανοῦντας καὶ δύνοντας. Διὰ δὲ τὸ ἀνεπαίσθητον τοῦ κατὰ μίαν ἑκάστην ἡμέραν ἐπιβάλλοντος τῷ μήκει, ἐπὶ πλεῖστον φαίνονται τὰ ἰδιώματα τοῦ κατὰ παρ-

αλλήλων κύκλων φέρεσθαι φυλάττοντες, τουτέστι τὸ κατὰ τῶν αὐτῶν τόπων ἀνατέλλειν τε καὶ μεσουρανεῖν καὶ δύνειν.

gitude, elles paroissent en gros parcourir chacune respectivement des cercles parallèles toujours les mêmes, c'est-à-dire, garder constamment les mêmes lieux de leurs levers, de leurs culminations, et de leurs couchers.

Τὸν δὲ ἥλιον καὶ τὴν σελήνην καὶ τοὺς πλανωμένους ἀστέρας μεταβάσεις τινὰς ποιεῖσθαι, ποικίλας μὲν καὶ ἀνίσους ἀλλήλας, πάσας δὲ ὡς πρὸς τὴν καθόλου κίνησιν, καὶ τὰ ἑξῆς. Ὁ γὰρ ἥλιος καὶ ἡ σελήνη καὶ οἱ πλάνητες κινοῦνται ἐν ταῖς ἰδίαις σφαίραις κατὰ μῆκος ἀπὸ δυσμῶν ἐπ' ἀνατολὰς παραχωροῦντες, σιωπωμένων τὰ νῦν τῶν κατὰ βάθος καὶ πλάτος, καὶ ἔτι τῶν στηριγμῶν καὶ προποδισμῶν τῶν ε̄ πλανωμένων, διὰ τὸ καὶ περὶ τῶν δύο πρώτων κινήσεων προκεῖσθαι αὐτῷ ποιεῖσθαι τὸν λόγον. Ὑπολειπόμενοι τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων καὶ μὴ συντηροῦντες τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, ἀλλ' ἄλλοτ' ἄλλοις συνοδεύοντες. Καὶ ὁ μὲν ἥλιος κινεῖται ἑκάστης ἡμέρας κατὰ μῆκος μοῖραν ᾱ ἔγγιστα, ἡ δὲ σελήνη ιγ̄, ὁ δὲ Κρόνος ο̄ ϛ΄, ὁ δὲ Ζεὺς ο̄ ε΄, ὁ δὲ Ἄρης ο̄ λα΄, ἡ δὲ Ἀφροδίτη καὶ ὁ Ἑρμῆς μοῖραν ᾱ ἔγγιστα. Κινοῦνται δὲ κατὰ πλάτος καὶ βάθος, ὡς ἐν τοῖς ἑξῆς δειχθήσεται, εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς, ὡς ἔφαμεν, τῶν ἀπλανῶν ὑπολειπόμενοι, τῶν καὶ συντηρούντων τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα. Τὸ δὲ ὡς ὑπὸ μιᾶς σφαίρας περιειλημμένων τῶν ἄστρων, πάλιν τῶν ἀπλανῶν λέγει, ἐπειδήπερ, ὡς ἐδείκνυμεν ἐν τοῖς ἔμπροσθεν, ἐκ τῆς ἀντιπεριαγωγῆς τῶν δύο ὑπεναντίων κινήσεων, πάντες μὲν οἱ ἀστέρες ἕλικας γράφουσιν, οὗτοι δὲ διὰ τὴν βραχύτητα τῆς πρὸς ἀνατολὰς μεταβάσεως, ἐπὶ πλεῖον κατὰ παραλλήλων κύκλων ὑπὸ

Quant aux mouvemens divers, variés et inégaux du soleil, de la lune, et des planètes, tous en sens contraire au mouvement général de l'univers, et le reste... Le soleil, la lune et les planètes se meuvent dans leurs sphères propres, en avançant en longitude, d'occident en orient; il ne parle pas ici de leurs mouvemens en latitude et dans la profondeur du ciel, ni des stations et des anticipations des planètes, parce qu'il se propose de ne parler d'abord que des deux premiers mouvemens. Les astres laissés en arrière par les fixes, et qui ne conservent pas toujours entr'eux les mêmes distances, mais se rencontrent quelquefois les uns ou les autres, sont le soleil qui avance chaque jour en longitude, d'environ un degré; la lune, de 13; Saturne, de 0^d 2′; Jupiter, de 0^d 5′; Mars, de 0^d 31′; Vénus et Mercure de 1^d à peu près. Ces astres se meuvent aussi en latitude et en profondeur dans le ciel, comme il sera démontré dans la suite, en même temps qu'ils sont, je le répète, laissés en arrière vers l'orient par les étoiles fixes qui gardent toujours leurs mêmes distances entr'elles. Les astres qui sont contenus dans une seule sphère, sont, selon lui, les étoiles fixes, attendu que, d'après ce qui a été dit, la révolution circulaire de ces deux mouvemens opposés, fait décrire des spirales par tous les astres, mais par suite de la lenteur du mouvement vers l'orient, les planètes semblent à la première vue décrire sensiblement des cercles parallèles

par l'effet du premier mouvement, effet que produit l'unique mouvement de la sphère qui tourne autour des pôles de l'équateur. Or si l'on voyoit les astres errans ou planètes faire leurs mouvemens vers l'orient dans des cercles parallèles, cela donneroit lieu à une conjecture qui feroit croire que leurs sphères font aussi leurs révolutions autour des pôles de l'équateur, et il y auroit de la vraisemblance à admettre pour tous le seul mouvement d'orient en occident. Car leur diverses progressions vers l'orient en s'éloignant des étoiles avec des retards différens dans une direction qui n'est pas opposée à celle du premier mouvement, nous donnent lieu de supçonner que le soleil fait chaque jour vers les parties antécédentes du ciel, c'est-à-dire d'orient en occident, environ 359 degrés, tandis que la sphère de l'univers en fait 360 dans le même sens. De sorte que par là le soleil retournant pendant le même temps d'orient en orient, est en retard d'un degré sur les étoiles fixes; et que la lune pareillement n'avance vers l'occident que de 347 degrés, tandis que la sphère de l'univers parcourt les 360 degrés, et qu'ainsi la lune est en retard de 13 degrés chaque jour sur les étoiles fixes. Il en est de même pour les cinq planètes, et cette manière d'expliquer leur mouvement paroîtroit assez répondre aux phénomènes.

Supposons par exemple le soleil et la lune au commencement du bélier, en mouvement depuis l'orient sur l'orbite solaire mitoyenne du zodiaque, dans laquelle ces astres parcourent les nombres de degrés que nous venons de marquer, et encore le mouvement de l'univers s'exécutant par lui-

τῆς πρώτης φορᾶς γραφομένων πρὸς αἴσθησιν φαίνονται φερόμενοι, ὅπερ μόνη ποιεῖται ἡ τῆς μιᾶς καὶ περὶ τοὺς τοῦ ἰσημερινοῦ πόλους φερομένης σφαίρας. Εἰ μὲν οὖν καὶ ἡ τοιαύτη μετάβασις τῶν πλανωμένων ἐπὶ τὰς πρὸς ἀνατολὰς μεταβάσεις κατὰ παραλλήλων κύκλων τοῦ ἰσημερινοῦ κατελαμβάνετο γινομένη, ὑπόνοιαν ἂν παρέσχον νομίζεσθαι καὶ τὴν τῶν σφαιρῶν αὐτῶν μετάβασιν περὶ τοὺς πόλους τοῦ ἰσημερινοῦ ἀποτελεῖσθαι. Καὶ πιθανὸν ἦν μίαν ἡγεῖσθαι πάντων φορὰν τὴν ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμάς. Ἔχει γάρ τινα λόγον τὸ τὰς γινομένας αὐτῶν ἀπὸ τῶν ἀπλανῶν πρὸς τὰς ἀνατολὰς ποικίλας παραχωρήσεις, καθ' ὑστερήσεις διαφόρους ἐγγίνεσθαι, καὶ μὴ κατὰ τὴν ἐναντίαν τῇ πρώτῃ φορᾷ κίνησιν, ὡς ὑπολαμβάνειν ἡμᾶς τὸν μὲν ἥλιον ἑκάστης ἡμέρας εἰς τὰ προηγούμενα κινεῖσθαι, τουτέστιν ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς μοῖρας τνθ΄ ἔγγιστα, τὴν δὲ τοῦ παντὸς φορὰν, μοῖρας τξ΄. Ἵνα ἐν τοσούτῳ ἀπὸ ἀνατολῆς ἐπὶ ἀνατολὴν παραγινόμενος ὁ ἥλιος διὰ τοῦτο ὑστερίζῃ τῶν ἀπλανῶν μοῖραν ᾱ, καὶ τὴν σελήνην ὁμοίως κινεῖσθαι μοῖρας τμζ΄, τὴν δὲ τοῦ παντὸς μοῖρας τξ΄, καὶ ὑστερίζειν ἐντεῦθεν τὴν σελήνην τῶν ἀπλανῶν μοίρας ιγ΄. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ε̄ πλανωμένων, καὶ οὕτως ἂν ἐδόκει ἡ κίνησις αὐτῶν σύμφωνος γίνεσθαι τοῖς φαινομένοις.

Ἔσωσαν γὰρ λόγου ἕνεκεν ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ κριοῦ κινούμενοι, ὅ, τε ἥλιος καὶ ἡ σελήνη τὰς εἰρημένας μοῖρας ἐπὶ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων ἡλιακοῦ κύκλου, καὶ ἔτι καθ' ἑαυτὴν ἡ τοῦ παντὸς φορά. Ὁ οὖν ἥλιος κινηθεὶς τὰς τνθ΄ μοῖρας εὑρεθήσεται, εἰς τὴν ἑξῆς ἡμέραν ἀνατέλλων

κατὰ τῆς πρώτης μοίρας τοῦ κριοῦ, καὶ ἑξῆς κατὰ τῆς δευτέρας, καὶ ὁμοίως κατὰ τῆς τρίτης ἀκολούθως τοῖς φαινομένοις. Ὡσαύτως δὲ καὶ οἱ πλάνητες εἰ περὶ τοὺς πόλους τῆς πρώτης φορᾶς, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὴν μετάβασιν ἐποιοῦντο καθυστερήσεις διαφόρους εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς μέρη ποιοῦντες, εἰκὸς ἦν κατὰ παραλλήλων αὐτοὺς φερομένους τῷ ἰσημερινῷ, ἢ καὶ τοῖς ἀπλανέσι τὰς ὑστερήσεις ποιεῖσθαι, ἐπεὶ καὶ περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους ἐφέροντο. Νῦν δὲ ἅμα ταῖς πρὸς ἀνατολὰς μεταβάσεσι παραχωροῦντες φαίνονται τοῦ κατὰ παραλλήλων κύκλων φέρεσθαι πρὸς ἄρκτους καὶ μεσημβρίαν αἰσθητῇ τινι παραχωρήσει, καὶ ταύτῃ μήτε ὁμαλῇ μήτε τεταγμένῃ· ὥστε δόξαι τισὶ δι' ἐξωθήσεων τινῶν τοῦτο τὸ σύμπτωμα γίνεσθαι περὶ αὐτούς. Διὸ φησὶν ἀλλ' ἀνωμάλου μὲν ὡς πρὸς τὴν τοιαύτην ὑπόνοιαν τεταγμένης δέ· ἡ γὰρ ἐξώθησις ὑπὸ βίας τινὸς ἀλόγου γινομένη ἄτακτον ἐποίει καὶ τὴν τοιαύτην παραχώρησιν. Τεταγμένη δέ φησιν ὡς ὑπὸ λοξοῦ κύκλου πρὸς τὸν ἰσημερινὸν ἀποτελουμένης· ἐπεὶ καὶ ἴδιον τῶν τοῦ λοξοῦ κύκλου τμημάτων, μὴ ἀναλόγους ποιεῖσθαι τὰς ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἀποστάσεις, ἀλλὰ μείζονας τὰς πλησιέστερον τῆς κοινῆς αὐτῶν τομῆς, ἐλάσσονας δὲ τὰς ἀπώτερον, ἀνωμάλῳ τινὶ διαφορᾷ, ὡς ἑξῆς ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ δείξομεν περὶ τῆς λοξώσεως τοῦ ἡλίου διαλαμβάνοντες. Διὸ καὶ πάντοτε πρὸς τοῖς ἰσημερινοῖς μείζονα τὴν κατὰ μέρος τοῦ ἡλίου παραχώρησιν εὑρίσκομεν γινομένην ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ, ἐάν τε πρὸς ἄρκτους ἐάν τε πρὸς μεσημβρίαν αὐτοῦ παραχωρῇ· ἐλάσσονα δὲ τὴν πρὸς τοῖς τροπικοῖς. Ἕκαστον μέν τοι τμῆμα τοῦ λοξοῦ καὶ διὰ μέσων τῶν ζω-

même: le soleil faisant donc 359 degrés, se trouvera, le jour suivant, se lever dans le premier degré du bélier, ensuite dans le second, puis dans le troisième, conformément aux phénomènes; de même si les planètes faisoient leurs mouvemens autour des pôles du premier, et vers les mêmes parties du ciel, avec des retards différens relativement aux parties orientales, elles parcourroient des cercles parallèles à l'équateur, ou elles seroient en retard relativement aux fixes, attendu qu'elles seroient transportées par leur mouvement autour des mêmes pôles. Or elles paroissent vers l'orient, s'ecarter du mouvement dans des cercles parallèles, par un écart sensible vers les ourses et vers le midi, lequel n'est ni uniforme ni régulier, chose que quelques-uns attribuent à des impulsions particulières. Aussi Ptolemée dit-il que cet effet est très-régulier, quelqu'irrégulier qu'on le croie. Car une impulsion qui viendroit de quelque force qui ne suivroit aucune règle, produiroit un écart désordonné. Mais Ptolemée dit que cet écart est réglé en ce qu'il est causé par le cercle oblique relativement à l'équateur. Car les points du cercle oblique ont cette propriété, que les distances de chacun à l'équateur ne sont pasproportionnelles, mais que celles des points les plus proches de l'intersection de ces deux cercles sont plus grandes, et celles des plus éloignés plus petites d'une différence qui ne suit pas une proportion constante, comme nous le montrerons ci-après dans ce livre, quand nous parlerons de l'obliquité de l'orbite solaire. C'est pour cela que, près des points équinoxiaux, nous trouverons toujours les distances journalières du soleil à l'équateur, soit vers les ourses, soit vers le midi, plus grandes; et vers les points solsti-

tiaux, plus petites. Car chaque point du cercle oblique mitoyen du zodiaque est éloigné du soleil d'une distance qui lui est propre, vu qu'ils gardent tous leur inclinaison qui demeure toujours la même. L'on voit par-là que ce cercle est unique, et le même pour toutes les planètes. C'est pourquoi chacune des sphères du soleil, de la lune et des cinq planètes est censée avoir son centre dans le plan de ce cercle, et le même que le sien; et nous jugeons ce cercle exactement formé et comme décrit par le mouvement du soleil; exactement formé, parce que le centre du soleil marche dans le plan du zodiaque; et comme décrit, parce que nous concevons le zodiaque dans la sphère des fixes, et la sphère du soleil plus voisine qu'elles de la terre. Or le soleil en mouvement sur la sphère décrit un cercle dans le même plan, comme nous l'avons dit, que le cercle mitoyen du zodiaque, en nous paroissant comme s'il étoit dans la sphère même des fixes, et comme s'il décrivoit le cercle oblique même qui ceint le zodiaque par le milieu de la largeur de celui-ci, mais autour duquel la lune et les cinq planètes circulent. Car elles tournent toujours autour de lui, tantôt plus boréales, tantôt plus australes, et elles s'en éloignent vers le nord et vers le midi sans s'écarter le moins du monde, de leurs distances données ci-dessus en latitude. De même que parce qu'on ne voit jamais le soleil aller au-delà des tropiques, termes extrêmes où il parvient dans ses digressions en latitude depuis l'équateur, on juge que son orbite est un grand cercle, ses digressions boréales en latitude, étant égales aux australes. Or je dis que si un astre qui parcourt un cercle, y devient alternativement plus boréal

δίων κύκλου τὴν οἰκείαν ἔχει ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ παραχώρησιν, ἐπεὶ καὶ τὴν κλίσιν πάντοτε τὴν αὐτὴν μένουσαν φυλάττουσιν. Ὅθεν καὶ ὁ τοιοῦτος κύκλος εἷς τε καὶ ὁ αὐτὸς καὶ τῶν πλανωμένων ἴδιος καταλαμβάνεται. Διὸ καὶ ἑκάστη τῶν ζ̄ σφαιρῶν ἡλίου καὶ σελήνης καὶ τῶν ε̄ πλανωμένων ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτοῦ ὁμόκεντρον αὐτῷ παραλαμβάνομεν, ἀκριβούμενον μὲν καὶ ὥσπερ γραφόμενον ὑπὸ τῆς τοῦ ἡλίου κινήσεως. Τὸ μὲν οὖν ἀκριβούμενον διὰ τὸ τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου κατὰ τοῦ ἐπιπέδου φέρεσθαι τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων, τὸ δὲ ὥσπερ γραφόμενον, ἐπεὶ ὁ μὲν ζωδιακὸς ἐν τῇ τῶν ἀπλανῶν σφαίρᾳ νοεῖται, ἡ δὲ τοῦ ἡλίου σφαῖρα, περιγειοτέρα. Καὶ κινούμενος ὁ ἥλιος ἐπὶ ταύτης, γράφει κύκλον ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ὡς ἔφαμεν, τῷ διὰ μέσων, φαινόμενος ἡμῖν ὥσπερ ἐν αὐτῇ τῇ τῶν ἀπλανῶν σφαίρᾳ τυγχάνων, καὶ αὐτὸν τὸν λοξὸν καὶ διὰ μέσων τῶν ζωδίων γράφων, περιοδευόμενος δὲ καὶ ὑπὸ τῆς σελήνης καὶ τῶν ε̄ πλανωμένων. Πάντοτε γὰρ περὶ αὐτὸν ἀναστρέφονται, βορειότεροι καὶ νοτιώτεροι καὶ κατ' αὐτὸν γινόμενοι. Ἀφίστανται δὲ αὐτοῦ πρὸς βορρᾶν καὶ νότον, καὶ οὐδὲ τὸ τυχὸν παρεκπίπτουσι τῆς ἔμπροσθεν εἰρημένης ἑκάστου μεγίστης κατὰ πλάτος παραχωρήσεως, ὥσπερ καὶ ὁ ἥλιος οὐδέποτε παρεκπίπτων καταλαμβάνεται τῶν τροπικῶν. Αὕτη γὰρ καὶ τούτου ἐστὶν ἡ μεγίστη κατὰ πλάτος ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ παραχώρησις. Ἔτι δὲ καὶ μέγιστος ὁ αὐτὸς κύκλος θεωρεῖται, διὰ τὸ τῷ ἴσῳ βορειότερος καὶ νοτιώτερος τοῦ ἰσημερινοῦ γίνεσθαι τὸν ἥλιον. Λέγω οὖν ὅτι ἐὰν ἀστὴρ κατὰ κύκλου τινὸς φερόμενος τῷ ἴσῳ βορειότερος καὶ νοτιώτερος μεγίστου τινὸς

κύκλου γίνεται, καὶ αὐτὸς καθ' οὗ φέρεται ὁ ἀστὴρ, μέγιστος ἐστίν.

Ἔστω γὰρ ὁ ἰσημερινὸς καὶ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, ὁ δὲ λοξὸς καὶ διὰ μέσων τῶν ζωδίων καθ' οὗ ὁ ἥλιος φέρεται, ὁ ΑΕΓΖ, τῷ ἴσῳ βορειότερος καὶ νοτιώτερος τυγχάνων τοῦ ΑΒΓΔ ἰσημερινοῦ ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν. Καὶ ἔστω ὁ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν, ὁ ΒΕΔΖ. Ἔστω δὲ βόρεια μὲν τὰ πρὸς τῷ Ζ, νότια δὲ τὰ πρὸς τῷ Ε. Καὶ βορειότατος γινόμενος ὁ ἥλιος ἢ καὶ ὁ ἀστὴρ ἔστω κατὰ τὸ Ζ, νοτιώτατος δὲ κατὰ τὸ Ε, ἴση δὲ ἔστω ἡ ΖΔ τῇ ΕΒ, λέγω ὅτι μέγιστος ἐστὶν ὁ ΑΕΓΖ ζωδιακός. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΔΖ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΔ, ὅλη ἄρα ἡ ΒΕΔ ὅλῃ τῇ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση. Ἡμικύκλιον δὲ μεγίστου κύκλου ἡ ΒΕΔ, ἡμικύκλιον ἄρα τοῦ αὐτοῦ κύκλου καὶ ἡ ΕΔΖ. Καί ἐπεὶ ὁ ΑΕΓΖ ζωδιακὸς κύκλος τὸν ΒΕΔΖ κύκλον μέγιστον ὄντα δίχα τέμνει, καὶ αὐτὸς μέγιστος ἐστί. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τῷ τρίτῳ τῶν Θεοδοσίου σφαιρικῶν· καὶ περὶ τοῦτον πάντοτε, ὡς ἔφαμεν, αἱ τῶν πλανωμένων εἰς τὰ ἑπόμενα μεταβάσεις ἀποτελοῦνται.

Δευτέραν ταύτην διαφορὰν τῆς καθόλου κινήσεως ἀναγκαῖον ἦν ὑποστήσασθαι. Ὑπομνήσας ἐκ ποίων ἐννοιῶν καὶ παρατηρήσεων καταλαμβάνονται οἱ ἀστέρες οὐχὶ περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους τοῦ ἰσημερινοῦ, περὶ οὓς καὶ ἡ πρώτη φορὰ ἀποτελεῖται ἡ ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς, τὴν εἰρημένην εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς καὶ ἑπόμενα μετάθεσιν ποιούμενοι, διὰ τὸ ὑπολειπομένους αὐτοὺς ὁρᾶσθαι καὶ βορειοτέρους καὶ νοτιωτέρους τοῦ ἰσημερινοῦ γινομένους, φησὶ δευτέραν ταύτην διαφορὰν τῆς καθόλου πρώτης κινήσεως ἀναγκαῖον

que l'équateur d'une quantité égale à celle dont il devient plus austral que ce cercle, ce cercle qu'il parcourt est un grand cercle.

(F. 45). Car soit le grand cercle ABGD l'équateur, et AEGZ le cercle oblique, parcouru par le soleil, et plus boréal que l'équateur d'une quantité égale à celle dont il est plus austral, prise l'une et l'autre sur le cercle qui passe par leurs pôles. Soit BEDZ, ce cercle qui passe par leurs pôles. Soient vers Z, les parties boréales du ciel, et les parties australes vers E. Le soleil ou tout autre astre en Z plus boréal, et en E plus austral que l'équateur, et ZD égal à EB. Je dis que le zodiaque AEGZ est un grand cercle. En effet, puisque BE est égal à ZD, et que ED est commun, l'arc entier BED est égal à l'arc entier EDZ; mais BED est une moitié de grand cercle, donc EDZ est aussi une moitié du même grand cercle. Et puisque le cercle zodiaque AEGZ coupe en deux parties égales le grand cercle, il est lui-même un grand cercle. Car cela a été démontré dans le troisième livre des sphériques de Théodose; et les révolutions des planètes se font, comme nous l'avons dit, vers les points conséquens autour de ce cercle.

Il étoit nécessaire de supposer ce second mouvement qui diffère du mouvement général de l'univers, dit Ptolemée, après avoir rappellé le raisonnemens et les observations qui ont conduit à croire que ces astres ne font pas leurs révolutions autour des pôles de l'équateur, qui sont ceux autour desquels se fait le premier mouvement d'orient en occident, puisque c'est par une conséquence de ce qu'ils vont vers l'orient et les points conséquens, qu'ils sont apperçus tantôt plus boréaux, tantôt plus australx, dans les lieux laissés en arrière par le premier mouvement, vers les points

suivans. Ptolemée dit qu'il est nécessaire de distinguer ce second mouvement, du premier qui est celui du monde, parce qu'il se fait autour des pôles du cercle qui ceint le zodiaque par le milieu de la largeur de celui-ci, et qui est oblique à l'équateur, car on voit les planètes circuler autour de ce cercle oblique. Mais si quelqu'un disoit que ce second mouvement se faisant autour de ces pôles, le transport de ces planètes se fait dans le même sens que le premier mouvement, et que c'est parce que ces astres sont en retard sur ce premier mouvement, qu'ils paroissent s'avancer vers l'orient, il faudroit donc que le soleil parcourant, comme nous l'avons dit, 359 degrés par jour sur le cercle oblique, parût pour cette raison tantôt plus boréal, tantôt plus austral que l'équateur; comme paroissent aussi la lune et les cinq planètes en circulant autour de ce même cercle; et que, par exemple, le soleil se levât dans les parties boréales du ciel, et se couchât dans les australes; chose pourtant qui ne se voit point.

Mais si nous concevons le grand cercle qui passe par les pôles de ces deux cercles, et le reste. Si nous concevons les deux grands cercles de l'équateur et de l'oblique qui s'entrecoupent diamétralement chacun en deux parties égales, et un grand cercle passant par leurs pôles, il est évident qu'il les coupe en deux parties égales et perpendiculairement, il y aura quatre points qui seront à la distance d'un quart de cercle les uns des autres, deux dans l'équateur, et les deux autres sur le cercle qui passe par les pôles des deux premiers, parce que celui qui passe par ces pôles, coupe les demi-cercles du mitoyen et de l'équateur, chacun en deux arcs égaux. Appellons équinoxiaux les deux points qui sont dans l'intersection de l'équateur et du cercle mi-

εἶναι ὑποϛήσασθαι, τὴν περὶ πόλους τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων καὶ λοξοῦ πρὸς τὸν ἰσημερινὸν ἀποτελουμένην, ἐπεὶ περὶ τὸν τοιοῦτον κύκλον τὰς κινήσεις ποιούμενοι καταλαμβάνονται. Εἰ δέ τις φαίη καὶ περὶ τούτους τοὺς πόλους τῆς δευτέρας φορᾶς ἀποτελουμένης, ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ πρώτῃ φορᾷ γίνεσθαι τὴν μετάβασιν, καὶ καθ' ὑπόλειψιν φαίνεσθαι τὰς πρὸς ἀνατολὰς τῶν ἀϛέρων παραχωρήσεις, συμβήσεται τοῦ μὲν ἡλίου, ὡς ἔφαμεν, φερομένου τὰς τνθ̄ μοῖρας ἐπὶ τοῦ λοξοῦ κύκλου καθ' ἑκάϛην ἡμέραν, καὶ βορειότερον καὶ νοτιώτερον κατ' αὐτοῦ τοῦ ἰσημερινοῦ φαίνεσθαι τὸν ἥλιον. Ὡσαύτως δὲ καὶ τὴν σελήνην, καὶ τοὺς ε̄ πλανωμένους, καὶ βορειοτέρους καὶ νοτιωτέρους, καὶ κατ' αὐτὸν τὸν διὰ μέσων. Καὶ ἔτι, λόγου ἕνεκεν, τὸν ἥλιον ἐπὶ τὰ βόρεια ἀνατέλλοντα, ἐπὶ τὰ νότια δύνειν, ὅπερ οὐχ' ὁρᾶται συμβαίνον.

Ἐὰν δὴ νοήσωμεν τὸν διὰ τῶν πόλων ἀμφοτέρων προειρημένων κύκλων γραφόμενον μέγιϛον κύκλον, καὶ τὰ ἑξῆς. Ἐὰν οὖν νοήσωμεν τὸν ἰσημερινὸν, καὶ τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων μεγίϛους ὄντας, τέμνοντας ἀλλήλους δίχα, καὶ κατὰ διάμετρον, καὶ ἔτι διὰ τῶν πόλων αὐτῶν γραφόμενον μέγιϛον κύκλον, δῆλον ὡς δίχα αὐτοὺς τεμεῖ, καὶ πρὸς ὀρθὰς, καὶ γενήσονται πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων τομῶν σημεῖα δ̄· β̄ μὲν τὰ ὑπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ, καὶ ἕτερα β̄ τὰ ὑπὸ τοῦ δι' ἀμφοτέρων τῶν πόλων, τεταρτημοριαῖας διαϛάσεις ἀλλήλων ἀπέχοντα, διὰ τὸ τὸν διὰ τῶν πόλων δίχα τέμνειν τὰ ἀπολαμβανόμενα ἡμικύκλια τοῦ τε διὰ μέσων καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ. Καὶ τὰ μὲν β̄ τὰ

ὑπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τὸν διὰ μέσων γινόμενα, καλείσθω ἰσημερινὰ, ὧν τὸ μὲν ἀπὸ μεσημβρίας πρὸς ἄρκτους, οἱονεὶ ἀπὸ νοτίων ἐπὶ βόρεια εἰς τὰ ἑπόμενα, τουτέστι πρὸς ἀνατολὰς ἔχον τὴν πάροδον, ἐαρινὸν καλείσθω· τοῦτο δέ ἐστι τὸ κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ κριοῦ λαμβανόμενον. Τὸ δὲ ἐναντίον, τουτέστι κατὰ διάμετρον, ἤτοι ἀπ' ἄρκτων ἐπὶ μεσημβρίαν ἔχον τὴν τοῦ ἡλίου πάροδον, μετοπωρινόν. Ἔστι δὲ καὶ τοῦτο κατὰ τῆς ἀρχῆς τῶν ἰχθύων· τὰ δὲ λοιπὰ β' τὰ γινόμενα ὑπὸ τοῦ δι' ἀμφοτέρων τῶν πόλων τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ ζωδιακοῦ, καλείσθω τροπικὰ, καὶ αὐτὰ πάλιν κατὰ διάμετρον ἀλλήλων, ὧν τὸ μὲν ἀπὸ μεσημβρίας τοῦ ἰσημερινοῦ, χειμερινὸν λέγεται, ὅ ἐστι κατὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ αἰγόκερω, τὸ δὲ ἀπ' ἄρκτων, θερινὸν, ὅπερ πάλιν ἐστὶ κατὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου.

toyen; celui que l'on rencontre en allant du midi vers les ourses, ou, ce qui est la même chose, des parties australes aux boréales, suivant la marche du soleil vers les points conséquens du ciel, c'est-à-dire vers l'orient, sera le point équinoxial du printemps. C'est celui qu'on prend pour le commencement du bélier. Le point qui lui est diamétralement opposé, en suivant la marche du soleil, des ourses au midi, sera le point équinoxial d'automne, au commencement des poissons. Les deux autres qui sont dans le cercle qui passe par les poles de l'équateur et du zodiaque, se nomment points tropiques; ils sont diamétralement opposés l'un à l'autre; celui qui est au midi de l'équateur est celui d'hiver, au commencement du capricorne; et celui qui est plus boréal que l'équateur, est celui d'été au commencement du cancer.

Ἵνα δὲ καὶ διὰ τῶν γραμμῶν φανερὰ ἡμῖν γένηται ἡ ἐπὶ τῶν τοιούτων παρόδων τῶν εἰρημένων σημείων ὀνομασία, ἔστω ἰσημερινὸς μὲν κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, ζωδιακὸς δὲ ὁ ΑΕΓΖ, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν γεγράφθω μέγιστος κύκλος ὁ ΒΕΔΖ. Καὶ ἔστω ἀρκτῶα μὲν τὰ πρὸς τῷ Ζ, μεσημβρινὰ δὲ τὰ πρὸς τῷ Ε, ἀνατολικὰ δὲ, τὰ πρὸς τῷ Γ, ὥστε τὰ ἀπὸ τοῦ Α ὡς ἐπὶ τὸ Ε καὶ τὸ Γ ἑπόμενα τυγχάνειν. Ἔστω δὲ ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ σημεῖα τομῶν δ' τὰ Α Ε Γ Ζ, ὧν β' μὲν τὰ ὑπὸ τοῦ ΑΒΓΔ ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ ΑΕΓΖ ζωδιακοῦ κατὰ διάμετρον ἀλλήλοις τὰ Α, Γ, καλούμενα δὲ ἰσημερινά. Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τοῦ Ε ὡς ἀπὸ μεσημβρίας, ἤτοι ἀπὸ νοτιωτέρων ἐπὶ τὰ πρὸς ἄρκτους εἰς τὰ ἑπόμενα ἔχον τὴν πάροδον, ἐαρινὸν καλείσθω, οἱονεὶ τὸ Γ· τὸ δὲ ἐναντίον, τουτ-

Pour faire entendre clairement la raison des dénominations données à ces points des révolutions, soit (même figure) ABGD l'équateur, AEGZ le zodiaque, BEDZ le grand cercle passant par leurs poles; soient les parties boréales du ciel du côté de Z, les méridionales du côté de E, les orientales du côté de G, ensorte que les points conséquens se prennent de A vers E et G. Soient sur le zodiaque les points des quatre sections A, E, G, Z, A et G sont les deux intersections de l'équateur et du zodiaque, diamétralement opposées, et appellées points équinoxiaux. Nous nommons équinoxe du printemps le point G pris en allant de E ou des parties australes vers les ourses, suivant la suite des signes, et équinoxe d'automne le point A diamétralement opposé, toujours en allant suivant l'ordre des signes. Les deux points nommés tro-

piques, diamétralement opposés l'un à l'autre, sont dans le zodiaque AEGZ et dans le cercle BEDZ qui passe par les poles: l'un est ici le point E au midi de l'équateur, c'est le solstice d'hiver; l'autre est le point Z diamétralement opposé, et du côté des ourses, c'est le solstice d'été. (*Les points tropiques ou de conversion, des Grecs, sont les sosltices des modernes*).

On concevra donc le seul et premier mouvement de la sphère non constellée qui embrasse tout l'univers, comme maîtrisant et emportant en tournant les sphères des astres d'orient en occident, en même temps que le cercle, qu'on imagine passant par les poles de ces deux cercles, est emporté par ce même premier mouvement, qu'il décrit et limite, en emportant avec lui tout le reste en tournant sur les poles de l'équateur. Ces poles sont appuyés sur un cercle perpendiculaire à l'horizon, savoir sur le méridien immobile du monde, les autres méridiens ne différant de lui qu'en ce qu'ils ne passent pas comme lui par les poles du cercle oblique du zodiaque, si ce n'est celui qui passe par les points tropiques au milieu du ciel, parce que celui-ci se confond avec le méridien immobile qui passe par ces poles, qu'il ne fait qu'un avec lui, et qu'il est perpendiculaire au zodiaque, attendu que tous deux passent par les poles de l'équateur, et par le point de contact de chaque cercle tropique avec l'oblique. Or ce cercle ainsi perpendiculaire à l'horizon, se nomme aussi méridien, parce que cette position

ἔστι τὸ κατὰ διάμετρον, ἤτοι ἀπ' ἄρκτων ἐπὶ μεσημβρίαν, ὃ ἐστὶν ἀπὸ τοῦ Z, ὡς ἐπὶ τὰ ἑπόμενα· πάλιν μετοπωρινὸν, τουτέστι τὸ A. Δύο δὲ τὰ γινόμενα ὑπὸ τοῦ ΑΕΓΖ ζωδιακοῦ, καὶ τοῦ ΒΕΔΖ διὰ τῶν πόλων, καὶ αὐτὰ κατὰ διάμετρον ἀλλήλοις, καλούμενα δὲ τροπικὰ, ὧν τὸ μὲν ἀπὸ μεσημβρίας τοῦ ἰσημερινοῦ, οἱονεὶ τὸ E, χειμερινὸν καλείσθω· τὸ δὲ ἀπ' ἄρκτων κατὰ διάμετρον, τουτέστι τὸ Z, θερινόν.

Νοηθήσεται δὲ ἡ μὲν μία καὶ πρώτη φορὰ τῆς ἀνάστρου καὶ περιεχούσης τὰ πάντα σφαίρας, κατακρατοῦσα καὶ συμπεριάγουσα τὰς τῶν ἄστρων σφαῖρας ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς, τοῦ νοουμένου δι' ἀμφοτέρων τῶν εἰρημένων πόλων κύκλου περιαγομένου, καὶ περιγράφοντος, καὶ ἀφορίζοντος τὴν πρώτην φοράν, καὶ τὰ λοιπὰ πάντα συμπεριάγοντος περὶ τοὺς τοῦ ἰσημερινοῦ πόλους· οἱ τινες τοῦ ἰσημερινοῦ πόλοι βεβηκότες εἰσὶν ἐπί τινος ἑστῶτος καὶ μένοντος πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι κύκλῳ, ὡς τοῦ καθ' ἑκάστην οἴκησιν μεσημβρινοῦ, ὃς τούτῳ μόνῳ διαφέρει τοῦ δι' ἀμφοτέρων τῶν πόλων περιαγομένου κύκλου, τὸ μὴ πάντοτε διὰ τῶν τοῦ λοξοῦ καὶ ζωδιάκοῦ κύκλου πόλων γράφεσθαι, ἀλλὰ μόνον ὅταν τὰ τροπικὰ σημεῖα μεσουρανῇ, διὰ τὸ τότε ἐφαρμόζειν τὸν ἑστῶτα μεσημβρινὸν τῷ περιφερομένῳ καὶ διὰ τῶν πόλων ἀμφοτέρων ὄντι, καὶ τὸν αὐτὸν αὐτῷ γενέσθαι δηλαδὴ, καὶ πρὸς ὀρθὰς τῷ ζωδιακῷ· ἐπεὶ καὶ ἀμφότεροι τότε διὰ τῶν πόλων ὄντες τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ διὰ τῆς ἁφῆς τοῦ τροπικοῦ εἰσίν. Ἔτι δὲ οὗτος ὁ ἑστὼς πρὸς ὀρθὰς ἀεὶ τῷ ὁρίζοντι κύκλος καλεῖται μεσημβρινὸς, ἐπεὶ ἡ τοῦ μεγίστου κύκλου τοιαύτη πρὸς

τὸν ὁρίζοντα θέσις τό τε ὑπὸ γῆν καὶ ὑπὲρ γῆν ἡμισφαίριον, καὶ ἔτι τὰ τῶν παραλλήλων κύκλων τμήματα δίχα τέμνει, καὶ τῶν νυχθημέρων τοὺς μέσους χρόνους περιέχει, τουτέστι τὰς ἕκτας ὥρας τῆς ἡμέρας καὶ τῆς νυκτός. Ἡ δὲ δευτέρα φορὰ καὶ πολυμερὴς, ἡ εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς καὶ εἰς τὰ ἑπόμενα γινομένη, καὶ ποικίλας κινήσεις περιέχουσα ἡλίου καὶ σελήνης καὶ τῶν ε̄ πλανωμένων, καὶ ἔτι τῶν ἀπλανῶν, διὰ τὸ, ὡς ἔφαμεν, καὶ τούτους καταλαμβάνεσθαι κατὰ ρ̄ ἔτη εἰς τὰ ἑπόμενα περὶ τοὺς τοῦ ζωδιακοῦ πόλους κινουμένους μοῖραν ᾱ, περιεχομένη μὲν καὶ περιφερομένη ὑπὸ τῆς εἰρημένης πρώτης φορᾶς ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς, ἀντιπεριαγομένη δὲ καὶ συμπεριάγουσα τὰς τῶν ἀστέρων σφαῖρας ἐπὶ τὰ ἐναντία, ὡς ἀπὸ δυσμῶν ἐπὶ ἀνατολὰς, περὶ τοὺς τοῦ ζωδιακοῦ πόλους, οἵ τινες πάντοτε μένουσιν ἐπὶ τοῦ τὴν πρώτην φορὰν περιφέροντος κύκλου, τουτέστι τοῦ δι' ἀμφοτέρων τῶν πόλων περιαγομένου. Καὶ περιάγονταί τε εἰκότως σὺν αὐτῷ ἐπ' αὐτοῦ μένοντες, καὶ τῇ κατὰ τὰ ἐναντία δευτέρᾳ κινήσει τὴν αὐτὴν θέσιν συντηροῦσι τοῦ γραφομένου ἐκ τῆς περὶ αὐτοὺς γινομένης δευτέρας φορᾶς μεγίστου καὶ λοξοῦ κύκλου πρὸς τὸν ἰσημερινὸν, ἐπεὶ καὶ πάντοτε τὴν αὐτὴν κλίσιν, ἤτοι λόξωσιν καταλαμβάνονται συντηροῦντες μοιρῶν τυγχάνουσαν κγ̄ να′ κ″, ὅσον καὶ οἱ πόλοι τοῦ ἰσημερινοῦ ἀπὸ τῶν τοῦ ζωδιακοῦ ἀφεστήκασιν. Εἴρηκε δὲ τὰς σφαῖρας ἡλίου καὶ σελήνης καὶ τῶν ε̄ πλανωμένων περιάγεσθαι εἰς τὰ ἐναντία τῆς πρώτης φορᾶς, περὶ τοὺς τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων πόλους, καί περ ἐν ὅλῃ τῇ πραγματείᾳ αὐτῶν παραλαμβανομένων, καὶ οὐ τῶν σφαιρῶν αὐτῶν, ἁπλού-

de grand cercle sur l'horizon, coupe l'hémisphère supérieur et l'inférieur chacun en deux parties égales, ainsi que les segmens des cercles parallèles, et détermine le milieu des temps nychthémères, c'est-à-dire les sixièmes heures du jour et de la nuit. Mais le second mouvement, composé de plusieurs autres, celui qui se dirige vers l'orient et les points conséquens, et qui contient les divers mouvemens du soleil, de la lune et des cinq planètes ainsi que des étoiles fixes, par la raison que ces astres avancent comme nous l'avons dit, d'un degré en cent ans, vers les points conséquens, en tournant autour des poles du zodiaque, mais emporté et emportant les sphères des astres en sens contraire, savoir d'occident en orient, autour des poles du zodiaque qui demeurent toujours dans le cercle qui fait aller en rond le premier mouvement, c'est-à-dire dans le cercle qui passe par les uns et les autres poles susdits; et avec lui sont emportés circulairement les astres qui sont sur ce mobile, et qui dans ce second mouvement en sens contraire, maintiennent dans la même position le grand cercle décrit obliquement à l'équateur, par ce second mouvement qui se fait sur le cercle oblique ou autour de ses poles. Car les observations montrent toujours entre ces deux cercles la même inclinaison ou obliquité de 23° 51′ 20″, distance des poles de l'équateur à ceux du zodiaque. Ptolemée a dit que les sphères du soleil, de la lune, et des cinq planètes, tournent en sens contraire du premier mouvement, autour des poles du cercle mitoyen du zodiaque, pour faire entendre ses explications par des termes plus simples, ces sphères n'existant nullement, quoiqu'il les ait admises dans tout son traité. Car il est indifférent pour

démontrer l'accord parfait des phénomènes entr'eux, de dire que les astres sont eux-mêmes en mouvement, ou que ce sont des sphères qui se meuvent.

σερον ποιούμενος τὸν λόγον. Οὐδὲν γὰρ διαφέρει πρὸς τὴν τῶν φαινομένων συμφωνίαν, εἴτε αὐτοὺς εἴτε τὰς σφαῖρας αὐτῶν ὑπόθοιτό τις κινεῖσθαι.

CHAPITRE VIII.

DES CONNOISSANCES PARTICULIÈRES ET PRÉALABLES.

PTOLEMÉE prélude ainsi à son traité par des connoissances générales et communes et par des courtes explications conformes aux phénomènes, se réservant de confirmer en détail dans la suite par des démonstrations particulières, tout ce qu'il avance, et il dit : telle est l'exposition sommaire des principes généraux. Il présente cette exposition préliminaire sommairement d'après les plus simples observations. Quant aux démonstrations des connoissances particulières, il croit que la première doit être celle par laquelle on trouve la valeur de l'arc du grand cercle qui passe par les poles de l'équinoxial, autour duquel se fait le premier mouvement, et du zodiaque, autour duquel se fait le second, lequel arc est compris entre ces poles ; c'est-à-dire, de chercher combien il a de degrés de ceux dont le grand cercle qui passe par ces poles, en a 360. Et il ajoute : nous voyons que cette démonstration doit être précédée de celle de la méthode qui donne la manière de trouver les droites inscrites dans le cercle, c'est-à-dire qui enseigne comment un arc étant donné de grandeur, sa soutendante est aussi donnée. Il commence par ce problême, parce que sa solution servira beaucoup pour toutes les démonstrations qu'il

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η΄.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΚΑΤΑ ΜΕΡΟΣ ΚΑΤΑΛΗΨΕΩΝ.

Προδιαλαβων ὁλοσχερέστερον ἀπό τε τῶν κοινῶν ἐννοιῶν, καὶ τῶν πρὸς τὰ φαινόμενα συμφωνιῶν τὰ ὡς ἐν ἀρχῆς λόγῳ τῆς μαθηματικῆς θεωρίας ὀφείλοντα κεφαλαιωδῶς προληφθῆναι, διὸ καὶ εἴρηκε βεβαιωθησομένας γε καὶ ἐπιμαρτυρηθησομένας τέλεον ἐκ τῶν ἑφεξῆς κατὰ μέρος ἀποδείξεων, ἀρχόμενος τῶν κατὰ μέρος, καὶ συγκεφαλαιούμενος τὰ προρρηθέντα, φησίν· ἡ μὲν οὖν ὁλοσχερὴς προδιάληψις καὶ τὰ ἑξῆς. Ἡ μὲν οὖν καθόλου καὶ ἀρχοειδὴς προδιάληψις, ὡς ἐν κεφαλαίοις ἐξ ἁπλουστέρων παρατηρήσεων αὐτῷ ληφθεῖσα, τοῦτον τὸν τρόπον αὐτῷ προτετύπωται. Ἐπὶ δὲ τῶν κατὰ μέρος ἀποδείξεων, πρώτην ἡγεῖται ὑπάρξειν ἀπόδειξιν, δι' ἧς ἡ μεταξὺ τῶν δύο πόλων τοῦ τε ἰσημερινοῦ, περὶ ὃν ἡ πρώτη φορὰ γίνεται, καὶ τοῦ ζωδιακοῦ, περὶ ὃν ἡ δευτέρα, πηλίκη τις οὖσα τυγχάνει, τουτέστι πόσων ἐστὶ τμημάτων, ὡς ἐπὶ τοῦ δι' ἀμφοτέρων τῶν εἰρημένων πόλων γραφομένου μεγίστου κύκλου, οἵων αὐτὸς ὁ κύκλος τξ΄. Ἔτι δέ φησι πρὸ ταύτης τῆς ἀποδείξεως, ἀναγκαῖον ὁρῶμεν προεκθέσθαι τὴν πραγματείαν τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν. Τουτέστι πῶς δοθείσης τινὸς περιφερείας τῷ μεγέθει, καὶ ἡ ὑποτείνουσα εὐθεῖα δέδοται. Προτάττει δὲ ταύτην ὡς πλεῖστον μέρος συμ-

βαλλομένην πρὸς τὰς γραμμικὰς ἀποδείξεις· τὰ γὰρ πλείονα τῶν ἐν τῇ συντάξει θεωρημάτων δι' αὐτῆς ἀποδείκνυσι.

donne par des figures linéaires, et qu'elle sera le fondement de sa composition.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ'.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΠΗΛΙΚΟΤΗΤΟΣ ΤΩΝ ΕΝ ΚΥΚΛΩ ΕΥΘΕΙΩΝ.

Μετα μὲν οὖν τὴν κατάληψιν τῆς τοιαύτης πραγματείας, καὶ διὰ κανονοποιίας αὐτὴν ἐκτίθεται, ἵνα εἴ ποτε ἐπιζητοίημεν εἰς τὰς κατὰ μέρος ἐπισκέψεις ἤτοι ἀπὸ περιφερειῶν εὐθείας λαμβάνειν, ἢ ἀπὸ εὐθειῶν περιφερείας, ἐκ προχείρου αὐτὰς ἔχωμεν ἐπιλογίζεσθαι, καὶ μὴ πάντοτε διὰ τῶν γραμμῶν τοῦτο ποιοῦντες ἐγχρονίζωμεν. Ἐπεὶ δὲ ἐχρῆν τὰ μεγέθη τῶν εὐθειῶν καὶ τῶν περιφερειῶν ὡρισμένα τινὰ τυγχάνειν, ὑποτίθηται τὸν μὲν κύκλον διαιρεῖσθαι εἰς ἴσα τμήματα τξ, καὶ καλεῖ ἕκαστον διάστημα μοιριαῖον, τὴν δὲ διάμετρον εἰς ἴσα τμήματα ρκ̄, καὶ καλεῖ καὶ ταῦτα ὁμοίως μοιριαῖα, ὡς τῶν μὲν περιφερειῶν εἶναι τὰ μεγέθη οἵων ὁ κύκλος τξ̄, τῶν δὲ εὐθειῶν οἵων ἡ διάμετρος ρκ̄. Χρῆται δὲ εἰς τὴν ἔκθεσιν τοῦ κανόνος, τῇ καθ' ἡμικύκλιον τῶν περιφερειῶν παραυξήσει. Παρατιθεὶς αὐταῖς τὰς ἐπιβαλλούσας τῶν ὑποτεινουσῶν αὐτὰς εὐθειῶν πηλικότητας, τοιούτων οἵων, ὡς ἔφαμεν, ἡ διαμέτρου ρκ̄. Διεῖλον δὲ, φησὶ, τὴν διάμετρον εἰς ρκ̄, διὰ τὸ ἐξ αὐτῶν τῶν ἐπιλογισμῶν φανησόμενον ἐν τοῖς ἀριθμοῖς εὔχρηστον. Εἰκὸς δὲ αὐτὸν μᾶλλον χρήσασθαι τῇ τοιαύτῃ διαιρέσει, διὰ τὸ εἰς πολλὰς ἀποδείξεις συντελεῖν αὐτῷ τὴν

CHAPITRE IX.

DE LA VALEUR DES DROITES INSCRITES DANS LE CERCLE.

A ces préliminaires, Ptolemée fait succéder des tables qui mettent sous nos yeux pour tous les cas où nous en avons besoin, les droites que nous chercherions par les arcs, ou les arcs par les droites, afin que nous ne perdions pas continuellement notre temps à faire cette recherche par des constructions linéaires. Mais comme il falloit circonscrire dans des limites fixes les grandeurs des droites et celles des arcs, il pose en principe que le cercle est divisé en 360 parties égales qu'il appelle chacune degré; et que le diamètre est partagé en 120 portions qu'il appelle parties ; en sorte que les grandeurs des arcs étant d'un certain nombre de degrés dont la circonférence en contient 360, leurs cordes sont chacune d'un certain nombre des 120 parties du diamètre. Et pour construire sa table, il fait croître les arcs dans le demi-cercle en degrés, en leur adjoignant les valeurs des cordes en parties des 120 du diamètre, suivant leur augmentation pour chacune des cordes ou droites qui soutendent ces arcs. Il dit qu'on a divisé le diamètre en 120 parties, parce que, comme on l'éprouvera, ce nombre est le plus commode pour les calculs. Et il lui convenoit de le préférer, parce que la valeur du rayon ou droite menée du centre, lui servant pour

plusieurs démonstrations, le nombre 60 étoit celui qui lui offroit le plus d'avantages, sous le rapport de sa divisibilité en parties égales qui, étant plus nombreuses que celles de tout autre nombre, le rendent plus facile à employer. C'est pourquoi il a partagé le diamètre en 120 parties, pour avoir le rayon de 60.

D'abord, dit-il, nous montrerons comment on procéde, etc. Hipparque avoit déjà donné en 12 livres la méthode pour trouver les droites inscrites dans le cercle. Ménélas a traité aussi cette manière en six livres. Mais on ne peut s'empêcher d'admirer la facilité avec laquelle Ptolemée, par le moyen de quelques théorêmes simples et en petit nombre, parvient à trouver ces valeurs. Après avoir démontré, à l'aide de quelques lemmes très courts, les propositions très peu nombreuses, mais les plus propres à faire connoître ces valeurs, il rend compte de l'ordre qu'il a observé dans cette table, afin que non seulement nous ayons sans aucune peine ces valeurs toutes prêtes, tirées de ces listes de nombres, mais encore afin que nous puissions les chercher nous-mêmes en nous servant des figures graphiques, afin que s'il s'est glissé quelque faute de copie dans les nombres dont cette table est composée, les lignes mêmes nous donnent le moyen de la corriger.

Nous procédérons généralement par les mêmes méthodes de calcul, continue-t-il. Ici encore il veut, pour plus de facilité, que nous partagions les degrés et parties en soixantièmes, de sorte que le premier degré soit divisé en 60 portions primes égales. Dans les multiplications, par exemple, au lieu de multiplier $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{20}$ par ces fractions mêmes, ce qui ne fait pas une petite difficulté, afin que nous puissions multiplier

πηλικότητα τῆς ἐκ τοῦ κέντρου. Εὐχρηστότερον δὲ πάντων τῶν ἀριθμῶν εἶναι τὸν ξ, διὰ τὸ, τῶν ἄλλων ἁπάντων τῶν δυναμένων πλείονα μέρη ἔχειν, ἐλάττονα ὄντα, εὐμεταχειριστότερον εἶναι. Διὰ τοῦτο καὶ τὴν διάμετρον εἰς ρκ̄ διεῖλεν, ἵνα σχῇ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ξ̄.

Πρῶτον δὲ δείξομεν πῶς ἂν ὡς ἔνι μάλιστα καὶ τὰ ἑξῆς. Δέδεικται μὲν οὖν καὶ Ἱππάρχῳ ἡ πραγματεία τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, ἐν ιβ̄ βιβλίοις. Ἔτι τε καὶ Μενελάῳ ἐν ς̄. Θαυμάσαι δ' ἐστὶ τὸν ἄνδρα πῶς εὐμεταχειρίστως δι' ὀλίγων καὶ εὐχερῶν θεωρημάτων τὴν εὕρεσιν τῆς ποικιλότητος αὐτῶν πεποίηται. Καὶ μετὰ τὸ διὰ τινῶν βραχέων λημματίων δεῖξαι ὀλίγα, τὰ μάλιστα χρήσιμα τῶν θεωρημάτων πρὸς τὴν κατάληψιν τῆς πηλικότητος τῶν εὐθειῶν, ἑξῆς καὶ διὰ τῶν αὐτῶν δείκνυσι τὴν ἐξέτασιν τοῦ κανόνος γινομένην, ὅπως μὴ μόνον ἐκ τῶν ἀντιγραφῶν ἀνεξετάστως ἔχωμεν τὰ μεγέθη ἐκτεθειμένα, ἀλλὰ καὶ διὰ τῆς γραμμικῆς δείξεως τὴν ἐξέτασιν αὐτῶν ποιώμεθα. Ἵνα κἂν περί τινα τῶν ἐν τῷ κανόνι περιεχομένων ἀριθμῶν γραφική τις ἐγγένηται ἁμαρτία, ἐξ εὐχεροῦς διὰ τῶν γραμμῶν τὴν ἐπανόρθωσιν αὐτῶν ποιώμεθα.

Καθόλου μέν τοι χρησόμεθα ταῖς τῶν ἀριθμῶν ἐφόδοις. Ἐνταῦθα πάλιν τοῦ εὐμεταχειρίστου προνοούμενος, βούλεται ἡμᾶς τὰ μέρη τῶν μοιρῶν εἰς ἑξηκοστὰ λαμβάνειν, ἵνα τὴν πρώτην μοῖραν ἀναλύοντες εἰς ξ̄, ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς, λόγου χάριν, ἀντὶ τοῦ πολλαπλασιάσαι ἡμᾶς ς″ δ″ κ″ ἐφ' ἑαυτὸ, ὅπερ οὐ τὴν τυχοῦσαν δυσχέρειαν περιέχει, μὴ ἑξηκοστὰ πολλαπλασιάζωμεν, οὐ μόνον

δὲ τὰς μοῖρας ἀναλύειν εἰς πρῶτα ἑξηκοστά, ἀλλὰ καὶ τὰ πρῶτα εἰς δεύτερα, καὶ τὰ δεύτερα εἰς τρίτα, καὶ τὰ τρίτα εἰς τέταρτα, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως ἐφ' ὅσον αὐτῷ χρήσιμον καταφαίνεται, ἐπί τε τοῖς πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς ἀκολουθήσομεν. Διδασκαλικοῦ ὄντος τρόπου προδιαλαβεῖν ἡμᾶς ὀλίγα περί τε τῶν πολλαπλασιασμῶν καὶ μερισμῶν, ὧν καταδηλοτέραν τὴν ἐξέτασιν ἐν τοῖς οἰκείοις τόποις ἐπ' αὐτῶν τῶν ἐν τῇ συντάξει ἀριθμῶν ποιησόμεθα, ὑπ' ὄψιν μᾶλλον ἄγοντες τὰ λεγόμενα, ἀκόλουθον ἂν εἴη καὶ ἐνταῦθα προδηλῶσαι τίνα εἴδη ἐστὶ τὰ γινόμενα τῶν μοιρῶν πολλαπλασιαζομένων ἐπὶ τὰς μοῖρας, καὶ ἐπὶ τὰ πρῶτα ἑξηκοστὰ, καὶ ἐπὶ τὰ δεύτερα, καὶ τρίτα καὶ τέταρτα, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ἡ μὲν οὖν μοῖρα, ἐν τοῖς κατ' εἶδος πολλαπλασιασμοῖς μονάδος τάξιν ἐπέχουσα, ἀμετάθετός ἐστι, ὃν περ γὰρ τρόπον ἡ μονὰς ἐπὶ τὸν τρία ἀριθμὸν (λόγου χάριν) πολλαπλασιασθεῖσα αὐτὸν τὸν τρίτον ἀριθμὸν φυλάττει, καὶ ἐπὶ τὸν τέταρτον αὐτὸν τὸν δ', καὶ ἐπὶ τὸν η̄ αὐτὸν τὸν η̄, καθὰ καὶ Διόφαντος φησὶν ὅτι τῆς μονάδος ἀμεταθέτου οὔσης καὶ ἑστώσης πάντοτε, τὸ πολλαπλασιαζόμενον εἶδος ἐπ' αὐτὴν αὐτὸ τὸ εἶδος ἔσται. Τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἡ μοῖρα ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῇ, αὐτὸ τὸ εἶδος φυλάττει· ὥστε μοῖρα μὲν ἐπὶ μοῖραν πολλαπλασιασθεῖσα μοῖραν ποιήσει· ἐπὶ δὲ πρῶτα ἑξηκοστὰ, ἑξηκοστὰ πρῶτα· ἐπὶ δὲ δεύτερα, δεύτερα· ἐπὶ δὲ τρίτα, τρίτα, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ἐπὶ δὲ τῶν μερῶν τῆς μοίρας οὐκέτι τὸ τοιοῦτον εὑρίσκομεν, ὡς ἑξῆς ἀποδείξομεν. Ὃν περ γὰρ πάλιν τρόπον, κατὰ Διόφαντον, ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς τῶν μερῶν τῆς μονάδος, ἑτεροιοῦται τὰ

d'une manière plus expéditive par elles-mêmes les 48 soixantièmes indiquées par ces fractions. Non seulement il a divisé chaque unité de nombre entier en 60 primes, mais encore chaque prime en 60 secondes, chaque seconde en 60 tierces, chaque tierce en 60 quartes, suivant le besoin; et la même subdivision se pousse aussi loin qu'il est nécessaire, et c'est ce que nous ferons pour multiplier et diviser. Il est bon pour instruire d'avance par des exemples mis sous les yeux, de dire ici quelque chose des multiplications et des divisions dont nous ferons une application plus précise aux nombres mêmes en leurs lieux propres dans la suite de ce traité. Nous donnerons donc ici un apperçu des divers ordres que prennent les unités multipliées par des unités entières, puis par des primes, par des secondes, par des tierces, par des quartes et ainsi de suite. Le degré entier faisant la fonction d'unité dans les multiplications de toute sorte de nombres ne change point la valeur de ces nombres. Ainsi (par exemple) l'unité multipliant 3, donne le même nombre 3; multipliant 4, le nombre 4; multipliant 8, le nombre 8; selon ce que Diophante dit : que l'unité demeurant toujours elle-même et invariable, le nombre qu'elle multiplie restera toujours le même. Ainsi le degré ne change pas l'espèce des nombres qu'il multiplie. Par conséquent, la multiplication d'un degré par un degré, donnera un degré; par 60 primes (minutes), 60 primes; par des secondes, des secondes; par des tierces, des tierces; et ainsi de suite. Mais il n'en est pas de même pour les parties du degré, comme nous le démontrerons dans la suite. Car de même que, selon Diophante encore, par les multiplications des fractions d'une

unité, les espèces changent, puisqu'un tiers multiplié par lui-même donne la puissance 9 qui est d'une autre forme, de même ici les fractions du degré changent les formes des quantités qu'elles multiplient, parce qu'il est évident que le degré est proprement comme l'unité composée de fractions. Cela est clair par le simple raisonnement.

Mais pour prouver géométriquement quelles formes prennent les degrés multipliés par des primes, des secondes, des tierces, etc.; celles des primes soixantièmes par elles-mêmes, par des secondes, par des tierces, etc. et le reste, (F. 41) menons les droites AB, BG, perpendiculaires l'une sur l'autre. Que chacune soit d'une unité dans sa longueur. Complettons le carré AG. Ce carré sera donc une unité. Coupons BG en 60 portions égales, et soit AD la première soixantième. Menons la paralléle DE. Puisque comme GB est à BD, ainsi AG est à DA, GB étant soixante fois aussi grand que BD, GA est aussi soixante fois aussi grand que AD. Or AG est une unité, donc DA est une prime soixantième. Mais elle est contenue dans AB qui est d'une unité, et dans BD qui est d'une prime soixantième; donc une unité multipliée par des primes soixantièmes donne des primes soixantièmes. De même si nous prenons BZ qui est la soixantième partie de BD, et que par Z nous menions la paralléle ZH, ZA sera une seconde soixantième comprise entre BA qui est une unité, et BZ qui est de soixante secondes, donc une unité multipliée par des secondes soixantièmes, donne des secondes. Et de même, par une tierce, une tierce; par une quarte, une quarte; et ainsi de suite.

εἴδη. Τὸ γὰρ τρίτον ἐφ' ἑαυτὸ πολλαπλασιαζόμενον, δυναμοστὸν τὸ θ΄ ποιεῖ καὶ τὸ εἶδος ἀλλοιοῖ, τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἐνταῦθα τὰ μέρη τῆς μοίρας ἑτεροιοῖ τὰ εἴδη, ὡς καὶ ἐντεῦθεν δῆλον γίνεσθαι, ὅτι ἡ μοῖρα τὸ οἰκειότατον πρὸς τὴν μονάδα καὶ κατὰ τὰ μέρη συντηρεῖ. Καὶ λογικώτερον μὲν οὕτω·

Ἵνα δὲ καὶ διὰ τῶν γραμμῶν δείξωμεν τίνα εἴδη ἐστὶ τὰ γινόμενα τῶν μοιρῶν πολλαπλασιαζομένων ἐπὶ τὰ πρῶτα καὶ δεύτερα καὶ τρίτα ἑξηκοστὰ, καὶ ἑξῆς· καὶ τῶν πρώτων ἑξηκοστῶν ἐφ' ἑαυτὰ, καὶ ἐπὶ τὰ δεύτερα καὶ τρίτα καὶ ἑξῆς, καὶ ἔτι τῶν λοιπῶν, ἐκκείσθωσαν β΄ εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ AB, BΓ· καὶ ἔστω ἑκατέρα αὐτῶν μοῖρα ᾱ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ AΓ τετράγωνον. Εσται ἄρα καὶ αὐτὸ μοῖρα ᾱ. Καὶ τετμήσθω ἡ BΓ εἰς ἴσα ξ΄, καὶ ἔστω ἡ BΔ πρώτου ἑξηκοστοῦ ᾱ· καὶ ἤχθω παράλληλος ἡ ΔE. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΓB πρὸς BΔ, οὕτω τὸ AΓ πρὸς τὸ ΔA· ἑξηκονταπλασίων δὲ ΓB τῆς BΔ, ἑξηκονταπλάσιον ἄρα καὶ τὸ ΓA τοῦ AΔ. Καὶ ἔστι τὸ ΓA μοῖρα ᾱ· τὸ ἄρα ΔA ἔσται πρῶτον ἑξηκοστὸν ἓν, καὶ περιέχεται ὑπὸ τῆς AB μοίρας ᾱ τυγχανούσης, καὶ τῆς BΔ πρώτου ἑξηκοστοῦ. Μοῖρα ἄρα ἐπὶ πρῶτα ἑξηκοστὰ ποιεῖ. Ὁμοίως κἂν τὸ BZ ἀπολάβωμεν, ἑξηκοστὸν μέρος τῆς BΔ, καὶ διὰ τοῦ Z παράλληλον ἀγάγωμεν τὴν ZH, ἔσται τὸ ZA δευτέρου ἑξηκοστοῦ ἓν, περιεχόμενον ὑπὸ τῆς BA μοίρας, καὶ τῆς BZ β΄ ἑξηκοστῶν. Μοῖρα ἄρα ἐπὶ ἑξηκοστὰ δεύτερα, ἑξηκοστὰ δεύτερα ποιεῖ. Καὶ ὁμοίως ἐπὶ τρίτον, τρίτον· καὶ ἐπὶ τέταρτον, τέταρτον· καὶ ἑξῆς.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ πρῶτα ἑξηκοστὰ, ἐπὶ πρῶτα ἑξηκοστὰ, δεύτερα ποιεῖ. Διηρείσθω καὶ ἡ AB εἰς ἴσα ξ̄, καὶ ἔστω αὐτῆς ἑνὸς ἑξηκοστοῦ ἡ BΘ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Θ τῇ BΔ παράλληλος ἡ ΘK. Ἔστι ἄρα καὶ τὸ BK ἑξηκοστὸν μέρος τοῦ ΔA. Καὶ ἔστι τὸ ΔA πρῶτον ἑξηκοστόν. Τὸ ἄρα BK ἔστι δεύτερον ἑξηκοστὸν, καὶ περιέχεται ὑπό τε τῆς ΘB καὶ τῆς BΔ ἑκατέρας πρώτου ἑξηκοστοῦ τυγχανούσης, ὥστε πρῶτα ἑξηκοστὰ ἐπὶ πρῶτα, δεύτερα ποιεῖ.

Πάλιν δὴ δεικτέον ὅτι καὶ πρῶτα ἑξηκοστὰ ἐπὶ δεύτερα, τρίτα ποιεῖ. Ἐπεὶ γὰρ τὸ AZ δευτέρου ἐστὶν ἑξηκοστοῦ, καὶ ἔστιν αὐτοῦ ἑξηκοστὸν μέρος τὸ ZΘ, τὸ ἄρα ΘZ τρίτου ἐστὶν ἑξηκοστοῦ, καὶ περιέχεται ὑπό τε τῆς ΘB οὔσης πρώτου ἑξηκοστοῦ, καὶ τῆς BZ, δευτέρου, ὥστε πρῶτα ἑξηκοστὰ ἐπὶ δεύτερα, τρίτα ποιεῖ.

Ἔτι δὲ δεικτέον ὅτι δεύτερα ἑξηκοστὰ, ἐπὶ δεύτερα, τέταρτα ποιεῖ. Εἰλήφθω τῆς BΘ ἑξηκοστὸν μέρος ἡ BΛ· ἔστι ἄρα δεύτερα ἑξηκοστά. Καὶ διὰ τοῦ Λ τῆς BZ παράλληλος ἤχθω ἡ ΛM. Καὶ ἐπεὶ τὸ ZΘ ἐδείχθη τρίτου ἑξηκοστοῦ, καὶ ἔστιν αὐτοῦ ἑξηκοστὸν μέρος τὸ BM· τὸ BM ἄρα τέταρτον ἐστὶν ἑξηκοστὸν, καὶ περιέχεται ὑπὸ τῶν ΛB, BZ, ἑκατέρας οὔσης δευτέρου ἑξηκοστοῦ· ὥστε δεύτερα ἑξηκοστὰ, ἐπὶ δεύτερα, τέταρτα ποιεῖ. Καὶ ἑξῆς ὁμοίως τῇ κατατομῇ τῶν εὐθειῶν χρώμενοι, εὑρήσομεν καὶ τὰ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἑξηκοστῶν εἴδη.

Δεδειγμένου ἡμῖν ὅτι ἡ μοῖρα ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῇ, αὐτὸ τὸ εἶδος φυλάττει, τουτέστιν εἴτε ἐπὶ πρῶτα ἑξηκοστὰ,

Je dis maintenant, que des primes multipliées par des primes donnent des secondes au produit. Partageons aussi AB en 60 portions égales, soit BT une de ces soixantièmes, et menons par T, TK paralléle à BD, AK sera donc une soixantième partie de DA. Or DA est une prime soixantième, donc BK est une seconde soixantième; mais elle est comprise entre la droite TB et la droite BD qui sont chacune une prime soixantième, par conséquent les primes soixantièmes multipliées par les primes donnent des secondes.

Il faut encore démontrer que les primes soixantièmes multipliées par les secondes, donnent des tierces. En effet(F. 42), puisque AZ est une seconde, et que ZT en est une soixantième, il s'ensuit que TZ est d'une tierce soixantième, mais TZ est compris entre TB qui est une prime soixantième, et BZ qui est une seconde; donc les primes soixantièmes multipliées par les secondes, produisent des tierces.

Il faut aussi démontrer que les secondes soixantièmes multipliées par des secondes, produisent des quartes; prenons sur BT sa soixantième partie BL, ce sera encore une seconde; et par L menons à BZ la paralléle LM. Puisqu'il vient d'être démontré que ZT est une tierce soixantième, et que BM en est le soixantième, il s'ensuit que BM est une quarte soixantième. Mais elle est comprise entre LB et BZ qui sont chacune une seconde soixantième; donc les secondes multipliées par les secondes, donnent des quartes au produit. En subdivisant toujours les droites d'une manière semblable, nous trouverons les soixantièmes suivantes des ordres successifs.

Ayant démontré que l'unité qui multiplie un nombre, ne change pas l'espèce de ce nombre; c'est-à-dire que si elle mul-

tiplie des primes, elle donne des primes; si des secondes, des secondes; si des tierces, des tierces, nous démontrerons de même par des analogies, les espèces qui proviennent de la multiplication des soixantièmes, en faisant cette démonstration par des nombres; puisque Ptolémée dit : par les multiplications nous aurons le nombre produit, soient donc marquées comme ici, les grandeurs tant de l'unité que des soixantièmes. Puisque ces nombres pris trois à trois sont en proportion, l'unité est à la prime comme la prime est à la seconde. Car ces espèces sont en raison sexagésimale entr'elles. Par conséquent, le produit du premier et du troisième termes est égal au carré du second; c'est-à-dire le produit de l'unité et de la seconde soixantième, est égal au carré de la prime soixantième. Mais le produit de l'unité et de la seconde soixantième donne des secondes soixantièmes, parce que, comme nous l'avons démontré, l'unité par laquelle une espèce est multipliée, donne cette espèce au produit. Donc les primes soixantièmes par des primes soixantièmes produisent des secondes soixantièmes.

Il faut maintenant démontrer que les primes soixantièmes par des secondes, produisent des tierces; effet, l'unité est aux primes soixantièmes, comme ainsi les secondes sont aux tierces. Donc le produit du premier et du quatrième termes est égal au produit du deuxième et du troisième. Par conséquent le produit de l'unité et des tierces soixantièmes donne des tierces; et le produit des primes par des secondes donne des tierces. De même aussi les primes par les tierces produisent les quartes. Car puisque comme l'unité est aux primes soixantièmes, ainsi les tierces sont aux quartes, le pro-

πρῶτα ἑξηκοστὰ· εἴτε ἐπὶ δεύτερα, δεύτερα· εἴτε ἐπὶ τρίτα, τρίτα· καὶ ἑξῆς δείξομεν δι' ἀναλογίας τὰ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἑξηκοστῶν γινόμενα εἴδη, δι' ἀριθμῶν ποιούμενοι τὴν ἀπόδειξιν. Ἐπεὶ καὶ ὁ Πτολεμαῖος ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς αὐτόν φησι τὸν γενόμενον ἀριθμὸν διεκβαλλοῦμεν, καὶ ἐκκείσθω ὡς ὑπογέγραπται κατὰ τὸ ἑξῆς, τότε μοιριαῖον μέγεθος, καὶ τὰ τῶν ἑξηκοστῶν. Ἐπεὶ οὖν τρίτοι ἀριθμοὶ ἀνάλογοι εἰσὶν, ὡς μοῖρα πρὸς ἓν ἑξηκοστὸν, οὕτως πρῶτον πρὸς δεύτερον, ἕκαστον γὰρ εἶδος ἑκάστου ἑξηκονταπλάσιον ἐστί· τὸ ἄρα ὑπὸ πρώτου καὶ τρίτου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ δευτέρου, τουτέστι τὸ ὑπὸ μοίρας καὶ δευτέρου ἑξηκοστοῦ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ πρώτου ἑξηκοστοῦ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ μοίρας καὶ δευτέρου ἑξηκοστῶν δεύτερα ἑξηκοστὰ ποιεῖ, ἐπειδήπερ, ὡς ἐδείκνυμεν, ἡ μοῖρα ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῇ, αὐτὸ τὸ εἶδος ποιεῖ. Καὶ πρῶτα ἄρα ἑξηκοστὰ, ἐπὶ πρῶτα ἑξηκοστὰ, δεύτερα ἑξηκοστὰ ποιεῖ.

Δεικτέον ὅτι καὶ πρῶτα ἑξηκοστὰ ἐπὶ δεύτερα, τρίτα ποιεῖ. Πάλιν γὰρ ἐπεὶ ὡς μοῖρα πρὸς πρῶτα ἑξηκοστὰ, οὕτως δεύτερα πρὸς τρίτα· τὸ ἄρα ὑπὸ πρώτου καὶ τετάρτου, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ δευτέρου καὶ τρίτου· τὸ ἄρα ὑπὸ μοίρας καὶ τρίτων ἑξηκοστῶν, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ πρώτων καὶ δευτέρων ἑξηκοστῶν· ἀλλὰ τὸ ὑπὸ μοίρας καὶ τρίτων ἑξηκοστῶν, τρίτα ποιεῖ. Καὶ τὸ ὑπὸ πρώτων ἄρα καὶ δευτέρων ἑξηκοστῶν, τρίτα ποιεῖ. Ἔτι δὲ πρῶτα ἐπὶ τρίτα τέταρτα ποιεῖ τόν δε τὸν τρόπον. Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς μοῖρα πρὸς πρῶτα

ἑξηκοστὰ, οὕτως τρίτα πρὸς τέταρτα. Τὸ ἄρα ὑπὸ μοίρας καὶ τετάρτων ἑξηκοστῶν, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ πρώτου καὶ τρίτου ἑξηκοστοῦ, ἀλλὰ τὸ ὑπὸ μοίρας καὶ τετάρτου ἑξηκοστοῦ, τέταρτα ἑξηκοστὰ ποιεῖ· καὶ πρῶτα ἄρα ἑξηκοστὰ ἐπὶ τρίτα, τέταρτα ποιεῖ. Ὡσαύτως δὲ τὰ πρῶτα ἐπὶ μὲν τὰ τέταρτα, πέμπτα ποιεῖ, ἐπὶ δὲ τὰ ε, ς καὶ ἑξῆς.

Πάλιν δὲ δεικτέον ὅτι δεύτερα ἐπὶ δεύτερα, τέταρτα ποιεῖ. Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς πρῶτα ἑξηκοστὰ πρὸς δεύτερα, οὕτως δεύτερα πρὸς τρίτα· τὸ ἄρα ὑπὸ πρώτων καὶ τρίτων, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ δευτέρων. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ πρώτων καὶ τρίτων, ἐδείξαμεν ὅτι τέταρτον ποιεῖ· καὶ δεύτερα ἄρα ἐπὶ δεύτερα, τέταρτον ποιεῖ.

Δεικτέον δὴ ὅτι καὶ δεύτερον ἐπὶ τρίτον, πέμπτον ποιεῖ. Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς πρῶτα ἑξηκοστὰ πρὸς δεύτερα, οὕτω τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ ἄρα ὑπὸ πρώτων καὶ τετάρτων ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ δευτέρων καὶ τρίτων. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ πρώτων καὶ τετάρτων ἐδείχθη ἑξηκοστὰ πέμπτα, καὶ δεύτερα ἄρα ἑξηκοστὰ ἐπὶ τρίτα, ε ἑξηκοστὰ ποιεῖ. Ομοίως δὲ καὶ τὰ δεύτερα ἑξηκοστὰ, ἐπὶ μὲν τέταρτον, ἕκτον ποιεῖ, ἐπὶ δὲ ε, ζ, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ἔτι γεμὴν τρίτα ἐπὶ τρίτα πολλαπλασιαζόμενα, ἕκτα ποιήσει ἑξηκοστά. Ἐπεὶ γὰρ πάλιν ἐστὶν ὡς δεύτερα ἑξηκοστὰ πρὸς τρίτα, οὕτως τρίτα προς τέταρτα· τὰ ἄρα ὑπὸ δευτέρων καὶ τετάρτων γινόμενα ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν τρίτων, τὰ δὲ ὑπὸ δεύτερα καὶ τέταρτα, ἀπεδείξαμεν ἕκτα ὄντα ἑξηκοστά· καὶ τὰ τρίτα ἄρα ἑξηκοστὰ ἐφ' ἑαυτὰ πολλαπλασιαζόμενα,

duit de l'unité par les quartes soixantièmes, est égal au produit de la prime par la tierce soixantième. Mais le produit de l'unité par la quarte soixantième donne des quartes soixantièmes, par conséquent les primes soixantièmes par des tierces, produisent des quartes. De même les primes par les quartes, produisent des quintes; par les quintes, des sixtes; et ainsi de suite.

Il faut maintenant démontrer que les secondes produisent des quartes, comme les primes soixantièmes sont aux secondes, ainsi les secondes sont aux tierces. Donc le produit des primes par les tierces est égal au carré des secondes. Mais le produit des primes par les tierces a été prouvé être des quartes soixantièmes, donc les secondes par des secondes produisent des quartes.

Prouvons actuellement que la seconde par la tierce produit la quinte : puisque comme les primes sont aux secondes, ainsi la tierce est à la quarte, le produit des primes par des quartes est égal à celui des secondes par les tierces; or celui-ci a été démontré être des quintes, donc les secondes par les tierces donnent des quintes. Pareillement les secondes soixantièmes par des quartes, produisent des sixtes; par des quintes, des septimes; et ainsi de suite. De même aussi les tierces multipliées par les tierces produiront des sixtes soixantièmes. Car on a encore, comme les secondes soixantièmes aux tierces, semblablement les tierces aux quartes. Donc les nombres produits des secondes et des quartes sont égaux au carré des tierces. Or, nous avons démontré que le produit des secondes par les quartes sont des sixtes soixantièmes, donc aussi les tierces multipliées par elles-

mêmes donnent des sixtes soixantièmes; et les tierces par les quartes, des septimes; et ainsi de suite.

Cette explication des multiplications, nous mène aux divisions de ces espèces, (ou fractions). En effet, les primes distribuées sur les unités entières par lesquelles on les divise, donneront pour chacune, des primes soixantièmes; divisées par des primes, elles donnent des parties entières; les secondes soixantièmes divisées par des unités, font des secondes, divisées par des primes, elles donneront des primes. Les tierces divisées par des unités entières, feront des tierces; par des primes, des secondes; par des secondes, des primes; et ainsi des autres. Soit donc (Fig. 43) AD l'aire ou espace d'une soixantième par une unité entière AB. Il est clair que si l'espace AD est divisé par AB, il donnera la ligne AG, puisqu'une unité multipliée par des primes, donne des primes. Mais s'il est divisé par AG qui est une prime, il donnera AB qui est une unité. Soit actuellement AD l'espace d'une seconde, il est clair encore que si nous le divisons par AB qui est une unité, il donnera une seconde AG, puisque l'unité multipliée par des secondes, donne des secondes. Mais si nous le divisons par AG qui est une seconde, il donnera AB qui est une unité. Mais si AB étant une soixantième, nous divisons l'espace AD par AB, il donnera AG d'une prime, parce qu'une prime multipliée par une prime donne une seconde. Soit derechef l'espace AD d'une tierce; si AB étant d'une unité, nous le divisons par AB, nous aurons AG d'une tierce. Mais si nous le divisons par AG d'une tierce, nous trouverons AB d'une unité. Et si AB est

ἕκτα ποιήσει ἑξηκοστά. Καὶ ἔτι τὰ τρίτα ἑξηκοστὰ ἐπὶ τὰ τέταρτα, ἕβδομα, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως.

Καὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν ἡμῖν σαφηνισθέντων, φανεροὶ εἰσὶν οἱ μερισμοὶ τῶν προκειμένων εἰδῶν. Τὰ γὰρ πρῶτα ἑξηκοστὰ περὶ μὲν μοῖρας μεριζόμενα, ἤτοι παραβαλλόμενα, πρῶτα ἑξηκοστὰ ποιήσει, περὶ δὲ ᾱ ἑξηκοστὰ, μοῖραν· τὰ δὲ β̄ ἑξηκοστὰ περὶ μὲν μοῖραν παραβαλλόμενα, β̄ ἑξηκοστὰ ποιήσει, περὶ δὲ ᾱ ἑξηκοστὰ, ᾱ. Τὰ δὲ γ̄ ἑξηκοστὰ περὶ μὲν μοῖραν παραβαλλόμενα, γ̄ ἑξηκοστὰ ποιήσει, παρὰ δὲ ᾱ ἑξηκοστὸν, ἑξηκοστὰ β̄, παρὰ δὲ β̄, ᾱ, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν. Οἷον ἔστω τὸ ΑΔ χωρίον ἑξηκοστὸν ᾱ, ἡ δὲ ΑΒ, μοῖρα. Δῆλον οὖν ὅτι ἐὰν τὸ ΑΔ χωρίον παραβάλωμεν περὶ τὴν ΑΒ, τὴν ΑΓ, ποιήσει ἑξηκοστὸν ᾱ, ἐπεὶ καὶ μοῖρα ἐπὶ ᾱ ἑξηκοστὸν πολλαπλασιασθεῖσα, ᾱ ποιεῖ. Ἐὰν δὲ παρὰ τὴν ΑΓ ᾱ ἑξηκοστὸν οὖσαν, τὴν ΑΒ ποιήσει, μοῖραν τυγχάνουσαν. Πάλιν ἔστω τὸ μὲν ΑΔ χωρίον β̄ ἑξηκοστά· δῆλον οὖν πάλιν ὡς ἐὰν περὶ τὴν ΑΒ μοῖραν ὑπάρχουσαν παραβληθῇ τὸ ΑΔ χωρίον, τὴν ΑΓ ποιήσει β̄ ἑξηκοστὰ, ἐπεὶ καὶ μοῖρας ἐπὶ β̄ ἑξηκοστὰ β̄ ποιοῦσιν. Ἐὰν δὲ περὶ τὴν ΑΓ ἑξηκοστὰ οὔσης β̄, τὴν ΑΒ ποιήσει μοῖραν. Ἐὰν δὲ τῆς ΑΒ ᾱ οὔσης ἑξηκοστὸν παραβληθῇ τὸ ΑΔ χωρίον παρὰ τὴν ΑΒ, τὴν ΑΓ ποιήσει ᾱ πάλιν ἑξηκοστὸν, ἐπεὶ καὶ ᾱ ἑξηκοστὸν ἐπὶ ᾱ, ποιεῖ β̄. Πάλιν ἔστω τὸ ΑΔ χωρίον τρίτον ἑξηκοστόν· ἐὰν μὲν οὖν πάλιν τῆς ΑΒ μοίρας τυγχανούσης, παραβάλωμεν τὸ ΑΔ περὶ τὴν ΑΒ, ἔσται ἡ ΑΓ τρίτον ἑξηκοστὸν. Ἐὰν δὲ παρὰ τὴν ΑΓ τρίτον ἑξηκοστὸν τυγχάνουσαν, εὑρεθήσεται ἡ ΑΒ μοῖρα. Ἐὰν δὲ

ἡ ΑΒ α̅ τυγχάνῃ ἑξηκοστὸν, εὑρεθήσεται ἡ ΑΓ β′, καὶ ὁμοίως ἐπὶ τῶν λοιπῶν.

Ἔτι δὲ δείξομεν καὶ πῶς ἂν τριῶν εἰδῶν δοθέντων, τουτέστι μοίρας καὶ α̅ ἑξηκοστοῦ καὶ β′, ἐκ τοῦ πολλαπλσιασμοῦ αὐτῶν συναγόμενος ἀριθμὸς λαμβάνηται, καὶ τὸ ἀνάπαλιν, πῶς ἂν δοθέντος τινὸς ἀριθμοῦ τῶν αὐτῶν τριῶν εἰδῶν ἢ καὶ πλειόνων, ὁ μερισμὸς, ἤτοι ἡ παραβολὴ αὐτοῦ γίνεται παρὰ τὰ εἰρημένα εἴδη. Καὶ δέον ἔστω ἐπὶ τῶν ἐν τῇ συντάξει ἀριθμῶν τὸ τοιοῦτον ἐφοδεῦσαι, ἔστω δὴ λαβόντας ἡμᾶς τὴν τοῦ δεκαγώνου πλευρὰν, ὡς δειχθήσεται, τυγχάνουσαν μοῖραν λζ δ′ νε″, ἐφ' ἑαυτὴν ποιῆσαι. Ἐκτίθεμαι αὐτὴν, καὶ πάλιν αὐτὴν ὑφ' ἑαυτὴν, ὡς ὑπογέγραπται, καὶ πρότερον πολλαπλασίσας τὰς λζ μοῖρας ἐφ' ἑαυτὰς, καὶ ἐπὶ τὰ πρῶτα καὶ δεύτερα ἑξηκοστὰ, ἔπειτα τὰ δ′ α̅ ἑξηκοστὰ, ἐπί τε τὰς λζ μοῖρας, καὶ ἐφ' ἑαυτὰ, καὶ ἐπὶ τὰ β̅ ἑξηκοστά. Καὶ ἔτι τὰ β̅ ἑξηκοστὰ ἐπί τε τὰς μοῖρας καὶ τὰ α̅ ἑξηκοστὰ, καὶ ἐφ' ἑαυτὰ, οὕτως ἔχω τὸν πολλαπλασιασμὸν αὐτῶν προχειρότερον εἰλημμένον.

λζ	δ′	νε′			
λζ	δ′	νε			
ατξθ	ρμη	βλε			
	ρμη	ις	σκ		
		βλ	ε σκ		γκε‴

Αἱ μὲν λζ̅ μοῖραι ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι συνάγουσι μοῖρας ατξθ̅, ἐπὶ δὲ τὰ δ′ α̅ ἑξηκοστὰ, α̅ ἑξηκοστὰ ρμη′, καὶ ἔτι ἐπὶ τὰ νε″ β̅ ποιοῦσι βλ″ε. Καὶ ἔτι τὰ δ′ ἐπὶ μὲν τὰς λζ̅ μοῖρας ποιοῦσι ρμ′η· ἐφ' ἑαυτὰ δὲ ις″ καὶ ἐπὶ τὰ νε″ ἑξηκοστὰ ποιοῦσι

d'une prime, AG se trouvera être d'une seconde. Et de même pour les autres fractions.

Nous allons montrer encore comment trois nombres de différentes espèces chacun, étant donnés, c'est-à-dire un entier (unité), une prime et une seconde, on trouve la quantité qui provient de leur multiplication; et réciproquement, comment étant donné un multiple de trois espèces de nombres, et même de plus encore, on en fait la division ou on le partage en chacun de ces nombres. Comme il est nécessaire de savoir faire ces calculs sur les nombres qu'on rencontre dans la syntaxe, prenons pour exemple le carré du côté du décagone, tel qu'il sera démontré, de 37° 4′ 55″. Je pose ce nombre une fois sous lui-même, comme il est écrit ici : d'abord, multipliant les 37 unités par elles-mêmes, puis par les primes et les secondes, ensuite les 4 primes par les 37°, puis par elles-mêmes, et encore par les secondes; enfin multipliant les secondes par les unités qui sont les degrés, par les primes, et par elles-mêmes, nous aurons ainsi d'une manière plus facile le produit de la multiplication.

37°	4′	55″			
37	4	55			
1369	148	2035			
	148	16	220‴		
		2035	220	3025⁗	
1375°	4′	14″	10‴	25⁗	

Or 37 unités par elles-mêmes, donnent 1369; par 4 primes, 148 primes; et par 55 secondes, 2035 secondes. Puis 4 primes multipliées par 37 unités, donnent 148 primes; par elles-mêmes 16 secondes; et par 55 secondes 220 tierces. Enfin 55 se-

condes multipliées par 37 unités donnent 2035 secondes, ou par 4 primes, 220 tierces, et par elles-mêmes 3025 quartes; on dispose ces nombres comme les voilà exposés ici, et voici comment on en fait la somme : on divise dabord les 3025 quartes par 60, et l'on trouve 50 tierces, plus 25 quartes. Ensuite joignant les tierces avec les 50 provenant de la division des quartes, elles font ensemble 490 tierces qui donnent 8 secondes et 10 tierces. De même les 4094 tierces ensemble font 68 primes et 14 secondes. Et les 364 primes rassemblées font 6 unités et 4 primes : en tout, 1375 unités, 4 primes, 14 secondes, 10 tierces, et 25 quartes. C'est pourquoi Ptolemée, ne sommant, dans les calculs suivans, que jusqu'aux secondes inclusivement, a mis 1375° 4′ 14″ à peu près, en négligeant les tierces et les quartes. C'est ainsi que se multiplient tous les nombres les uns par les autres, quoique différens entr'eux.

τρίτα ἑξηκοσ-ὰ σκ. Πάλιν τὰ νε″ β΄ ἑξηκοσ-ὰ ἐπὶ μὲν τὰς λζ΄ μοῖρας συνάγουσι δεύτερα ἑξηκοσ-ὰ ,βλε, ἐπὶ δὲ τὰ δ΄ πρῶτα, ποιοῦσι τρίτα σκ, καὶ ἔτι ἐφ' ἑαυτὰ συνάγουσι τέταρτα ἑξηκοσ-ὰ ,γκε′′′′, καὶ ἔ-ιν ἡ τῶν ἀριθμῶν τάξις, ὡς ὑπογέγραπται. Συνάγονται δὲ τοῦτον τὸν τρόπον· πρότερον τὰ ,γκε δ΄ ἑξηκοσ-ὰ, μερίσαντες περὶ τὸν ξ, ποιοῦμεν ἑξηκοσ-ὰ τρίτα μὲν ν̄, δ΄ δὲ κε̄. Ἔπειτα τὰ τρίτα ἑξηκοσ-ὰ μετὰ τῶν ἀπὸ τοῦ μερισμοῦ τῶν δ΄ συναχθέντων ν̄, γινόμενα ἅπαντα υ̱, ποιεῖ δεύτερα μὲν η̄, γ΄ δὲ ῑ̄. Καὶ ἀκολούθως τὰ δεύτερα συναγόμενα ,δ̱ιδ, ποιεῖ α ἑξηκοσ-ὰ ξη, καὶ δεύτερα ιδ. Καὶ ἔτι τὰ πρῶτα ἑξηκοσ-ὰ συναγόμενα τξδ ποιεῖ μοῖρας ς, καὶ πρῶτα ἑξηκοσ-ὰ τέταρτα, καὶ γίνονται ἅπαντες μοῖραι ,ατοε, καὶ ἑξηκοσ-ὰ μὲν πρῶτα δ΄, δεύτερα δὲ ιδ″, γ, ι, δ΄, κε. Διὸ καὶ παρατιθεὶς αὐτὰ ὁ Πτολεμαῖος ἐν τοῖς ἑξῆς καὶ μέχρι δεύτερα ἑξηκοσ-ὰ ποιούμενος τὴν παράθεσιν, ἐξέθετο ,ατοε δ΄ ιδ″ ἔγγισ-α, τὰ τρίτα καὶ δ΄ καταλιπών. Ὡσαύτως δὲ κἂν διάφοροι τυγχάνωσιν οἱ ἀριθμοὶ πολλαπλασιάζονται.

Supposons maintenant que l'on ait à diviser un nombre donné, en ses unités entières en primes et secondes. Et soit ce nombre 1515° 20′ 15″ à diviser par 25 12′ 10″, c'est-à-dire qu'il s'agisse de trouver combien 25 12′ 10″ est contenu dans 1515 20′ 15″; nous mettons 60 pour quotient (en divisant par 25 seulement), car il ne va pas jusqu'à 61; et nous ôtons 60 fois 25, 12″ et 10″. D'abord, 60 fois 25 font 1500; ensuite réduisant les 15 unités restantes en 900 primes, auxquelles nous ajoutons les

Ἔ-ω καὶ ἀνάπαλιν δοθέντα ἀριθμὸν μερίσαι παρά τε μοῖρας καὶ πρῶτα καὶ δεύτερα ἑξηκοσ-ά. Ἔ-ω ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ,αφιε κ΄ ιε″, καὶ δέον ἔ-ω μερίσαι αὐτὸν ἐπὶ τὸν κε ιβ΄ ι″, τουτέ-ιν εὑρεῖν ποσάκις ἐ-ὶν ὁ κε ιβ΄ ι″ ἐν τῷ ,αφιε κ΄ ιε″. Μερίζομεν αὐτὸν πρῶτον παρὰ τὸν ξ, ἐπειδήπερ ὁ περὶ τὸν ξα ὑπερπίπτει. Καὶ ἀφαιροῦμεν ἑξηκοντάκις τὸν κε καὶ τὸν ιβ΄, καὶ ἔτι τὸν ι΄. Καὶ πρότερον τὸν κε, καὶ γίνονται ,αφ· εἶτα τὰς λοιπούσας μοῖρας ιε ἀναλύσαντες εἰς πρῶτα ἑξηκοσ-ὰ ϡδ΄, καὶ τούτοις προσ-

θέντες καὶ τὰ κ′ α. Καὶ ἀπὸ τῶν γενομένων ὁμοῦ ϡκ″ ᾱ ἑξηκοστῶν ἀφαιροῦντες ἑξηκοντάκις τὰ ιϐ′, τουτέστι ψκ· καὶ ἔτι ἀπὸ τῶν λοιπῶν α ἑξηκοστὰ σ′ καὶ β ιε′, ἀφαιροῦμεν ἑξηκοντάκις πάλιν τὰ ι″, β, γίνονται β ἑξηκοστὰ χ″, ἤτοι ᾱ ι′, ὑπολειπομένων πρώτων τε ἑξηκοστῶν ρϟ′, καὶ β′ ιε″. Ταῦτα πάλιν ἀρχόμενοι μερίζομεν περὶ τὸν κε, καὶ γίνεται ὁ μερισμὸς περὶ τὸν ζ, ὑπερπίπτει γὰρ περὶ τὸν η. Καὶ τὰ γενόμενα ἐκ τῆς παραβολῆς ἑξηκοστὰ α ρ′ οε′, ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τῶν ρϟ′ α ἑξηκοστὰ, ἔπειτα τὰ λοιπὰ ιε′ α ἑξηκοστὰ ἀναλύσαντες εἰς β′ ϡ″, καὶ προσθέντες αὐτοῖς τὰ ιε″, τῶν γενομένων ἀφαιροῦμεν ἑπτάκις τὰ ιϐ′ α ἑξηκοστὰ, τουτέστιν πδ′ β ἑξηκοστὰ, διὰ τὸ καὶ τὰ ζ α εἶναι ἑξηκοστὰ, καὶ λείπονται β′ ἑξηκοστὰ ωλα. Καὶ ἔτι ἀφαιροῦμεν ὁμοίως ἑπτάκις καὶ τὰ ι″ β ἑξηκοστὰ, ἃ γίνονται γ ἑξηκοστὰ ο‴, τουτέστι β α καὶ γ ι, καὶ καταλείπονται β ἑξηκοστὰ ωκθ, καὶ γ ν‴. Ταῦτα πάλιν περὶ τὸν κε· καὶ γίνεται ὁ μὲν μερισμὸς περὶ τὸν λγ, ἐκ δὲ τῆς παραβολῆς β ἑξηκοστὰ ωκε, καὶ λοιπὰ ὑπελείφθη β ἑξηκοστὰ δ, γ′ δὲ ν‴· ὁμοῦ δὲ γ σ″ϟ. Ἔπειτα πάλιν ἀφαιροῦμεν τρισκαιτριακοντάκις τὰ ιϐ′ α ἑξηκοστὰ, καὶ γίνονται γ τϟ‴· ὡς ποιεῖν ἔγγιστα τὸν μερισμὸν τῶν ,αφιε κ′ ιε″, παρὰ τὸν κε ιϐ′ ι″, ξ ζ′ λγ″. Ἐπεὶ καὶ ἀνάπαλιν ἐὰν ταῦτα πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ τὰ κε ιϐ′ ι″, συνάγονται ὁμοίως τὰ ,αφιε κ′ ιε″ ἔγγιστα.

Διαλαβόντες οὖν περὶ τῶν ὀφειλόντων προληφθῆναι, τουτέστι τῶν τε πολλαπλασιασμῶν τῶν μοιρῶν καὶ ἑξηκοστῶν, καὶ ἔτι τῶν μερισμῶν αὐτῶν, ἑξῆς περὶ τῆς εἰρημένης αὐτῷ ἀναγκαίως προεκτίθεται πραγμα-

20 primes proposées, nous avons pour somme 920 primes soixantièmes, d'où nous ôtons 60 fois 12 primes qui font 720; et des 200 primes restantes réunies aux 15 secondes, nous ôtons 60 fois 10 secondes qui font 600 secondes, ou 10 primes. Restent 190 primes et 15 secondes. Nous recommençons la division pour ces nombres: par 25, le quotient est 7, car il ne va pas jusqu'à 8; et nous ôtons de 190 primes les 175 primes provenant de la multiplication (de 25 par 7). Puis réduisant les 15 primes restantes en 900 secondes, et y ajoutant les 15 secondes, nous en ôtons 7 fois les 12 primes, c'est-à-dire 84 secondes, parce que les 7 sont des primes, et il reste 831 secondes. Nous en ôtons pareillement les 10 secondes 7 fois, qui deviennent 70 tierces, c'est-à-dire 1 seconde et 10 tierces, et il reste 829 secondes et 50 tierces. Nous reprenons encore 25 pour diviser celles-ci. Le quotient est 33 environ, et par la multiplication 825; après la soustraction, il reste 4 secondes et 50 tierces, qui font 290 tierces. Après quoi nous en ôtons 33 fois les 12 primes, qui font 396 tierces. Ainsi le quotient de 1515° 20′ 15″ divisées par 25 12′ 10″, est à peu près 60° 7′ 33″. Car si nous multiplions ce quotient par 25° 12′ 10″, nous retrouverons 1515° 20′ 15″ à très-peu près.

Il était nécessaire de donner ainsi d'abord les multiplications et les divisions des quantités complexes, avant d'exposer la méthode par laquelle on trouve les valeurs des droites inscrites dans le cercle. Vient nécessairement ensuite la pre-

mière théorie qu'il a annoncée : je veux dire celle des droites inscrites au cercle, et pour commencer cette première démonstration, il met en avant le premier théorême où il démontre de combien de parties (du diamètre du cercle) est le côté du décagone, qui soutend un arc de 36 degrés ; et de combien de parties est le côté du pentagone qui soutend un arc de 72 degrés ; celui de l'hexagone qui soutend 60 degrés ; ensuite celui du carré qui soutend un arc de 90 degrés ; puis celui du triangle qui soutend 120 degrés des 360 de la circonférence du cercle ; et leurs soutendantes en parties des 120 du diamètre. Voici comment il procède (Fig. 44):

Il décrit sur le diamètre AG, le demi cercle ABG dont le centre est D. Et de D il élève la perpendiculaire DB, et coupant DG en deux également en E, et joignant BE, puis prenant EZ égale à BE, je dis, poursuit-il, que DZ est le côté du décagone, et BZ celui du pentagone. Car puisque DG est coupée en deux parties égales dans le point E, et que cette droite est prolongée par la droite DZ, le rectangle fait sur la droite entière avec l'ajoutée, et sur cette ajoutée, plus le carré fait sur la moitié du rayon, est égal au carré de cette moitié est de l'ajoutée, c'est-à-dire le rectangle de GZ. ZD, avec le carré de DE, est égal au carré de ZE, c'est-à-dire au carré de EB, lequel est égal aux carrés de BD et DE. Donc le rectangle fait sur GZ et ZD avec le carré de DE, est égal aux carrés de BD et DE. Retranchant le carré commun de DE, reste le rectangle GZ, DZ, égal au carré de DB, c'est-à-dire au carré de DG. Donc ces trois droites sont en proportion entr'elles,

τείας, λέγω δὴ τῆς τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν τὸν λόγον ποιησόμεθα. Ἀρχόμενος οὖν τῆς τοιαύτης ἀποδείξεως, ἐκτίθηται ᾱ θεώρημα, ἐν ᾧ ἀποδεικνύει πόσων ἐστὶ τμημάτων ἥ τε τοῦ δεκαγώνου πλευρὰ ὑποτείνουσα περιφέρειαν μοιρῶν λς, καὶ ἡ τοῦ πενταγώνου ὑποτείνουσα περιφέρειαν μοιρῶν οβ, καὶ ἔτι ἡ τοῦ ἑξαγώνου ὑποτείνουσα περιφέρειαν μοιρῶν ξ, καὶ ἑξῆς ἡ τοῦ τετραγώνου ὑποτείνουσα περιφέρειαν μοιρῶν ϛ, καὶ ἔτι ἡ τοῦ τριγώνου ὑποτείνουσα περιφέρειαν μοιρῶν ρκ, οἵων ἡ τοῦ κύκλου περίμετρος τξ· ἐπὶ δὲ τῶν ὑποτεινουσῶν αὐτὰς εὐθειῶν, οἵων ἡ διάμετρος ρκ. Χρῆται δὲ τῇ ἀποδείξει οὕτως.

Ἐκθέμενος ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ, περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ, οὗ κέντρον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγὼν τὴν ΔΒ, καὶ τεμὼν τὴν ΔΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπιζεύξας τὴν ΒΕ, καὶ ἴσην τῇ ΒΕ ἀπειλῆφθω τὴν ΕΖ, καὶ ἐπιζεύξας πάλιν τὴν ΕΖ, λέγω, φησὶν, ὅτι ἡ μὲν ΔΖ δεκαγώνου ἐστὶ πλευρὰ, ἡ δὲ ΒΖ πενταγώνου. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΔΓ τέτμηται δίχα κατὰ τὸ Ε, πρόσκειταί τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ ΔΖ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, τουτέστι τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΕ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΕΒ, ὅπερ ἐστὶν ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΔ ΔΕ, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΔ ΔΕ. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΔΕ, λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ· αἱ γ̄ ἄρα εὐθεῖαι ἀνάλογον ἐσὶν, ὡς ἡ ΖΓ πρὸς τὴν

ΓΔ, ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΖ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΖ τέτμηται εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Δ, καὶ ἔστιν ὡς ὅλη ἡ ΓΖ πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ ΓΔ, οὕτως αὐτὸ τὸ μεῖζον τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἔλαττον τὸ ΔΖ, ἡ ΓΖ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Δ, καὶ ἔστι τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ ΓΔ, ἴσον τῇ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾷ· ἡ ἄρα ΔΖ δεκαγώνου ἐστὶ πλευρά· ἐπεὶ ἐν τοῖς στοιχείοις ὅτι ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται. Αὐτὸς δὲ ἀντιστρόφως λαμβάνει.

savoir GZ à GD, et GD à DZ. Et puisque GZ est coupée en deux inégalement au point D, et que la droite GZ entière est au plus grand segment GD, comme ce plus grand segment GD est au plus petit DZ, la droite GZ est coupée en extrême et moyenne raison au point D. Mais le plus grand segment GD est égal au côté de l'hexagone, donc DZ est le côté du décagone; puisqu'il est démontré dans les élémens, que si le côté de l'hexagone et celui du décagone sont inscrits dans le même cercle, la droite entière qu'ils font ensemble est coupée en extrême et moyenne raison. Ptolemée prend la proposition converse.

Δεικτέον δὲ καὶ οὕτως, ὅτι ἡ ΔΖ ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ δεκαγώνου πλευρᾷ. Εἰ γὰρ μὴ, ἤτοι μεῖζων ἐστὶ τῆς τοῦ δεκαγώνου πλευρᾶς, ἢ ἐλάττων. Ἔστω πρότερον μείζων, καὶ κείσθω τῇ τοῦ δεκαγώνου πλευρᾷ ἴση ἡ ΔΗ. Ἡ ἄρα ΗΓ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Δ, καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΗΓ πρὸς τὴν ΓΔ, ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΗ. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΖΓ τῆς ΗΓ, ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΓΔ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΗΓ πρὸς ΓΔ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΖΓ πρὸς ΓΔ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΖ, ὡς δὲ ἡ ΗΓ πρὸς ΓΔ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΗ· ἡ ΓΔ ἄρα πρὸς ΔΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ΔΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν, ἐλάττων ἄρα ἡ ΔΖ τῆς ΔΗ, ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἡ ΔΖ μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ δεκαγώνου πλευρᾶς. Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐλάττων, ἡ ἄρα ΔΖ δεκαγώνου ἐστὶ πλευρὰ, ἢ καὶ οὕτως. Εἰ γὰρ ἡ ΔΗ δεκαγώνου ἐστὶ, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ΓΖ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ διὰ τοῦτο ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ. Ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΗ ΗΔ ἴσον τῷ αὐτῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ

Ainsi, démontrons que DZ est égale au côté du décagone. Si elle ne l'étoit pas, elle seroit ou plus grande ou plus petite. Supposons-la d'abord plus grande, et DH égale au côté du décagone. Donc alors HG seroit coupée en moyenne et extrême raison en D, et l'on auroit HG à GD, comme GD à DH. Et puisque ZG est plus grande que HG, ZG est à GD, en plus grande raison que HG à GD. Mais comme ZG est à GD, et GD à DZ, ainsi HG à GD, et GD à DH. Donc GD seroit en plus grande raison relativement à DZ que relativement à DH. Or la quantité relativement à laquelle une grandeur est en plus grande raison, est plus petite, donc DZ est plus petite que DH, ce qui est absurde. Donc DZ n'est pas plus grande que le côté du décagone. Nous démontrerons de même que DZ n'étant pas plus petite, est par conséquent le côté du décagone; car si DH est ce côté, GZ est, en ce point, coupée en moyenne et extrême raison, c'est pourquoi, de même que le carré de DG est égal au rectangle de GZ par ZD, pareillement le carré de DG est égal au rectangle de GH par HD. Donc le rectangle GZ ZD est égal au rectangle GH HD,

ce qui est absurde. Donc le côté du décagone n'est pas plus petit que DZ; nous avons démontré aussi qu'il n'est pas plus grand; donc il lui est égal. Il a été démontré dans le treizième des élémens d'Euclide, que la puissance (carrée) du pentagone est égale à celles de l'hexagone et du décagone inscrits dans le même cercle, or cette puissance de ZB est égale à celles de BD et DZ, et BD est égale au côté de l'hexagone, DZ et au côté du décagone; donc BZ est le côté du pentagone.

Après avoir trouvé graphiquement le côté du décagone et celui du pentagone, il faut trouver leurs valeurs en nombre des parties dont le diamètre en contient 120. Car, comme il dit, le diamètre du cercle étant partagé en 120 parties, DG en aura 60, et la moitié DE en aura 30, et le carré de celle-ci 900. Mais BD est aussi de 60, et son carré de 3600. Donc les carrés de ED et de DB, c'est-à-dire le carré de BE est de 4500, et par conséquent BE, c'est-à-dire EZ est en longueur, à peu près, de 67p 4′ 55″, comme nous le démontrerons après ce théorème, quand nous parlerons de la manière de trouver le côté du carré. Or DE est de 30, donc le reste DZ sera de 37 p 4′ 55″, à peu près. Par conséquent le côté du décagone, soutendant l'arc de 36 des degrés dont le cercle en a 360, (car 36 degrés sont la dixième partie du cercle entier) est de 37 p 4′ 55″ des parties dont le diamètre en contient 120. Or, comme nous avons démontré que DZ est de 37p 4′ 55″, son carré sera de 1375p 4′ 15″, par la méthode que nous avons donnée un peu plus haut pour les multiplications. Mais le carré de BD est de 3600 p, qui ajoutées au nombre précédent, font en somme le carré de ZB de 4975p 4′ 15″. Donc BZ aura en lon-

τῶν ΓΗ ΗΔ, ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἡ τοῦ δεκαγώνου ἐλάττων ἐστὶ τῆς ΔΖ. Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ μείζων, ἴση ἄρα. Πάλιν ἐπεὶ δέδεικται ἐν τῷ τρισκαιδεκάτῳ τῶν στοιχείων ὅτι ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων, δύναται δὲ ἡ ΖΒ τὰς ΒΔ, ΔΖ, καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΒΔ ἴση τῇ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾷ, ἡ δὲ ΔΖ τῇ τοῦ δεκαγώνου· ἡ ΒΖ ἄρα πενταγώνου ἐστὶ πλευρά.

Ἐπεὶ οὖν διὰ τῆς γραμμικῆς δείξεως δέδεικται ἡμῖν ἥ τε τοῦ δεκαγώνου καὶ τοῦ πενταγώνου, ἐξῆς καὶ τῆς πηλικότητος αὐτῶν τὴν εὕρεσιν ποιησόμεθα, οἵων ἐστὶν ἡ διάμετρος ρκ̄. Ἐπεὶ γὰρ, ὡς ἔφην, ὑπόκειται ἡ τοῦ κύκλου διάμετρος ρκ̄ τμημάτων, εἴη ἂν ἡ μὲν ΔΓ ξ̄, ἡ δὲ ΔΕ ἡμίσεια οὖσα αὐτῆς λ̄, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ϡ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΔ ξ̄, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ,χ̄. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΔ ΔΒ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΕ τῶν ἐπὶ τὸ αὐτὸ συναγομένων ἐστὶ ,δφ̄. Καὶ μήκει ἄρα ἔσται ἡ ΒΕ, τουτέστιν ἡ ΕΖ, ξζ̄ δ′ νε″ ἔγγιστα, ὡς ἐξῆς τοῦ θεωρήματος ἀποδείξομεν, περὶ τῆς εὑρέσεως τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς τὸν λόγον ποιούμενοι. Ἔστι δὲ ἡ ΔΕ λ̄, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΖ ἔσται λζ̄ δ′ νε″ ἔγγιστα. Ἡ ἄρα τοῦ δεκαγώνου πλευρὰ ὑποτείνουσα περιφέρειαν μοιρῶν λ̄ς̄, οἵων ἐστὶν ὁ κύκλος τξ̄ (αἱ γὰρ λ̄ς̄ μοῖραι δέκατόν ἐστι τῶν τξ̄ τοῦ ὅλου κύκλου), τοιούτων ἐστὶ λζ̄ δ′ νε″, οἵων ἡ διάμετρος ρκ̄. Ἐπεὶ οὖν τὴν ΔΖ ἀπεδείξαμεν τμημάτων οὖσαν λζ̄ δ′ νε″, ἔσται καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ,ατοε̄ δ′ ιε″, ὡς μικρῷ πρόσθεν ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς ἀπεδείξαμεν. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ ,χ̄, ἃ ἐπὶ τὸ αὐτὸ συντεθέντα ποιεῖ τὸ ἀπὸ

τῆς ΖΒ τετράγωνον ,δ῍ϡοε̄ δ′ ιε′′. Καὶ μήκει ἄρα ἔσται ἡ ΒΖ, ο̄ λϐ́ γ′′, καὶ ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ ὑποτείνουσα διὰ τὰ αὐτὰ μοῖρας ο϶, οἵων ἐστὶν ὁ κύκλος τξ̄, τοιούτων ἔσται ο̄ λϐ γ′′, οἵων ἡ διάμετρος ρκ̄. Δῆλον δὲ ὅτι καὶ ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ ὑποτείνουσα μοῖρας ξ̄, οἵων ἐστὶν ὁ κύκλος τξ̄, καὶ ἴση οὖσα τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἔσται καὶ αὐτὴ τμημάτων ξ̄, οἵων ἡ διάμετρος ρκ̄.

Πάλιν ἐπεὶ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ δυνάμει διπλασίων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, ἴσον γὰρ δύναται δυσὶ ταῖς ἐκ τοῦ κέντρου περιεχούσαις ἣν ὑποτείνει ὀρθὴν γωνίαν. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐν τῷ τρισκαιδεκάτῳ τῶν ϛοιχείων ὅτι ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ δυνάμει τῆς αὐτῆς ἐστὶ τριπλασίων, καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ,γχ̄· τὸ μὲν ἄρα ἀπὸ τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς ἔσται ζσ̄, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς τοῦ τριγώνου μυριάδος ᾱ καὶ ϖ̄. Καὶ μήκει ἄρα ἔσται ἡ μὲν τοῦ τετραγώνου πλευρὰ ὑποτείνουσα μοιρῶν ϛ, οἵων ἐστὶν ὁ κύκλος τξ̄ τμημάτων πδ̄ να′ ι′′, οἵων διάμετρος ρκ̄, ἡ δὲ τοῦ τετραγώνου ὑποτείνουσα, καὶ αὐτὴ περιφερείας ρκ̄ μοιρῶν, τῶν αὐτῶν ργ̄ νε′ κγ′′.

Αἱ δὲ μὲν οὖν οὕτως ἡμῖν ἐξ ἑτοίμου καὶ καθ' ἑαυτὰς ἐκ τῶν παρὰ τῷ ϛοιχείῳ θεωρημάτων δεδόσθωσαν. Καθ' ἑαυτὰς δὲ λέγει, ἐπεὶ ἑκάστη μὲν τούτων ἐξ οἰκείας καὶ μιᾶς προτάσεως δέδεικται, ἑξῆς δὲ μέλλει ἐκ μιᾶς προτάσεως πλείονας πορίζεσθαι. Διὰ τοῦτο φησὶν, καὶ ἔστι φανερὸν ἐντεῦθεν ὅτι πασῶν τῶν διδομένων εὐθειῶν, ἐξ εὐχεροῦς δίδονται καὶ αἱ ὑπὸ τὰς λειπούσας εἰς τὸ ἡμικύκλιον ὑποτείνουσαι εὐθεῖαι, διὰ τὸ τὰ ἀπ' αὐτῶν συντιθέμενα ποιεῖν τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον.

gueur 70p 32′ 3′′; et le côté du pentagone qui soutend, par les mêmes raisons, 72 des degrés dont le cercle en contient 360, sera de 70 32′ 3′′ des parties dont le diamètre en contient 120. Or il est clair que le côté de l'hexagone soutend 60 des 360 degrés du cercle, et puisqu'il est égal à la droite (rayon) menée du centre du cercle à la circonférence, ce côté est aussi de 60 des 120 parties du diamètre.

Actuellement, puisque la puissance (carrée) du côté du carré est double de celle du rayon, car le carré de ce côté est égal à la somme des carrés des deux rayons qui comprennent le côté qui soutend l'angle droit; et qu'il a été démontré dans le treizième des élémens (prop. XII), que le côté du triangle (équilatéral) a sa puissance triple de celle de la droite menée du centre, le carré de celle-ci étant 3600, la puissance du côté du carré sera de 7200; et la puissance du côté du triangle de 10800. Donc le côté du carré qui soutend 90 des 360 degrés du cercle, a en longueur 84p, 51′ 10′′ des 120 parties du diamètre; et le côté du triangle, qui soutend 120 degrés, aura en longueur 103p 55′ 23′′.

Soient donc ces droites ainsi toutes données par elles-mêmes d'après les théorèmes tirés des élémens, dit Ptolemée : par elles-mêmes, puisque chacune est démontrée par sa proposition propre, mais dans la suite il en tirera plusieurs d'une seule. C'est pourquoi, il ajoute que toutes ces droites étant données, toutes les autres qui soutendent le reste de la demi-circonférence sont aussi données, attendu que la somme des carrés construits sur toutes ces cordes

deux à deux est toujours égale au carré du diamètre. Car si nous décrivons le demi-cercle ABG sur le diamètre, (F. 45.) AG que nous y prenions l'arc AB de 36 degrés, et que nous joignions AB, BG, nous aurons, comme il a été démontré, la droite AB, de 37p 4′ 55″ ; et son carré, de 1375. 4′ 15″. Or celui du diamètre est 14400, et l'angle en B est droit, donc le carré de AG est égal aux carrés de AB et de BG. Si donc du carré de AG, c'est-à-dire de 14400, nous retranchons celui de AB, c'est-à-dire 1375. 4′ 15″, il nous restera le carré de BG, de 13024. 55′ 45″, et la droite BG de 114. 7′ 37″, de sorte que la droite BG, qui soutend les 104 degrés qui restent pour compléter le demi-cercle avec 36, sera de 114p. 7′ 37″ des 120 parties du diamètre. Par une semblable application de ce théorème, supposons l'arc AB de 72 degrés, avec sa soutendante donnée, nous trouverons la soutendante du reste du demi-cercle, de 97p 4′ 56″, et de même, par celle de 60, nous trouverons celle de 120p, de 103p 55′ 23″ des 120 du diamètre.

Après avoir démontré ces valeurs théoriquement, on cherchera comment, étant donnée, l'aire d'un carré dont le côté n'est pas d'une longueur déterminée, nous calculerons ce côté approximativement. Suivant le quatrième théorème du second livre des élémens, le carré d'une droite entière, quelle qu'elle soit, est égal à la somme des carrés des segmens de cette droite, et au double du rectangle de ces segmens. En effet, ayant un nombre carré donné, tel que 144, dont le côté rationel

Ἐὰν γὰρ γράψωμεν ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ΑΓ, καὶ ἀπολάβωμεν τὴν ΑΒ περιφέρειαν μοιρῶν λ̄ς̄, καὶ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΑΒ ΒΓ, ἔσται ὡς ἀπεδείχθη ἡ ΑΒ εὐθεῖα τμημάτων λ̄ζ̄ δ′ νε″, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ,ατοε̄ δ′ ιε″· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς διαμέτρου μυριάδος ᾱ καὶ ,δῡ, καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Β γωνία. Τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. Ἐὰν οὖν ἀπὸ τοῦ τῆς ΑΓ, τουτέστι μυριάδος ᾱ καὶ ,δῡ ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ, τουτέστι τὰ ,ατοε̄ δ′ ιε″, καταλειφθήσεται ἡμῖν τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ μυριάδος ᾱ ,γκδ̄ νε′ με″. Αὐτὴ δὲ ἡ ΒΓ εὐθεῖα ριδ̄ ζ′ λζ″, ὥστε ἡ ΒΓ ὑποτείνουσα, καὶ αὐτὴ τὰς λειπούσας ταῖς λ̄ς̄ μοῖραις εἰς τὸ ἡμικύκλιον μοῖρας ρμδ̄, ἔσται τμημάτων ριδ̄ ζ′ λζ″, οἵων ἡ διάμετρος ρ̄κ̄. Ἀκολούθως δὲ πάλιν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ θεωρήματος τῇ αὐτῇ ἀποδείξει προσχρησάμενοι, ὑποτιθέμενοι τὴν ΑΒ περιφέρειαν μοιρῶν οβ̄, καὶ ἔχοντες τὴν ὑπ' αὐτῆς εὐθεῖαν, εὑρήσομεν καὶ τὴν ὑποτείνουσαν τὰς λειπούσας εἰς τὸ ἡμικύκλιον μοῖρας ρη̄, τμημάτων ϛζ̄ δ′ νς″. Καὶ ὁμοίως ἀπὸ τῆς ὑπὸ τὰς ξ̄ εὑρήσομεν τὴν ὑπὸ τὰς ρκ, ργ̄ νε′ κγ″, οἵων ἡ διάμετρος ρ̄κ̄.

Τούτων θεωρηθέντων ἑξῆς ἂν εἴη διαλαβεῖν πῶς ἂν δοθέντος χωρίου τινὸς τετραγώνου μὴ ἔχοντος πλευρὰν μήκει ῥητὴν, τὴν σύνεγγυς αὐτοῦ τετραγωνικὴν πλευρὰν ἐπιλογισώμεθα. Καὶ ἔστι τὸ τοιοῦτον δῆλον ἐπὶ ῥητὴν ἔχοντος πλευρὰν, ἐκ τοῦ δ̄ θεωρήματος τοῦ β̄ βιβλίου τῶν στοιχείων, οὗ ἡ πρότασις ἔστι τοιαύτη· ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Ἐὰν γὰρ ἔχοντες δο-

θέντα ἀριθμὸν τετράγωνον ὡς τὸν ρμδ΄, ῥητὴν ἔχοντα πλευρὰν ὡς τὴν AB εὐθεῖαν, καὶ λαβόντες αὐτοῦ ἐλάσσονα τετράγωνον τὸν ρ̄, οὗ ἐστὶν ἡ πλευρὰ ῑ̄, καὶ ὑποθέμενοι τὴν ΑΓ ῑ̄, διπλασιάσαντες αὐτὴν, διὰ τὸ δὶς εἶναι τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων, τὰ γινόμενα κ̄ παραβάλωμεν περὶ τὰ λοιπὰ μδ΄, τῶν ὑπολειπομένων δ΄ ἔσται τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ, αὕτη δὲ μήκει β̄. Ἦν δὲ καὶ ἡ ΑΓ ῑ̄, καὶ ὅλη ἄρα ἡ AB ἔστι μοιρῶν ιβ̄, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἵνα δὲ καὶ ἐπί τινος τῶν ἐν τῇ συντάξει περιεχομένων ἀριθμῶν ὑπ' ὄψιν ἡμῖν γένηται ἡ τῶν κατὰ μέρος ἀφαιρέσεων διάκρισις, ποιησάμεθα τὴν ἀπόδειξιν ἐπὶ τοῦ ͵δφ̄ ἀριθμοῦ, οὗ τὴν πλευρὰν ἐξέθετο μοιρῶν ξζ̄ δ΄ νε΄΄. Ἐκκείσθω χωρίον τετραγωνικὸν τὸ ΑΒΓΔ, δυνάμει μόνον ῥητὸν, οὗ τὸ ἐμβαδὸν ἔστω μοιρῶν ͵δφ̄, καὶ δέον ἔστω τὴν σύνεγγυς αὐτοῦ τετραγωνικὴν πλευρὰν ἐπιλογίσασθαι. Ἐπεὶ οὖν ὁ σύνεγγυς τοῦ ͵δφ̄ τετράγωνος ῥητὴν ἔχων πλευρὰν, ὅλων μοιρῶν ἐστὶν ὁ ͵δυπθ̄ ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ ξζ̄, ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΑΒΓΔ τετραγώνου τὸ ΑΖ τετράγωνον μοιρῶν ͵δυπθ̄, οὗ ἡ πλευρὰ μοιρῶν ἐστιν ξζ̄. Λοιπῶν ἄρα ὁ ΒΖΔ γνώμων ἔσται μοιρῶν ιᾱ, ἃς ἀναλύσαντες εἰς ᾱ ἑξηκοστὰ χξ΄, ἐκθησόμεθα. Ἔπειτα διπλασιάσαντες τὴν ΕΖ διὰ τὸ δὶς ὑπὸ ΕΖ, ὥσπερ ἐπ' εὐθείας τῇ ΕΖ τὴν ΖΗ λαμβάνοντες, παρὰ τὰ γενόμενα ρλδ παραβαλοῦμεν τὰ χξ΄ ᾱ ἑξηκοστὰ, καὶ τῶν γενομένων ἐκ τῆς παραβολῆς δ΄ ᾱ ἑξηκοστῶν, ἕξομεν ἑκατέραν τῶν ΕΘ ΗΚ. Καὶ ἀναπληρώσαντες τὰ ΘΖ, ΖΚ παραλληλόγραμμα, ἕξομεν καὶ αὐτὰ φλς΄ ᾱ ἑξηκοστῶν, ἤτοι ἑκάτερον τούτων σξη̄. Εἶτα πάλιν τὰ ὑπολειφθέντα ρκδ΄ ᾱ ἑξηκοστὰ, ἀναλύσαντες εἰς β̄ ἑξηκοστὰ ζυμ̄, ἀφελοῦμεν καὶ τὸ ΖΛ παρ-

soit la droite AB, prenant 100 qui est le plus grand carré inférieur contenu dans ce nombre, et dont le côté est 10, et faisant AG égale à 10, doublons ce nombre ci, parce que le rectangle des segmens est pris deux fois; divisons le reste 44 par le produit 20, reste 4 qui est le carré de GB, dont la longueur est 2. Or AG étoit 10, donc la droite entière est longue de 12. C'est ce qu'il s'agissoit de démontrer (fig. 45).

Mais, pour rendre cette démonstration de la distinction des parties d'un tout, plus sensible, par son application à quelque nombre contenu dans la composition (de Ptolemée), nous l'avons appliquée au nombre 4500 dont il a fait le côté de 67 4′ 55″. Supposons ABGD l'aire du carré, seule rationnelle, et qu'il s'agisse d'en calculer le côté approximativement. Puisque le carré le plus proche 4500, ayant un côté rationnel, est 4489, carré du côté 67, ôtons le carré AZ, ou 4489, dont le côté est 67, du carré ABGD, le gnomon BZD vaudra donc les 11 parties restantes. Réduisons-les en primes, nous en aurons 660. Ensuite doublons EZ=67), parce que EZ est multiplié deux fois prenons ZH comme prolongeant EZ, et divisons les 660 primes par 134. Cette division donne 4 primes, et nous avons ainsi chacune des droites ET, HK. En complétant les parallélogrammes TZ, ZK, nous aurons 536 pour les deux, ou 268 pour chacun. Puis réduisant les 124 primes restantes en 7440 secondes, nous en retranchons le parallélogramme de complément ZL = 16

secondes, de manière qu'en ajoutant le gnomon au premier carré AZ, nous ayons le carré AL fait sur le côté 67. 4′, de 4497 p 56′ 16″. Enfin le gnomon restant, BL LD est de 2p 3′ 44″, c'est-à-dire de 7424 secondes. Doublant donc encore TL, comme étant prolongée par LK, et divisant ces 7424 secondes par 134p 8′, il viendra 55 secondes à peu près au quotient, pour la valeur de chacune des droites TB et KD. Complétant les parallélogrammes BL, LD, nous les aurons de 7377 secondes et 20 tierces, et chacun de 3688″ 40‴; mais il reste encore 46″ 40‴ qui font à peu près le carré LG, dont le côté est 55″. Ainsi, le côté du carré ABGD, 4500, se trouve être à peu près de 67p 4′ 55″.

En général, si nous cherchons le côté du carré (la racine carrée) de quelque nombre, nous prenons d'abord le côté (racine) du nombre carré le plus approchant. Ensuite le doublant, et divisant par ce double, le reste du nombre donné réduit en primes, nous ôtons du quotient, le carré; puis réduisant encore le reste en secondes, et le divisant par le double des unités et des primes, nous aurons à peu près le nombre cherché, qui exprime le côté de l'espace carré.

Ptolemée, après avoir démontré les valeurs des droites qui soutendent les arcs

ραπλήρωμα γινόμενον ἑξηκος῀ων β῀, ις″, ἵνα γνώμονα περιθέντες τῷ ἐξ ἀρχῆς τετραγώνῳ τῷ ΑΖ, ἔχωμεν τὸ ΑΛ τετράγωνον ἀπὸ πλευρᾶς ξζ῀ δ′ συναγόμενον μοιρῶν δυιζ῀ νς′ ις″. Καὶ λοιπὸν πάλιν τὸν ΒΛ ΛΔ γνώμονα μοιρῶν ὄντα β῀ γ′ μδ″, τουτέστι β῀ ἑξηκος῀ῶν ζυκδ῀. Ἔτι οὖν πάλιν διπλασιάσαντες τὴν ΘΛ ὡς ἐπ' εὐθείας τῇ ΘΛ τῆς ΛΚ, καὶ παρὰ τὰ γινόμενα ρλδ῀ η῀ μερίσαντες τὰ ,ζυκδ῀ β῀ ἑξηκος῀ὰ, τῶν ἐκ τῆς παραβολῆς γενομένων νε″ ἔγγις῀α β῀ ἑξηκος῀ῶν, ἔχομεν ἔγγις῀α ἑκατέραν τῶν ΘΒ ΚΔ. Καὶ συμπληρώσαντες τὰ ΒΛ ΛΔ παραλληλόγραμμα, ἕξομεν καὶ αὐτὰ ἑξηκος῀ὰ δεύτερα μὲν ,ζτοζ῀ καὶ τρίτα κ῀, ἑκάτερον δὲ β῀ ,γχπη″ καὶ γ῀ μ῀. Ὑπελίπει δὲ καὶ β῀ ἑξηκος῀ὰ μς″, καὶ γ῀ μ‴, ἅπερ ἔγγις῀α ποιεῖ τὸ ΛΓ τετράγωνον, ἀπὸ πλευρᾶς τυγχάνον νε″ δεύτερα ἑξηκος῀ὰ, καὶ ἔχομεν τὴν πλευρὰν τοῦ ΑΒΓΔ τετραγώνου μοιρῶν τυγχάνοντος ,δφ ξζ῀ δ′ νε″ ἔγγις῀α.

Καὶ καθόλου ἐὰν ζητῶμεν ἀριθμοῦ τινος τὴν τετραγωνικὴν πλευρὰν, λαμβάνομεν πρῶτον τοῦ σύνεγγυς τετραγώνου ἀριθμοῦ τὴν πλευρὰν, εἶτα ταύτην διπλασιάζοντες, καὶ περὶ τὸν γενόμενον ἀριθμὸν, μερίζοντες τὸν λοιπὸν ἀριθμὸν ἀναλυθέντα εἰς πρῶτα ἑξηκος῀ὰ, ἀπὸ τοῦ ἐκ τῆς παραβολῆς γινομένου ἀφαιροῦμεν τετράγωνον, καὶ ἀναλύοντες πάλιν τὰ ὑπολειπόμενα εἰς δεύτερα ἑξηκος῀ὰ, καὶ μερίζοντες παρὰ τὸν διπλασίονα τῶν μοιρῶν καὶ ἑξηκος῀ὰ, ἕξομεν ἔγγις῀α τὸν ἐπιζητούμενον τῆς πλευρᾶς τοῦ τετραγωνικοῦ χωρίου ἀριθμόν.

Προαποδείξας οὖν τὰς τῶν ὑποτεινουσῶν τὰς εἰρημένας περιφερείας εὐθειῶν πηλικότη-

τας, τουτέστι τῆς τε ὑπὸ τὰς λ̄ς̄, καὶ τῆς ὑπὸ τὰς οβ̄, καὶ τῆς ὑπὸ τὰς ξ̄, καὶ ϛ, καὶ ρ̄κ̄, καὶ ρμδ̄, καὶ ἔτι τῆς ὑπὸ τὰς ρ̄η̄, ἐκτίθεται λημμάτιον εὔχρηστον πάνυ πρὸς τὸ ἀπὸ τούτων τὴν τῶν λοιπῶν κατάληψιν προχειρότερον ἐφοδεύειν, οὗ ἡ πρότασις ἔστι τοιαύτη· ἐὰν εἰς κύκλον τετράπλευρον ἐγγραφῇ, τὸ ὑπὸ τῶν διαγωνιῶν αὐτοῦ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ συναμφοτέροις τοῖς ὑπὸ τῶν ἀπεναντίων τοῦ τετραπλεύρου πλευρῶν περιεχομένοις ὀρθογωνίοις. Καὶ ἐπεὶ σαφής ἐστιν ἡ εἰς τοῦτο αὐτῷ ἐκτιθεμένη ἀπόδειξις, ἔχει δέ τινα ψιλὴν ἔνστασιν, διὰ τὸ τὴν δεῖξιν αὐτὸν πεποιῆσθαι, ὡς ἀνίσων οὐσῶν τῶν γωνιῶν τῶν ὑπὸ τῆς τομῆς τῆς διαγωνίου γεγενημένων, ἵνα μηδὲ τὸ τοιοῦτον θεώρημα παραλείψωμεν, ἡμεῖς ὡς ἴσων αὐτῶν οὐσῶν τὴν ἀπόδειξιν ποιησόμεθα.

Ἔστω γὰρ κύκλος ἐγγεγραμμένον ἔχων τετράπλευρον τὸ ΑΒΓΔ, ἐπεζεύχθωσαν αὐτῶν διαγώνιοι αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ ἴση ἔστω ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ, λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ συναμφοτέροις τοῖς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΓΔ, καὶ ΑΔ, ΒΓ, περιεχομένοις ὀρθογωνίοις. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἴση (ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς περιφερείας τῆς ΑΒ βεβήκασι), λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΔ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΖΓ ἐστὶν ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΒΓΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΔ ΓΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΑ ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῇ ὑπὸ ΓΒΔ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΖ ἴση τῇ ὑπὸ ΒΔΓ· δῆλον ἄρα ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΖΑ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ

énoncés, c'est-à-dire de la soutendante de 36 degrés, et de celles de 72, de celles de 60, de 90, de 120 et de 144, et enfin de celle de 108, il expose un lemme très-commode pour trouver les autres soutendantes, d'une manière plus expéditive. En voici l'énoncé : Si l'on inscrit un quadrilatère dans un cercle, le rectangle formé des diagonales est égal aux deux rectangles des côtés opposés du quadrilatère. La démonstration qu'il en donne est bien évidente. Il y a seulement une petite circonstance que nous ne voulons point passer sous silence; c'est qu'il a supposé dans sa démonstration, que les deux angles provenant de la section de l'angle par chaque diagonale, sont inégaux. Pour ne rien laisser à désirer dans ce théorème, nous allons le démontrer pour le cas où ces angles seroient égaux.

(F. 46.) Soit donc ABGD le cercle où ce quadrilatère est inscrit. Joignons-y les diagonales AG, BD, et soit l'angle ABD égal à l'angle GBD. Je dis que le rectangle construit sur AG et BD, est égal aux deux rectangles construits sur AB et GD, et sur LA et BG. En effet, puisque l'angle ABD est égal à l'angle GBD, et que l'angle BDA est égal à l'angle BGA (car ils sont appuyés sur le même arc AB), il s'ensuit que l'angle BAD est égal à l'autre angle BZG, et par conséquent, que le triangle ABD est équiangle au triangle BGZ. Donc, comme BD est à DA, ainsi BG est à GZ. C'est pourquoi, le rectangle contenu dans BD, GZ est égal au rectangle contenu dans DA, BG. De plus, puisque l'angle ABD est égal à l'angle GBD, et que l'angle BAZ est égal à l'angle BDG, il est évident que l'angle BZA est égal l'angle BGD. Donc, comme BD est à

DG, ainsi BA est à AZ. Par conséquent, le rectangle de BD par AZ est égal au rectangle de DG par BA. Or il a été démontré auparavant, que le rectangle de BD par GZ est égal au rectangle de DA par BG. Donc le rectangle AG BD, est égal à la somme des deux rectangles AB, DG, et AD, BG.

Après la démonstration de ce lemme, Ptolemée passe à l'évaluation des autres soutendantes; car, reprenant le demi-cercle ABGD décrit sur le diamètre AD, (Fig. 47.) et menant per les extrémités du diamètre les deux droites données AB, AG, puis joignant BG, il dit que cette dernière droite est donnée par ce moyen. Ce qui est vrai; car, joignant encore BD et GD, il dit que ABGD est un quadrilatère inscrit au cercle. Donc le rectangle de AG par BD est égal aux deux rectangles de AB par GD, et de AD par BG. Et puisque AB et AG sont données, BD et GD sont aussi données, parce qu'elles soutendent les restes du demi-cercle. Or le diamètre AD est donné, donc les cinq droites AB, AG, BD, GD, AD, sont aussi données. Et puisque le rectangle de AG par BD est égal à la somme des deux rectangles AB par GD, et AD par BG, si du rectangle donné AG BD, nous retranchons le rectangle donné AB GD, restera le rectangle AD BG, dont on connoît AD, par conséquent la droite BG deviendra connue.

Nous voyons ainsi clairement que, si deux arcs sont donnés, ainsi que leurs soutendantes, la droite qui soutend la différence des deux arcs, sera aussi donnée. Il est évident que, par ce théorème, nous inscrirons encore bien d'autres droites, et particulièrement la soutendante de l'arc de 12 degrés, puisque nous avons celle de 60 et celle de 72 degrés.

ΒΑ πρὸς τὴν ΑΖ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΔ ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΓ ΒΑ. Ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τοῦ ΒΔ, ΓΖ, ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΔΑ ΒΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ, ἴσον ἐστὶ συναμφοτέροις τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΒ ΔΓ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΒΓ.

Ἀποδείξας οὖν τὸ τοιοῦτον λημμάτιον, ἐξῆς προσχρῆται αὐτῷ εἰς ἑτέρων εὐθειῶν κατάληψιν. Καὶ ἐκθέμενος πάλιν ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓΔ, περὶ διάμετρον τὴν ΑΔ, καὶ διαγαγὼν ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου δύο δεδομένας εὐθείας τὰς ΑΒ ΑΓ, καὶ ἐπιζεύξας τὴν ΒΓ, φησὶν, λέγω ὅτι καὶ αὐτὴ δέδοται. Ἐπιζεύξας γὰρ πάλιν τήν τε ΒΔ καὶ τὴν ΓΔ, ἐρεῖ ὅτι ἐν κύκλῳ τετράπλευρον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ ἴσον ἐστὶ συναμφοτέροις τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΒ ΓΔ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΒΓ. Καὶ ἐπεὶ δέδονται ἥ τε ΑΒ καὶ ἡ ΑΓ, δέδονται, ἄρα καὶ αἱ ΒΔ, ΓΔ, διὰ τὸ λειπεῖν αὐτὰς εἰς τὸ ἡμικύκλιον. Δέδοται δὲ καὶ ἡ ΑΔ διάμετρος, δέδονται ἄρα αἱ $\overline{\varepsilon}$ αἱ ΑΒ, ΑΓ, ΒΔ, ΓΔ, ΑΔ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ ἴσον ἐστὶ συναμφοτέροις τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΒ ΓΔ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΒΓ, κἂν ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ δεδομένου ἀφέλωμεν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΓΔ δεδομένον, καταλειφθήσεται καὶ λοιπὸν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΒΓ δεδομένον, καὶ δέδοται ἡ ΑΔ· δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΒΓ εὐθεῖα.

Καὶ φανερὸν ἡμῖν γέγονε ὅτι ἐὰν δοθῶσι δύο περιφέρειαι, καὶ αἱ ὑπ' αὐτὰς εὐθεῖαι, καὶ ἡ τὴν ὑπεροχὴν τῶν δύο περιφερειῶν ὑποτείνουσα εὐθεῖα δοθήσεται. Δῆλον δὲ ὅτι διὰ τούτου τοῦ θεωρήματος ἄλλας τε οὐκ ὀλίγας εὐθείας ἐγγράψομεν, καὶ δὴ καὶ τὴν ὑπὸ τὰς ιβ μοίρας, ἐπειδήπερ ἔχομεν τὴν ὑπὸ τὰς ξ, καὶ τὴν ὑπὸ τὰς οβ.

Φανερὸν δέ φησιν ὅτι διὰ τούτου τοῦ λημματίου ἄλλας τε οὐκ ὀλίγας εὐθείας εἰς τὸν κανόνα ἐγγράψομεν, καὶ δὴ καὶ τὰς ὑπὸ τὰς τῶν δεδομένων περιφερειῶν, ὧν αἱ ὑπ' αὐτὰς εὐθεῖαι δέδονται, ὑπεροχὰς ὑποτεινούσας εὐθείας. Διαγαγόντες γὰρ πάλιν ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου τὴν ὑποτείνουσαν τὰς λς μοῖρας τῆς περιφερείας, καὶ τὴν τὰς ξ, εὑρήσομεν καὶ τὴν ὑποτείνουσαν τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν, τουτέστι τὰς κδ. Καὶ πάλιν διαγαγόντες τὴν ὑποτείνουσαν τὰς κδ καὶ τὰς οβ, εὑρήσομεν καὶ τὴν ὑποτείνουσαν τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὰς μη. Καὶ πάλιν διαγαγόντες τὴν ὑπὸ τὰς μη, καὶ τὴν ὑπὸ τὰς ζ, εὑρήσομεν καὶ τὴν ὑποτείνουσαν τὰς μβ, καὶ ὁμοίως πλείστας εὑρήσομεν. Καὶ δὴ, ὡς ἔφη, καὶ τὴν ὑπὸ τὰς ιβ μοῖρας τῆς περιφερείας ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν, ἐπειδήπερ ἔχομεν τὴν ὑπὸ τὰς ξ, καὶ τὴν ὑπὸ τὰς οβ. Ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς ὑποθέμενος τήν τε ΑΒ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰν, τμημάτων οὖσαν ξ, οἵων ἡ διάμετρος ρκ, ὑποτείνουσαν δὲ περιφέρειαν μοιρῶν ξ, οἵων ὁ κύκλος τξ, καὶ τὴν ΑΓ τοῦ πενταγώνου πλευρὰν, τμημάτων οὖσαν ο λβ γ'', ὑποτείνουσαν δὲ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν μοιρῶν οβ, λέγω, φησὶν, ὅτι καὶ ἡ ΒΓ εὐθεῖα δέδοται, ἥτις ὑποτείνει περιφέρειαν μοιρῶν ιβ, ὑπεροχὴν οὖσαν τῶν οβ πρὸς τὰς ξ. Ἐπεὶ γὰρ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ διαγωνίων, ἴσον ἐστὶ συναμφοτέροις τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΒ ΓΔ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΒΓ, τουτέστι τῆς ἀπεναντίον. Καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ διαγωνίων ζτλ ζ λδ''. Ἐπειδήπερ ἡ μὲν ΑΓ εὐθεῖα τμημάτων ἐστὶν ο λβ γ'', ὑπο-

Il est clair, continue-t-il, que nous pourrons insérer dans la table des soutendantes, d'autres droites qui ne sont pas en petit nombre, savoir celles qui soutendent les différences des arcs donnés dont les soutendantes sont données; car, menant encore depuis l'extrémité du diamètre la soutendante de l'arc de 36 degrés, et celle de 60, nous trouverons la soutendante de leur différence, c'est-à-dire celle de 24 degrés. Et menant encore les soutendantes de 24 et de 72 degrés, nous aurons la soutendante de 48 degrés, qui est celle de leur différence. Puis menant les soutendantes de 48 et de 90, nous obtiendrons celle de 42. Nous trouverons de cette manière la plupart des soutendantes, et particulièrement, dit-il, celle de l'arc de 12 degrés, puisque nous avons celles de 60 et de 72. Car dans cette figure, supposant que AB est le côté de l'hexagone, de 60 des 120 parties du diamètre, et qui soutend l'arc de 60 des 360 parties du cercle, et que AG est le côté du pentagone, de 70 p 32′ 3″, qui soutend l'arc ABG de 72 degrés, je dis, continue-t-il toujours, que la droite BG, soutendante de l'arc de 12 degrés, différence de 72 à 60, est donnée. Car, puisque ABGD est un quadrilatère inscrit dans le cercle, le rectangle des diagonales AG, BD, est égal aux deux rectangles AB, GD, et AD, BG, c'est-à-dire aux rectangles faits sur les côtés opposés. Or le rectangle des diagonales est de 7330p 7′ 34″, puisque la droite AG est de 70.d 32′ 3″, car elle soutend l'arc de 72 de-

grés, et que la droite BD est de 103 p 55′ 23″ et soutend l'arc de 120 degrés qui, avec 60, complète le demi-cercle; ainsi, le produit de 70 p 32′ 3″ par 103 p 55′ 23″ fait le nombre ci-dessus 7330 p 7′ 34″. Or le rectangle de AB par GD est de 5824 p 56, parce que AB est de 60 p, et que GD, soutendante de l'arc GD de 108 degrés de l'arc AG, qui complète le demi-cercle, est de 97 p 4′ 56″. (Théon met ici 1″ pour les 30‴ comme Ptolemée dans sa table des cordes). Le produit de 60 par 97 p 4′ 56″, est 5824 p 4′ 56′. Si donc de 7330 p 7′ 34″, c'est-à-dire du rectangle AGBD, nous ôtons 5824 p 56′, c'est-à-dire le rectangle ABGD, restera le rectangle ADBG de 1505 p 11′ 34″. Mais le diamètre AD est de 120 p, donc la droite qui soutend l'arc de 12 degrés, sera de 12 p 32′ 36″, comme elle est marquée dans la table.

τείνει γὰρ περιφέρειαν μοιρῶν οϐ, ἡ δὲ ΒΔ μοιρῶν ρϙ νε′ κϛ″, ὑποτείνει γὰρ τὰς λειπούσας τῶν ξ εἰς τὸ ἡμικύκλιον ρκ, καὶ γίνεται τὸ ὑπὸ ο λϐ′ γ″, καὶ ρϙ νε′ κϛ″, τῶν εἰρημένων ζτλ ζ′ λδ″. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΓΔ, εωκδ νς′, διὰ τὸ τὴν μὲν ΑΒ εὐθεῖαν εἶναι ξ, τὴν δὲ ΓΔ ὑποτείνουσαν τὴν ΓΔ περιφέρειαν λείπουσαν τῇ ΑΓ εἰς τὸ ἡμικύκλιον μοιρῶν ρη, τμημάτων εἶναι ϛζ δ′ νς″. Καὶ γίνεται πάλιν τὸ ὑπὸ ξ καὶ ϛζ δ′ νς″, εωκδ νς′. Ἐὰν οὖν ἀπὸ τῶν ζτλ ζ′ λδ″, τουτέστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ ἀφέλωμεν τὰ εωκδ νς′, τουτέστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ΓΔ, καταλειφθήσεται τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΒΓ, αφε ιά′ λδ″. Ἀλλ' ἡ ΑΔ διάμετρος ἐστὶν ρκ, καὶ λοιπὴ ἡ ΒΓ εὐθεῖα ὑποτείνουσα περιφέρειαν μοιρῶν ιϐ, ἔσται τμημάτων ιϐ λϐ′ λς″, ἀκολούθως τῇ τοῦ κανόνος ἐκδόσει.

Tout cela étant prouvé, il expose un autre théorème dans lequel il montre comment un arc étant donné, avec la droite qui le soutend, la soutendante de la moitié de cet arc est donnée (F. 48). Il décrit encore le demi-cercle ABG sur le diamètre AG, et prenant l'arc BG donné, et la soutendante donnée de cet arc, puis coupant en deux également l'arc BG au point D, et joignant DG, il démontre que cette droite qui soutend la moitié de l'arc donné BG est aussi donnée. En effet, joignant les droites AB, AD, BD, et abaissant de D sur AG, la perpendiculaire DZ, il fait AE égale à AB, et joignant DE, je dis (c'est lui qui parle) que ZG est la moitié de la différence entre AG et AB, cela servant beaucoup à abré-

Τούτου προδειχθέντος, ἑξῆς ἐκτίθεται ἕτερον θεώρημα, ἐν ᾧ ἀποδείκνυσι πῶς ἂν δοθείσης τινὸς περιφερείας, καὶ τῆς ὑπ' αὐτὴν εὐθείας, ἡ τὴν ἡμίσειαν τῆς αὐτῆς περιφερείας ὑποτείνουσα δοθῇ. Καὶ ἐκθέμενος πάλιν ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ, ἐπὶ διαμέτρου τῆς ΑΓ, καὶ ἀπειληφὼς τὴν ΒΓ περιφέρειαν δοθεῖσαν, καὶ τὴν ὑπ' αὐτὴν περιφέρειαν εὐθεῖαν δοθεῖσαν, καὶ τεμὼν δίχα τὴν ΒΓ περιφέρειαν κατὰ τὸ Δ, καὶ ἐπιζεύξας τὴν ΔΓ, δείκνυσι καὶ ταύτην δεδομένην ὑποτείνουσαν τὴν ἡμίσειαν τῆς δοθείσης περιφερείας τῆς ΒΓ. Ἐπιζεύξας γὰρ τὰς ΑΒ ΑΔ ΒΔ, καὶ κάθετον ἀπὸ τοῦ Δ ἀγαγὼν ἐπὶ τὴν ΑΓ τὴν ΔΖ, ὑποθέμενός τε ἴσην τῇ ΑΒ τὴν ΑΕ, καὶ ἐπι-

ζεύξας τὴν ΔΕ, λέγω φησὶν ὅτι ἡ ΖΓ ἡμίσεια ἐστὶ τῆς ὑπεροχῆς τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΑΒ, ὡς συντελοῦντος ἐν αὐτῷ τούτου εἰς τὸ πρόχειρον τῆς προκειμένης ἀποδείξεως. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΑΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΔ, ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ ἴση, ἐπεὶ καὶ ἡ ΓΔ περιφέρεια τῇ ΔΒ· βάσις ἄρα ἡ ΒΔ εὐθεῖα, βάσει τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴση. Ἀλλὰ ἡ ΒΔ τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΕΔ ἄρα τῇ ΔΓ ἐστὶν ἴση. Ἰσοσκελὲς ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΕΓ τρίγωνον, καὶ ἐπεὶ ἐν ἰσοσκελεῖ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΔΖ, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΖΓ, ἡμίσεια ἄρα ἡ ΖΓ τῆς ΕΓ. Ἀλλὰ ἡ ΕΓ ὑπεροχή ἐστι τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΑΒ, καὶ ἡ ΖΓ ἄρα ἡμίσεια ἐστὶ τῆς τῶν αὐτῶν ὑπεροχῆς. Καὶ ἐπεὶ ὑπόκειται δοθεῖσα ἡ ΒΓ εὐθεῖα, δέδοται δὲ καὶ ἡ ΒΑ λείπουσα αὐτῇ εἰς τὸ ἡμικύκλιον, τουτέστιν ἡ ΑΕ. Δοθείσης δὲ καὶ τῆς διαμέτρου τῆς ΑΓ, καὶ λοιπὴ ἡ ΕΓ δέδοται, ὥστε καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς ἡ ΖΓ ἔσται δεδομένη. Καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ ἐν ἡμικυκλίῳ οὖσα, ὀρθὴ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΖΓ, καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τοῦ τε ΑΔΓ ὀρθογωνίου, καὶ τοῦ ΔΖΓ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΓΔΖ ἴση ἐστίν. Ἰσογώνια ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΔΓ, ΔΖΓ τρίγωνα. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΖ· αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι, αἱ ΑΓ, ΓΔ, ΓΖ, ἀνάλογόν εἰσι. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ. Καὶ ἐπεὶ δέδοται ἡ ΑΓ, δέδοται δὲ καὶ ἡ ΓΖ· δέδοται ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΖ, ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ δέδοται, καὶ αὐτὴ ἡ ΓΔ ἔσται δεδομένη μήκει, ἥτις ὑποτείνει τὴν ἡμίσειαν τῆς ΒΓ περιφερείας δοθείσης, καὶ φησί.

Καὶ διὰ τούτου δὴ πάλιν τοῦ θεωρήματος,

ger la démonstration. Car puisque AB est égale à AE, et que AD est commune, l'angle BAD étant égal à l'angle DAG, par la raison que l'arc GD est égal à l'arc DB, il s'ensuit que la base qui est la droite BD est égale à la base DE. Mais BD est égale à DG, donc ED est égale à DG. Par conséquent le triangle DEG est isoscèle; et comme par la perpendiculaire DZ abaissée du sommet du triangle isoscèle, EZ est égal à ZG, il s'ensuit que ZG est la moitié de EG. Mais EG est la différence entre AG et AB, donc ZG est la moitié de cette différence, et puisque la droite BG est supposée donnée, la droite BA qui est la soutendante du supplément de son arc au demi-cercle, c'est-à-dire la droite AE est aussi donnée. Mais le diamètre AG étant donné, sa portion EG qui est l'autre droite est aussi donnée, donc ZG qui en est la moitié sera donnée. Et puisque l'angle ADG dans le demi-cercle est droit, et que l'angle DZG est droit aussi, l'angle AGD étant commun aux triangles rectangles ADG et DZG, il s'ensuit que l'angle DAG est égal à l'angle GDZ. Donc les triangles ADG, DZG sont équiangles. Par conséquent, comme AG est à GD, ainsi DG est à GZ. Les trois droites AG, GD, GZ sont donc en proportion. C'est pourquoi le rectangle ADGZ est égal au carré de DG. Et puisque AG est donné, et que GD est aussi donné, on aura donc le rectangle de AG et GZ, et par conséquent le carré de GD, et GD qui soutend la moitié de l'arc BG donné, sera donné de longueur.

Ptolemée dit ensuite que ce théorème

servira à prendre nombre d'autres soutendantes, et le reste. Mais voici comme nous démontrons que AZ est plus grande que AB, c'est-à-dire que AE étant prise depuis A égale à AB, le point Z est entre E et G. Joignons ZB. Puisque GD est plus grande que DZ, et que GD est égale à DB, la droite BD est donc plus grande que la droite DZ. Par conséquent l'angle BZD est plus grand que l'angle DBZ, et puisque l'angle ABD compris dans moins que le demi-cercle, est plus grand que l'angle droit DZA, de la quantité dont l'angle DBZ est plus petit que l'angle BZD, il s'ensuit que l'autre angle ABZ est beaucoup plus grand que l'angle AZB, ainsi le côté AZ est plus grand que le côté AB, c'est-à-dire que AE. Or on trouve de la manière suivante, par le calcul, que la soutendante de $1\frac{1}{2}$ degré, est d'environ $1^{p}\ 34'\ 15''$ des 120 parties du diamètre, et celle de $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ de $0^{p}\ 47'\ 8''$ des mêmes parties, à très-peu près.

(Fig. 48). Car supposons que, d'après ce même théorème, on ait trouvé par la soutendante de 12 degrés, celle de 6 et celle de 3; que celle de 3 degrés soit, comme elle est marquée dans la table, de $3^{p}\ 8'\ 28''$, et qu'il s'agisse de trouver par le calcul la soutendante de $1^{d}\ \frac{1}{2}$, telle qu'elle est marquée de $1^{p}\ 34'\ 15''$, dans la table. Supposons donc l'arc BDG de 3 degrés; et la soutendante $= 3^{p}\ 8'\ 28''$. La droite AB qui soutend les 177 degrés restants du demi-cercle sera, comme dans la table, de $119^{p}\ 57'\ 32''$, valeur de AE, la portion restante EG sera de $2'\ 28''$, et sa moitié sera $1'\ 14''$. Or le diamètre AG est de 120^{p}, donc le rectangle AG GZ, c'est-à-dire le carré de DG, sera de $2^{p}\ 28'$, par

καὶ ἄλλαι τε πλεῖσαι ληφθήσονται, καὶ τὰ ἑξῆς. Ὅτι δὲ μείζων ἐστὶν ἡ AZ τῆς AB, τουτέστιν ὅτι ἀπὸ τοῦ A τῇ AB ἴσης τιθεμένης τῆς AE, τὸ Z μεταξὺ τῶν E Γ πίπτει, δείξομεν οὕτως. Ἐπεζεύχθω ἡ ZB· καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΔZ, ἴση δὲ ἡ ΓΔ τῇ ΔB· μείζων ἄρα καὶ ἡ BΔ τῆς ΔZ, ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ BZΔ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔBZ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ABΔ γωνία ἐν ἐλάσσονι οὖσα ἡμικυκλίου, μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔZA ὀρθῆς, ὧν ἡ ὑπὸ ΔBZ ἐλάττων ἐστὶ τῆς ὑπὸ BZΔ, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ABZ πολλῷ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ AZB, ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ AZ πλευρᾶς τῆς AB, τουτέστι τῆς AE μείζων ἐστίν. Εὑρίσκεται δὲ ἐκ τῶν ἐπιλογισμῶν ἡ μὲν τὴν $\bar{\alpha}\ \varsigma''$ μοῖραν ὑποτείνουσα εὐθεῖα τοιούτων $\bar{\alpha}\ \lambda\delta'\ \iota\varepsilon''$ ἔγγιστα, οἵων ἐστὶν ἡ διάμετρος $\rho\bar{\kappa}$, ἡ δὲ ὑπὸ τὴν $\varsigma''\ \delta'$ τῶν αὐτῶν $\bar{o}\ \mu\zeta'\ \eta''$ ἔγγιστα τὸν τρόπον τοῦτον.

Ἔστω γὰρ διὰ ταῦ αὐτοῦ θεωρήματος ἐκ τῆς ὑπὸ τὰς $\iota\bar{\beta}$ μοῖρας εὑρεθεῖσα, ὡς ἔφαμεν, ἥ τε ὑπὸ τὰς $\varsigma\bar{}$ καὶ ἡ ὑπὸ τὰς $\gamma\bar{}$. Καὶ ἔστω ἡ ὑπὸ τὰς $\gamma\bar{}$ μοῖρας ὑποτείνουσα εὐθεῖα, καθὼς ἐν τῷ κανόνι ἔγκειται, τμημάτων $\gamma\bar{}\ \eta'\ \kappa\eta''$, καὶ δέον ἔστω εὑρεῖν ἡμᾶς διὰ τῶν ἐπιλογισμῶν τὴν ὑπὸ τὴν $\alpha\bar{}\ \varsigma''$, καθάπερ αὐτὸς ἐξέθετο τμημάτων οὖσαν $\bar{\alpha}\ \lambda\delta'\ \iota\varepsilon''$. Ὑποκείσθω οὖν ἡ BΓΔ περιφέρεια μοιρῶν γ, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα $\gamma\ \eta'\ \kappa\eta''$, ἔσται ἄρα καὶ ἡ AB εὐθεῖα ὑποτείνουσα τὰς λειπούσας εἰς τὸ ἡμικύκλιον μοῖρας ροζ, διὰ τῶν αὐτῶν κατειλημμένη, καθὼς καὶ ἡ τοῦ κανόνος ἔκθεσις περιέχει ριθ νζ' λϐ'', τουτέστιν ἡ AE, καὶ λοιπὴ πάλιν ἡ EΓ ἔσται $\bar{o}\ \beta'\ \kappa\eta''$, ἡ δὲ ZΓ ἡμίσεια αὐτῆς οὖσα $\bar{o}\ \alpha'\ \iota\vartheta''$. Ἔστι δὲ καὶ ἡ AΓ διάμετρος ρκ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν AΓ, ΓZ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ,

συναχθήσεται μοιρῶν β κή'. Καὶ μήκει ἄρα ἡ ΔΓ ἔσαι ᾱ λδ' ιε'' εὑρημένη κατὰ τὴν προεκτεθειμένην ἡμῖν μέθοδον.

Οὕτως διαγράψας τετράγωνον χωρίον, ἀφαιρῶ ἐξ αὐτοῦ ἔλασσον τετράγωνον, οὗ ἡ πλευρὰ μοίρας ἐσὶ ᾱ, καὶ τὸ ἐμβαδὸν ὁμοίως μοίρας α· οὗτος γὰρ ὁ ἀριθμός ἐσὶν ἔγγισα ἐλάσσων τετράγωνος τοῦ ἀριθμοῦ, οὗ ἡ τετραγωνικὴ ζητεῖται πλευρά. Καὶ ἀφαιρῶ τὴν μοῖραν ἐκ τῶν β κή, τὴν λοιπὴν μοῖραν ᾱ ἀναλύω εἰς ἑξηκοσὰ πρῶτα ξ. Τούτοις προσίθημι καὶ τὰ κή· γίνονται ὁμοῦ πή. Ταῦτα μερίζω περὶ τὸν διπλασίονα τῆς ᾱ μοίρας, τουτέσι τὸν β, καὶ γίνεται ὁ μερισμὸς περὶ τὸν λδ'. Δὶς δὲ τὰ λδ', γίνονται ξή, ὧν ἀφαιρουμένων ἐκ τῶν πή, καταλείπονται ἑξηκοσὰ πρῶτα κ', καὶ ἀναλύων αὐτὰ εἰς δεύτερα, τὰ γινόμενα ἑξηκοσὰ δεύτερα ας, ἀφαιρῶ ἀπὸ τούτων τὸν ἀπὸ τῶν λδ' πρώτων ἑξηκοσῶν τετράγωνον γινόμενον β ἑξηκοσῶν αρνς'', καὶ καταλείπονταί μοι β ἑξηκοσὰ μδ''. Καὶ πάλιν μερίζω ταῦτα περὶ τὸν διπλασίονα τῆς ᾱ μοίρας, καὶ τῶν λδ' πρώτων ἑξηκοσῶν, τουτέσι περὶ μοῖρας γ̄ ἑξηκοσὰ πρῶτα ή, καὶ γίνεται ὁ μερισμὸς περὶ τὸν ιε' ἔγγισα, καὶ εὑρηταί μοι ἡ τὴν ᾱ ς'' μοῖραν τῆς περιφερείας ὑποτείνουσα εὐθεῖα τμημάτων ᾱ λδ' ιε'' ἔγγισα. Καὶ ὁμοίως τοῖς αὐτοῖς ἐπιλογισμοῖς καταχρώμενοι, εὑρήσομεν καὶ τὴν ὑπὸ ς'' δ' τῆς περιφερείας ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν, ο̄ μζ' η'' ἔγγισα οὕτως. Ἀπειλήφθω γὰρ πάλιν ἡ ΒΓΔ περιφέρεια μοίρας ᾱ ς'', καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ δεδειγμένη τμημάτων ᾱ λδ' ιε''. Ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῶν μυρίων αδυ τοῦ ἀπὸ τῆς διαμέτρου ἀφέλω τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ συναγόμενον β κή γ'', τῶν λοιπῶν μυρίων ᾱ δτ ζξ' λα'

conséquent la droite DG vaudra 1 ᵖ 34′ 15″, suivant la méthode exposée ci-dessus.

Traçant donc un espace carré (Fig. 49), j'en retranche le carré contenu dans ce nombre. Le côté en est 1, et la surface 1 également. Car c'est-là le carré le plus voisin et moindre que le nombre dont nous cherchons le côté radical (la racine carrée). Je retranche 1ᵖ de 2ᵖ 28′; je réduis l'unité restante en 60 primes auxquelles j'ajoute les 28′, la somme est 88′ que je divise par le double de 1 ᵖ, c'est-à-dire par 2; le quotient étant 34′, deux fois 34′ donnent 68′ qui, retranchés de 88″, laissent 20 primes. Je réduïs ces 20′ en 1200 secondes, j'en retranche le carré 1156″ de 34′, et il me reste 44″. Je divise encore ce dernier nombre par le double de 1ᵖ 34′, c'est-à-dire par 3ᵖ 8′. Le quotient est à peu près 15 (par le diviseur 3 seulement), et je trouve par ce moyen que la droite qui soutend 1 $\frac{1}{2}$ degré de la circonférence du cercle est de 1 ᵖ 34′ 15″ à très-peu près. Nous trouverons aussi, par les mêmes calculs, que la soutendante de l'arc de $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ de degré est à peu près de 47′ 8″, car faisons actuellement l'arc BDG de 1 $\frac{1}{2}$ degré, et joignons BG qui vient d'être démontrée valoir 1 ᵖ 34′ 15″. Si du carré 14400 des parties du diamètre, je retranche le carré 2ᵖ 28′ 3″, des parties de BG, restent 14397 ᵖ 31′ 57″, carré de la soutendante BA, c'est-à-dire de AE, dont la longueur est, par conséquent, de 119 ᵖ 59′ 22″ 59‴, la portion restante EG vaudra donc o ᵖ α′

37″ 1‴; et sa moitié ZG, 18″ 30‴ 30 ⁗. Mais le rectangle de AG par GZ, c'est-à-dire le carré de DG est de (il y a ici une faute dans le grec qui met 2071, ainsi que Viviani) 2221′, par conséquent la longueur de cette droite est de 47′ 7″ 39‴, que Ptolemée exprime d'une manière approximative par 47′ 8″.

Il donne ensuite un autre théorème qui lui sert pour la composition des nombres de sa table. Il l'appelle le théorème de l'opération par composition, et il y démontre que si deux arcs sont donnés avec leurs soutendantes, la droite qui soutend leur somme sera aussi donnée. C'est en quelque sorte l'inverse du théorème précédent, pas en tout cependant; car dans l'un prenant l'arc donné et sa soutendante, et coupant l'arc en deux portions égales, il a montré la valeur de la soutendante de la moitié de l'arc entier. Mais ici en prenant les arcs particuliers leurs soutendantes, il donne la valeur de la soutendante de l'arc entier. Ce théorème-ci et l'inverse de l'autre ont donc cela de différent, que celui-ci opère sur des arcs inégaux et des soutendantes inégales.

Prenant donc le cercle ABGD décrit sur le diamètre et autour du centre Z (Fig. 50), et prenant depuis l'extrémité A du diamètre deux arcs quelconques AB, BG données, moindres que la demi-circonférence et dont les soutendantes sont données, je dis, ce sont les paroles de Ptolemée, que la soutendante de la somme des deux arcs, c'est-à-dire la droite AG est donnée. Car tirant du point B le diamètre BZE, et joignant BD, DE, GE, GD, de ce que AB est donnée, il suit que BD l'est aussi. Mais la droite BG

νζ″, ἔσται τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ, αὐτὴ δὲ μήκει ἔσται ριθ νθ′ κϐ′ νθ‴, καὶ λοιπὴ ἡ ΕΓ, ο̄ ο̄ λζ′ α‴, ἡ δὲ ἡμίσεια αὐτῆς ἡ ΖΓ ο̄ ο̄ ιη″ λ‴ λ⁗. Τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΖ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ, ἑξηκοστὰ β βο″ α‴, καὶ μήκει αὐτὴν τὴν ΔΓ τῶν εἰρημένων ο̄ μζ ζ″ λθ″, ἃ φησὶν αὐτὸς ο̄ μζ′ η″ ἔγγιστα.

Ἐξῆς δὲ πάλιν ἐκτίθεται θεώρημα ἕτερον, συντελοῦν αὐτῷ πρὸς τὴν σύνθεσιν τῶν ἐν τῷ κανόνι, ὃ καλεῖται κατὰ σύνθεσιν, ἐν ᾧ ἀποδεικνύει ὅτι ἐὰν δοθῶσι β περιφέρειαι, καὶ αἱ ὑπ' αὐτὰς εὐθεῖαι, καὶ ἡ συναμφοτέρας τὰς περιφερείας ὑποτείνουσα δοθήσεται· ἔχον μὲν οἰκειότητα τινὰ ἀντιστροφῆς πρὸς τὸ πρὸς ἑαυτοῦ, οὐ καθόλου δὲ. Ἐκεῖ μὲν γὰρ λαμβάνων τὴν περιφέρειαν δεδομένην, καὶ τὴν ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖαν, τέμνων τὴν περιφέρειαν δίχα, ἐδείκνυε τὴν ὑποτείνουσαν τὸ ς̄ τῆς ὅλης περιφερείας. Ἐνθάδε δὲ λαμβάνων τὰς κατὰ μέρος περιφερείας καὶ τὰς ὑπ' αὐτὰς εὐθείας, δείκνυσι τὴν ὑποτείνουσαν τὴν ὅλην περιφέρειαν. Παραλλάττει οὖν πρὸς τὴν ἀντιστροφὴν, τῷ καὶ ἀνίσους τὰς περιφερείας, δηλαδὴ καὶ τὰς εὐθείας ἐπὶ τούτου λαμβάνεσθαι.

Ἐκθέμενος οὖν πάλιν κύκλον τὸν ΑΒΓΔ, περὶ διάμετρον τὴν ΑΔ, οὗ κέντρον τὸ Ζ, καὶ ἀπειλημμένως ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου κατὰ τὸ Α δύο τυγχανούσας περιφερείας τὰς ΑΒ ΒΓ, δοθείσας συναμφοτέρας ἐλάσσονας ἡμικυκλίου, ὧν καὶ αἱ ὑποτείνουσαι εὐθεῖαι δοθεῖσαι εἰσί. Λέγω δὴ φησὶ ὅτι καὶ ἡ συναμφοτέρας τὰς περιφερείας ὑποτείνουσα, τουτέστιν ἡ ΑΓ εὐθεῖα δέδοται. Διαγαγὼν γὰρ ἀπὸ τοῦ Β διάμετρον τὴν ΒΖΕ, καὶ ἐπιζεύξας

τὰς ΒΔ, ΔΕ, ΓΕ, ΓΔ, ἑξῆς ἐρεῖ, δέδοται ἡ ΑΒ, καὶ λοιπὴ ἡ ΒΔ δέδοται. Δέδοται δὲ καὶ ἡ ΒΓ εὐθεῖα· δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΓΕ, διὰ τὸ λείπειν εἰς τὸ περὶ τὴν ΒΕ, καὶ διάμετρον ἡμικύκλιον. Καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΓΒΔΕ, καὶ διηγμέναι εἰσὶν ἐν αὐτῷ δύο διαγώνιοι αἱ ΒΔ, ΓΕ δεδομέναι, δέδοται τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΓΕ, δέδοται δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΔΕ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΓΔ δέδοται. Καὶ δέδοται ἡ ΒΕ διάμετρος, καὶ λοιπὴ ἡ ΓΔ. Δέδοται δὲ καὶ ἡ ΑΔ διάμετρος· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα δέδοται, διὰ τὸ λείπειν αὐτοῦ εἰς τὸ ἡμικύκλιον

Λέγω δὴ ὅτι κἂν συναμφότερος ἥ τε ΑΒ περιφέρεια καὶ ἡ ΒΓ μεῖζων ᾖ ἡμικυκλίου, δοθήσεται ἡ ΑΓ εὐθεῖα. Ὡς γὰρ ἐπὶ τῆς ἐνταῦθα καταγραφῆς διαχθείσης τῆς ΒΖΔ διαμέτρου, καὶ ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΑΔ ΔΓ, ἐπεὶ δέδοται ἡ ΒΓ, δέδοται καὶ ἡ ΓΔ. Καὶ ὁμοίως δεδομένης τῆς ΒΑ, δέδοται καὶ ἡ ΑΔ. Καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΒΑΔΓ, δέδοται ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ ΑΓ, καὶ δέδοται ἡ ΒΔ διάμετρος, δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΔΓ. Ὅστε καὶ καθόλου, ἐὰν δοθῶσι τινὲς οὕτω περιφέρειαι καὶ αἱ ὑπ' αὐτὰς εὐθεῖαι, καὶ ἡ συναμφοτέρας τὰς περιφερείας ὑποτείνουσα δοθήσεται, διὰ τοῦ τοιούτου θεωρήματος.

Φανερὸν δὴ ὅτι συντιθέντες ἀεὶ μετὰ τῶν προεκτεθειμένων πασῶν, καὶ τὸ ἑξῆς. Καὶ φανερὸν, φησὶν, ὡς ὅτι ἔχοντες ἐκ τοῦ τῆς διχοτομίας θεωρήματος τὴν ὑπὸ τὴν $\bar{\alpha}$ ς'' μοῖραν καὶ τὴν ὑπὸ τὰς $\bar{\gamma}$, ἐὰν ἑξῆς τῆς ὑπὸ τὰς $\bar{\gamma}$ ἐγγράψωμεν τὴν ὑπὸ τὴν $\bar{\alpha}$ ς'', ἀκολούθως τῷ προκειμένῳ θεωρήματι ἐπιλογιζόμενοι, τὴν τὰς συντεθειμένας ὑφ' ἓν

est donnée, donc l'arc GE l'est aussi, parce que c'est la soutendante du reste du demi-cercle appuyé sur le diamètre BD. Puisque BGDE est un quadrilatère inscrit au cercle, dont les diagonales sont BD et GE, et que le rectangle BG, DE est donné, il s'ensuit que le rectangle BE, GD, est aussi donné; mais le diamètre BE est donné, ainsi que GD, et le diamètre AD est donné, donc la soutendante AG est aussi donnée, puisqu'elle est la corde de l'arc qui complète le demi-cercle.

Or je dis que si la somme de l'arc AB et de l'arc BG est plus grande que le demi-cercle, la droite AG sera donnée. En effet menant, comme dans la présente figure 51, le diamètre BZD, et joignant les droites AD, DG, puisque BG est donnée, GD est aussi donnée, et pareillement étant donnée BA, AD est aussi donnée. Et puisque BA × DG est un quadrilatère inscrit dans le cercle, il s'ensuit que le rectangle de BD par AG est donné. Or le diamètre BD est donné, donc la droite DG est aussi donnée. Ainsi généralement, quand de tels arcs sont donnés avec leurs soutendantes, la soutendante de la somme de ces deux arcs sera aussi donnée par une suite de ce théorème.

« Il est évident qu'en ajoutant toujours à toutes les soutendantes précédentes, celle de $1\frac{1}{2}$ degré », c'est-à-dire qu'ayant, par le théorème de division, la soutendante de $1\frac{1}{2}$ degré, et celle de 3, si à la suite de celle de 3 nous inscrivons celle de $1\frac{1}{2}$, en calculant d'après le théorème précédent, nous trouverons la droite qui soutend la somme

de ces arcs, et nous n'en aurons fait qu'une, c'est-à-dire la soutendante de 4 $\frac{1}{2}$, et celle de 175 $\frac{1}{2}$ degrés. Mais ayant déjà celle de 6 par la division de celle de 12; et avec celle de 6, celle de 174, nous aurons encore par composition celle qui les soutend, c'est-à-dire celle de 7 $\frac{1}{2}$, et celle de 172 $\frac{1}{2}$; pareillement, ayant celle de 72 $\frac{1}{2}$, et la combinant avec celle de 1 $\frac{1}{2}$, nous trouverons celle de 9, et de même celle de 171. Puis ajoutant toujours à la suite les unes des autres, celle de 1 $\frac{1}{2}$ à celles qui déjà sont prises, nous trouverons les soutendantes des arcs qui croissent par 1 $\frac{1}{2}$ degré.

« Nous inscrirons sans peine toutes celles qui, rendues doubles, seront divisibles par 3 ». Ptolemée a voulu dire par là, que nous inscrirons ces arcs, non dans le cercle, mais dans la table. Cela est clair d'après les connoissances que nous avons de ces droites; car ce ne sont pas celles-ci qui, devenues doubles, sont divisibles par 3, mais les arcs qui se sont accrus par l'addition de l'arc de 1 $\frac{1}{2}$ degré. Il les a inscrits dans la table avec leurs soutendantes respectives. Il a voulu désigner par l'expression générale, *divisibles par* 3, tous les arcs accrus de 1 $\frac{1}{2}$ degré, desquels il a pris les cordes, de la manière qui a été expliquée; il a dit ceux qui ont un tiers. En effet, tous ces arcs sont les seuls qui, pris deux fois, soient divisibles par 3 sans fraction. Comme 6, double de 3, a pour tiers 2, de même 9, double de 4 $\frac{1}{2}$, a pour tiers 3; et par conséquent aussi ceux que nous avons trouvés les premiers, et que nous avons dit être dans le demi-cercle, du nombre de ceux qui croissent par addition de 1 $\frac{1}{2}$. Car, prenant l'arc de 1 $\frac{1}{2}$ degré et le doublant, nous avons un produit dont le tiers est un

περιφερείας ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν, τουτέστι τὴν ὑπὸ τὰς δ ς″ εὑρήσομεν· καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ τὰς ρ̄ οε ς″. Ἔχοντες δὲ καὶ τὴν ὑπὸ τὰς ς̄ ἐκ τῆς διχοτομίας τῶν ιϐ, προεκτεθειμένην. Διὰ δὲ ταύτην, καὶ τὴν ὑπὸ τὰς ρ̄ οδ, ἕξομεν πάλιν καὶ τὴν ὑποτείνουσαν αὐτὰς κατὰ σύνθεσιν, τουτέστι τὴν ὑπὸ τὰς ζ ς″, καὶ ἔτι πάλιν τὴν ὑπὸ τὰς ρ̄ ϐ ς″, Καὶ ὁμοίως ἔχοντες τὴν ὑπὸ τὰς ζ ς″, καὶ συντιθέντες τὴν ὑπὸ τὴν ᾱ ς″, εὑρήσομεν τὴν ὑπὸ τὰς θ, καὶ ὁμοίως τὴν ὑπὸ τὰς ρ̄ α· καὶ ἑξῆς ἀκολούθως συντιθέντες ἀεὶ ταῖς προκαταλημμέναις τὴν ὑπὸ τὴν ᾱ ς″, εὑρήσομεν τὰς κατὰ παραύξησιν τῆς ᾱ ς″.

Πάσας ἁπλῶς ἐγγράψομεν, ὅσαι δὶς γενόμεναι, τρίτον μέρος ἔξουσι. Τὸ μὲν ἐγγράφομεν, οὐκ εἰς τὸν κύκλον εἴρηκε τὰς εὐθείας, ἀλλ' εἰς τὸν κανόνα τὰς περιφερείας. Δῆλον δὲ καὶ ἐκ τῆς τῶν εὐθειῶν καταλήψεως· οὐ γὰρ αὗται διπλασιαζόμεναι, τρίτον μέρος ἔχουσιν, ἀλλ' αἱ περιφέρειαι αἱ κατὰ παραύξησιν τῆς ᾱ ς″ μοίρας. Ἐνέγραφε δὲ αὐτὰς εἰς τὸν κανόνα μετὰ καὶ τῶν ὑπ' αὐτὰς εὐθειῶν. Τὸ δὲ ὅσαι δὶς γενόμεναι τρίτον μέρος ἔξουσι, κοινῇ τινι καὶ μιᾷ ὀνομασίᾳ βουλόμενος δηλῶσαι πάσας τὰς περιφερείας τὰς κατὰ παραύξησιν τῆς ᾱ ς″ μοίρας, ὧν καὶ τὰς εὐθείας τὸν εἰρημένον τρόπον κατείληφε, ταύτῃ κατεχρήσατο. Αὗται γὰρ μόναι πᾶσαι δὶς γενόμεναι τρίτον μέρος ἔχουσι, μὴ διαιρουμένης τῆς μονάδος, οἷον αἱ τρεῖς διπλασιασθεῖσαι καὶ γενόμεναι ς̄, τρίτον μέρος ἔχουσι τὰς β, καὶ ὁμοίως αἱ δ ς″ διπλασιασθεῖσαι καὶ γενόμεναι θ, τρίτον μέρος ἔχουσι τὰς γ̄, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως, καὶ αἱ ἐξ ἀρχῆς εὑρεθεῖσαι καὶ εἰρημέναι ἡμῖν ἑνοῦσαι εἰς τὸ ἡμικύκλιον τῶν κατὰ

παραύξησιν εἰσὶ τῆς ᾱ ς″ μοίρας. Προσλαμβάνουσαι γὰρ τὴν ᾱ ς″, καὶ διπλασιαζόμεναι, πρίτον μέρος ἔχουσιν. Ὡς αἱ λ̄ς̄, καὶ ξ, καὶ ο̄β, καὶ ϛ, καὶ ρη̄, καὶ ρκ̄, καὶ ρμδ, καὶ ἔτι αἱ ἐκ τῆς διχοτομίας, καὶ αἱ λοιπαί· διὸ καὶ φησί· Συντιθέντες ἀεὶ μετὰ τῶν προεκτεθειμένων πασῶν, τὴν ὑπὸ τὴν ᾱ ς″ μοῖραν, καὶ τὰς συναπτομένας ἐπιλογιζόμενοι, πάσας ἁπλῶς ἐγγράψομεν, ὅσαι δὶς γενόμεναι τρίτον μέρος ἕξουσι, καὶ μόναι ἔτι περιληφθήσονται, αἱ μεταξὺ τῶν ἀνὰ ᾱ ς″ μοίρας διαστημάτων, δύο καθ' ἕκαστον ἐσόμεναι, ἐπειδήπερ καθ' ἡμιμοίριον ποιούμεθα τὴν ἐγγραφήν.

Δοκεῖ μὲν μετὰ τὴν τοῦ δεκαγώνου καὶ τὴν τοῦ ἑξαγώνου καὶ ἔτι τὴν τοῦ πενταγώνου ἐκ τούτων δειχθεῖσαν, παρελκόντως δεδεικέναι τήν τε τοῦ τετραγώνου καὶ τὴν τοῦ τριγώνου καὶ τὰς λειπούσας εἰς τὸ ἡμικύκλιον, ἢ καὶ ἐκ τῆς ὑπεροχῆς, ἢ καὶ τῆς διχοτομίας, οὐκ ὀλίγας οὔσας, ὡς αὐτὸς φησίν. Ἥρκει γὰρ ἐκ τῆς ὑπεροχῆς τοῦ πενταγώνου καὶ τοῦ ἑξαγώνου εὑρόντα τὴν ὑπὸ τὰς ιϐ, καὶ ἐκ τῆς διχοτομίας τὴν ὑπὸ τὴν ᾱ ς″, τῇ συνθέσει ταύτης πάσας τὰς κατὰ παραύξησιν αὐτῆς μέχρι τῶν ρπ̄ μεταχειρίσασθαι. Ἀπέδειξε δὲ καὶ ταύτας τὸν ὑποδεδειγμένον τρόπον, φιλοσύντομος ὢν διὰ τὸ προχειρότερον αὐτὰς αὐτῇ λαμβάνεσθαι, ἥπερ ἐκ τοῦ κατὰ σύνθεσιν θεωρήματος.

Ἐπεὶ οὖν πᾶσαι αὐτῷ ἐπραγματεύθησαν αἱ κατὰ παραύξησιν τῆς ᾱ ς″ μοίρας ὑποτείνουσαι εὐθεῖαι, βούλεται δὲ ἐν τῷ κανόνι παραθεῖναι, καθὼς καὶ ἀνωτέρω ἐδήλου τὰς κατὰ παραύξησιν τοῦ ἡμιμοιρίου, ἀναγκαίως

nombre entier. Il en est de même de 36, de 60, de 72, de 90, de 108, de 120, de 144, de leurs moitiés et de leurs supplémens. C'est pourquoi Ptolemée a dit : Ajoutant toujours à tous les arcs, à mesure qu'on les a pris, celui de 1 $\frac{1}{2}$ degré, et calculant pour leurs sommes, nous inscrirons simplement les cordes de tous ceux qui, devenus doubles, auront un tiers entier; et il n'y aura d'omises que les deux qui seront dans chaque intervalle des interpolations faites par l'addition de 1 $\frac{1}{2}$, attendu que nous inscrivons par demi-degré d'accroissement.

Ptolemée paroît, après avoir donné ces valeurs des côtés du décagone, de l'hexagone, et du pentagone, en avoir déduit sans nécessité celle des côtés du carré, et du triangle, et de leurs supplémens au demi-cercle, soit par différence, soit par division en moitiés; et elles ne sont pas en petit nombre, ajoute-t-il; car il suffisoit, pour avoir toutes les cordes, après avoir trouvé par la différence du côté du pentagone et de celui de l'hexagone, la corde de 12 degrés, et par la division en moitiés, celle de 1 $\frac{1}{2}$ degré, de prendre, par addition de celle-ci, toutes les soutendantes qui en ont été formées en suivant cet accroissement, jusqu'à 180. Il les a bien démontrées de la manière qu'il expose ensuite, mais avec briéveté, parce qu'il étoit plus facile de les déterminer ainsi, que par le théorème de composition.

Comme il a traité toutes les cordes par l'addition successive de celle de 1 $\frac{1}{2}$ degré, et qu'il veut aussi faire entrer dans sa table, suivant ce qu'il a annoncé auparavant, les cordes croissantes par demi-degré, il faut nécessairement qu'il cherche les deux qui

sont en chacun des intervalles laissés par l'addition continuelle de 1 $\frac{1}{2}$. Ainsi après après avoir trouvé la corde de $\frac{1}{2}$ degré, et celle de 3, il lui reste à chercher celles de 2 et de 2 $\frac{1}{2}$, et de même après avoir trouvé celle de 3 et celle de 4 $\frac{1}{2}$, il a encore à chercher celles des intermédiaires 3 $\frac{1}{2}$ et 4, et ainsi de suite pour les autres.

« Ainsi, quand nous aurons trouvé la soutendante d'un demi-degré, cette soutendante par addition et par soustraction avec les droites qui embrassent ces intervalles, nous complétera toutes les autres soutendantes intermédiaires ». Il dit donc qu'après que nous aurons trouvé la soutendante d'un demi-degré, nous aurons par elle et par celle de 1 $\frac{1}{2}$ degré, celle de 2 degrés par le théorème de composition; et d'autre part, en nous servant du théorème de différence, pour avoir celle d'entre $\frac{1}{2}$ et 3 degré, nous trouverons la soutendante de 2 $\frac{1}{2}$ degrés, qui est leur différence. Et prenant de la même manière ensuite les cordes données en chacun des intervalles dont nous cherchons les intermédiaires, comme ici nous avons pris celle de $\frac{1}{2}$ et de celle de 3 degrés, pour démontrer quelles sont celles de 2 et de 2 $\frac{1}{2}$, nous compléterons toute la table.

« Mais parce qu'une soutendante, telle que celle de l'arc de 1 $\frac{1}{2}$ étant donnée, celle qui soutend le tiers de cet arc n'est pas pour cela donnée par les lignes, car si elle l'étoit, nous aurions la soutendante de $\frac{1}{2}$ degré ». Il dit qu'avec la soutendante de 1 $\frac{1}{2}$ degré, il n'a pas trouvé par la figure, la soutendante du tiers de cet arc, comme il

ἐπιζητεῖ μεταξὺ τῶν ἀνὰ $\bar{\alpha}$ ς″ μοῖραν διαστημάτων καθ' ἕκαστον διαστήματα β. Οἷον ἐπεὶ εὗρε τὴν ὑπὸ τὴν $\bar{\alpha}$ ς″, καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ τὰς $\bar{\gamma}$, ζητεῖται λοιπὸν αὐτῷ ἡ ὑπὸ τὰς $\bar{\beta}$, καὶ ἡ ὑπὸ τὰς $\bar{\beta}$ ς″. Καὶ πάλιν ὁμοίως ἐπεὶ εὗρε τὴν ὑπὸ τὰς $\bar{\gamma}$ καὶ τὴν ὑπὸ τὰς $\bar{\delta}$ ς″, ζητεῖται πάλιν αὐτῷ μεταξὺ διαστήματα, τουτέστιν ἥ τε ὑπὸ τὰς $\bar{\gamma}$ ς″, καὶ ἡ ὑπὸ τὰς $\bar{\delta}$, καὶ ἑξῆς πάλιν ἀκολούθως.

Ὥστε ἐὰν τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον εὐθεῖαν εὕρωμεν, αὕτη κατά τε τὴν σύνθεσιν καὶ τὴν ὑπεροχὴν τὴν πρὸς τὰς τὰ διαστήματα περιεχούσας καὶ δεδομένας εὐθείας, καὶ τὰς λοιπὰς μεταξὺ πάσας ἡμῖν συναναπληρώσει. Φησὶν ὅτι ἐὰν τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον εὐθεῖαν εὕρωμεν ταύτην πῇ μὲν μετὰ τῆς $\bar{\alpha}$ ς″ μοίρας παραλαμβάνοντες, διὰ τοῦ κατὰ σύνθεσιν θεωρήματος, εὑρήσομεν τὴν ὑπὸ τὰς $\bar{\beta}$ μοῖρας ὑπατείνουσαν εὐθεῖαν. Πῇ δὲ πάλιν τῷ τῆς ὑπεροχῆς θεωρήματι, ὡς ἐπὶ τοῦ ἡμιμοιρίου πρὸς τὰς γ, εὑρήσομεν τὴν ὑπὸ τὰς $\bar{\beta}$ ς″ μοῖρας ὑποτείνουσαν, αὐτὴ γὰρ αὐτῶν ἐστὶν ἡ ὑπεροχή. Καὶ ἑξῆς ἀκολούθως τὰς ἑφ' ἑκάτερα τῶν ἐπιζητουμένων διαστημάτων δοθείσας παραλαμβάνοντες, ὡς ἐνταῦθα τὴν ὑπὸ τὴν $\bar{\alpha}$ ς″ μοῖραν καὶ τὴν ὑπὸ τὰς $\bar{\gamma}$ παραλήφειμεν πρὸς τὴν δεῖξιν τῶν τε $\bar{\beta}$ μοιρῶν καὶ τῶν $\bar{\beta}$ ς″, ἀναπληρώσομεν ἅπαντα τὸν κανόνα.

Ἐπεὶ δὲ δοθείσης τινὸς εὐθείας ὡς τῆς ὑπὸ τὴν $\bar{\alpha}$ ς″ μοῖραν, ἡ τὸ Γ τῆς αὐτῆς περιφερείας ὑποτείνουσα εὐθεῖα οὐ δέδοταί πως διὰ τῶν γραμμῶν. Εἰ δέ γε δυνατὸν ἦν, εἴχομεν ἂν καὶ τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον. Ἐπεί, φησί, δοθείσης τῆς ὑπὸ τὴν $\bar{\alpha}$ ς″ μοῖραν οὐχ' εὕρισκέ πως, διὰ γραμμικῆς ἀπό-

δείξεως τὴν ὑποτείνουσαν τὸ Γ τῆς αὐτῆς περιφερείας, καθάπερ ἐλάμβανε τὴν ὑποτείνουσαν τὸ ς″ τῆς δοθείσης περιφερείας. Εἰ γὰρ δυνατὸν ἦν τὸ τοιοῦτον ἐφοδεῦσαι, αὐτόθεν ἂν εἶχε καὶ τὴν ὑποτείνουσαν τὸ ἡμιμοίριον, καὶ ἐξ ἑτοίμου διὰ τῆς εἰρημένης συνθέσεως ἢ καὶ ὑπεροχῆς, ἀνεπλήρωσεν ἂν τὸν κανόνα. Τούτου οὖν ἀδυνάτου τυγχάνοντος, δείκνυσιν ἔγγιστα ἀπό τε τῆς ὑπὸ τὴν ᾱ ς″, καὶ ἀπὸ τῆς ὑπὸ τὸ ς″ δ′, τὴν ὑποτείνουσαν τὴν ᾱ μοῖραν, ἵνα ἐξῆς τῷ τῆς διχοτομίας θεωρήματι καταχρησάμενος, ἔχῃ καὶ τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον. Ἀλλ' ἐπεὶ ἡ γενομένη αὐτῷ ἀπόδειξις οὐ καθόλου ἀπαράλλακτον φυλάττει τὴν κατάληψιν, ὅμως φησὶν, ἐπὶ τῶν οὕτως ἐλαχίστων πρὸς τὴν εὕρεσιν τῆς α′ μοίρας παραλαμβανόμενον ὡς τῆς ὑπὸ τὸ ς″ δ′ καὶ τῆς ὑπὸ τὴν α′ ς″ μοῖραν, ἀπαράλλακτον σχεδὸν φυλάττει τὴν ἀπόδειξιν.

a pris celle de la moitié de l'arc donné; car s'il étoit possible de procéder ainsi, il auroit par cela même la soutendante d'un demi-degré, et de proche en proche par la somme ou la différence susdite, il auroit completé sa table. Mais cela n'étant pas possible, il démontre par le moyen de la soutendante de 1 ½ degré, et de celle de ½+¼, quelle est à très-peu près la valeur de la soutendante de 1 degré, afin d'obtenir ensuite par l'application du théorème de division par moitiés, la soutendante d'un demi-degré. Mais comme la démonstration qu'il a donnée, n'est pas absolument rigoureuse et applicable à tous les cas, il ajoute qu'elle l'est au moins dans des quantités aussi petites que ½+¼ et ½ degré, employées pour trouver la valeur de 1 degré.

Ἀρχόμενος οὖν τῆς ἀποδείξεως, προεκτίθεται λημμάτιον συντελοῦν αὐτῷ πρὸς τὴν εἰρημένην ἀπόδειξιν, οὗ ἡ πρότασις ἔστι τοιαύτη. Ἐὰν ἐν κύκλῳ διαχθῶσι β′ ἄνισοι εὐθεῖαι ἡ μείζων πρὸς τὴν ἐλάσσονα, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπὶ τῆς μείζονος εὐθείας περιφέρεια πρὸς τὴν ἐπὶ τῆς ἐλαχίστης. Καὶ ἐκθέμενος κύκλον τὸν ΑΒΓΔ, καὶ διαγαγὼν ἐν αὐτῷ β′ ἀνίσους εὐθείας ἐλάσσονα τὴν ΑΒ, μείζονα δὲ τὴν ΒΓ. Τεμών τε δίχα τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ΒΔ εὐθείᾳ· καὶ ἐπιζεύξας τήν τε ΑΕΓ, καὶ τὰς ΑΔ καὶ ΔΓ, ἑξῆς ἐρεῖ. Ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΒΔ, ἴση μέν ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, διὰ τὸ τὰς πρὸς τῷ Β γωνίας ἴσας εἶναι. Μείζων δὲ ἡ ΓΕ τῆς ΕΑ, διὰ τὸ πάλιν ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΔ τῇ ΔΓ, καὶ κοινὴν

D'abord pour commencer cette démonstration, il met en avant un lemme dont l'énoncé est que si on mène dans le cercle deux droites inégales, la plus grande est à la plus petite en moindre raison que l'arc soutendu par la plus grande à l'arc soutendu par la plus petite, (la plus grande est moindre relativement à la plus petite, que l'arc soutendu par la plus grande, n'est relativement à l'arc soutendu par la plus petite). Posant donc le cercle ABGD (Fig. 52), et y menant les deux droites inégales AB qui est la plus petite, et BG qui est la plus grande, puis coupant en deux également l'angle ABG par la droite BD, et joignant AG ainsi que AD et DG, il continue ainsi : Puisque l'angle ABG a été coupé en deux également par BD, la droite AD est égale à la droite DG l'arc

AD étant égal à l'arc DG, à cause des angles égaux en B. Mais GE est plus grande que EA, attendu que AD est égale à DG, que DE est un côté commun, et que l'angle BDG est plus grand que l'angle BDA, l'arc BG étant plus grand que l'arc BA. Ensorte que la base EG est plus grande que la base EA. De D, il abaisse la perpendiculaire DZ sur AG; et il est évident qu'elle tombera sur EG, à cause de AD égale à DG, et de GE plus grande que EA. Or puisque AD est plus grande que DE (car elle soutend le plus grand angle), pour la même raison, DE est plus grande que EZ, donc le cercle tracé du point D et de l'intervalle (*rayon*) DE, coupe AD, et passe au-delà de DZ en décrivant un arc tel que HET, il prolonge DZ jusqu'en T. Alors, le triangle DEZ étant plus petit que le secteur DET, et le triangle DEA plus grand que le secteur DEH, il s'ensuit que le triangle DEZ est au secteur DET en moindre raison que le triangle DEA au secteur DEH. Donc *convertendo*, le triangle DEZ est au triangle DEA, en moindre raison que le secteur DET au secteur DEH. Mais comme le triangle DEZ est en triangle DEA, ainsi la droite EZ est à la droite EA; et comme le secteur DET est au secteur DEH, ainsi l'angle ZDE est à l'angle EDA; donc la droite ZE est à la droite EA en moindre raison que l'angle ZDE à l'angle EDA; donc, *componendo*, ZA est à EA, en moindre raison que l'angle GDA à l'angle ADE. Puis, *dividendo*, la droite GE est à la droite EA, en moindre raison que l'angle GDE à l'angle EDA. Mais comme GE est à EA, ainsi la droite GB est à la droite BA, car il a été démon-

τὴν ΔΕ, καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΔΓ τῆς ὑπὸ ΒΔΑ μείζονα· ἐπεὶ καὶ περιφέρεια ἡ ΒΓ περιφερείας τῆς ΒΑ μείζων· ὥστε καὶ βάσιν τὴν ΓΕ βάσεως τῆς ΕΑ γίνεσθαι μείζονα. Ἄγει δὴ πάλιν ἀπὸ τοῦ Δ κάθετον ἐπὶ τὴν ΑΓ τὴν ΔΖ, καὶ δῆλον ὅτι ἐπὶ τῆς ΕΓ πεσεῖται, διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὴν ΑΔ τῇ ΔΓ, τὴν δὲ ΓΕ μείζονα τῆς ΕΑ. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ (τὴν γὰρ μείζονα γωνίαν ὑποτείνει). Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΕ τῆς ΕΖ. Ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Δ, διαστήματι δὲ τῷ ΔΕ κύκλος γραφόμενος, τὴν μὲν ΑΔ τεμεῖ, ὑπερπεσεῖται δὲ τὴν ΔΖ, καὶ γράφει ὡς τὴν ΗΕΘ, καὶ ἐκβάλλει τὴν ΔΖ ἐπὶ τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΔΕΖ τρίγωνον ἔλαττόν ἐστι τοῦ ΔΕΘ τομέως, τὸ δὲ ΔΕΑ τρίγωνον μεῖζον τοῦ ΔΕΗ τομέως· τὸ ΔΕΖ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸν ΔΕΘ τομέα ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΕΑ τρίγωνον, πρὸς τὸν ΔΕΗ τομέα. Ἐναλλὰξ ἄρα τὸ ΔΕΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΑ τρίγωνον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ΔΕΘ τομεὺς, πρὸς τὸν ΔΕΗ τομέα. Ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΔΕΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΑ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΖΕ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΕΑ, ὡς δὲ ὁ ΔΕΘ τομεὺς πρὸς τὸν ΔΕΗ τομέα, οὕτως ἡ ὑπὸ ΖΔΕ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΑ γωνίαν. Ἡ ἄρα ΖΕ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΕΑ εὐθεῖαν, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὑπὸ ΖΔΕ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΑ. Καὶ συνθέντι ἄρα, ἡ ΖΑ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΑΕ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὑπὸ ΖΔΑ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΔΕ. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια, ἡ ΓΑ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΑΕ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΔΑ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΔΕ. Καὶ διελόντι, ἡ ΓΕ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΑΕ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΑ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΕ πρὸς τὴν

ΕΑ, οὕτως ἡ ΓΒ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΒΑ, ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ τρίτῳ τοῦ ἕκτου τῶν ϛοιχείων ὅτι, ἂν τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ταῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. Ὡς δὲ ἡ ὑπὸ ΓΔΒ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΒΔΑ, οὕτως ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΒΑ, ἡ ΓΒ ἄρα εὐθεῖα πρὸς τὴν ΒΑ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΒ περιφέρεια πρὸς τὴν ΒΑ.

Ὅτι δὲ οἱ ἐπὶ ἴσων κύκλων τομεῖς πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς αἱ γωνίαι ἐφ' ὧν βεβήκασι, δέδεικται ἡμῖν ἐν τῇ ἐκδόσει τῶν ϛοιχείων, πρὸς τῷ τέλει τοῦ ἕκτου βιβλίου. Τοῦ τοιούτου οὖν λημματίου αὐτῷ προεκτεθέντος, ἔρχεται ἐπὶ τὴν εὕρεσιν τῆς ὑποτεινούσης τὴν $\bar{\alpha}$ μοῖραν τῆς περιφερείας. Καὶ ἐκθέμενος κύκλον καὶ διαγαγὼν εἰς αὐτὸν δύο ἀνίσους εὐθείας, τήν τε ΑΒ ὑποτείνουσαν περιφέρειαν μοῖρας ϛ″ δ′, καὶ τὴν ΑΓ μοῖραν $\bar{\alpha}$, προσχρῆται τῷ προληφθέντι λημματίῳ, καὶ φησίν· ἐπεὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΑΒ, ἡ δὲ ΑΓ περιφέρεια ἐπίτριτός ἐϛι τῆς ΑΒ. Ἡ γὰρ μία μοῖρα ἔχει τὸ ϛ″ $\bar{\delta}$, καὶ τὸ Γ αὐτῶν· ἡ ΑΓ ἄρα εὐθεῖα τῆς ΑΒ ἐλάσσων ἐϛὶν ἢ ἐπίτριτος. Ἀλλὰ ἡ ΑΒ εὐθεῖα ὑποτείνουσα περιφέρειαν μοῖρας ϛ″ δ′, ἐδείχθη ἡμῖν ἐν τοῖς ἐπάνω $\bar{o}$ μ$\bar{ζ}$′ η″, οἵων ἡ διάμετρος ρ$\bar{κ}$, ἡ ἄρα ΓΑ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐϛὶ τῶν αὐτῶν $\bar{\alpha}$ $\bar{\beta}$′ ν″. Ταῦτα γὰρ ἐπίτριτά ἐϛιν ἔγγιϛα τῶν $\bar{o}$ μ$\bar{ζ}$′ η″· ὥϛε ἐδείχθη κατὰ ταύτην τὴν σύγκρισιν τοῦ λόγου, ἡ τὴν μίαν μοῖραν τῆς περιφερείας ὑποτείνουσα εὐθεῖα ἐλάττων οὖσα $\bar{\alpha}$ $\bar{\beta}$′ ν″, οἵων ἡ διάμετρος ρ$\bar{κ}$. Πάλιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἡ μὲν ΑΒ εὐθεῖα ὑποκείσθω περιφέρεια μοίρας $\bar{\alpha}$, ἡ δὲ ΑΓ μοίρας $\bar{\alpha}$ ϛ″. Κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ

tré dans la troisième proposision du sixième livre des Elémens, que si l'un des angles d'un triangle est partagé en deux également, les segmens de la base sont entr'eux en même raison que les côtés de cet angle. Ainsi, comme l'angle GDB est à l'angle BDA, l'arc BG est à l'arc BA, donc la droite GB est à la droite BA en moindre raison que l'arc GB à l'arc BA.

Or, que les secteurs de cercles égaux soient entr'eux comme les angles sur lesquels ils sont appuyés, c'est ce que nous avons démontré dans notre édition des élémens, à la fin du sixième livre. De ce lemme, Ptolemée passe à la recherche de la corde de l'arc de 1 degré. Il décrit un cercle (Fig. 53), et y menant deux droites inégales, AB soutendante de l'arc de $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$, et AG soutendante de 1 degré, il y applique ce lemme en disant : Puisque la droite AG est à la droite AB en moindre raison que l'arc AG à l'arc AB, et que l'arc AG est d'un tiers de AB plus grand que AB, car l'unité contient $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ et leur tiers, il s'ensuit que AG a moins que le tiers de AB de plus que AB. Mais nous avons démontré plus haut que la droite AB soutendante de $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ de degré, est de $0^{p}\ 47'\ 8''$ des parties dont le diamètre en contient 120, donc la droite AG est moindre que $1^{p}\ 2'\ 50''$ de ces mêmes parties. Car ce nombre a environ un tiers de 47′ 8″ de plus que ce dernier. Ce calcul prouve donc que la soutendante de l'arc d'un degré est moindre que $1^{p}\ 2'\ 50''$ des 120 parties du diamètre. Supposons maintenant, dans la même figure, la droite AB soutendante de l'arc de 1 degré, et la droite AG corde de l'arc de $1\frac{1}{2}$ degré. Par les mêmes raisons, puisque l'arc AG a une demie de l'arc AB de plus que ce dernier, car $1\frac{1}{2}$ degré contient un degré

et un demi-degré, il s'ensuit que la droite GA a moins que la moitié de la droite BA de plus que celle-ci. Mais nous avons démontré un peu plus haut par le calcul, que la corde AG de l'arc de 1 ½ degré, est de 1 ᵖ 34′ 15″ des 120 parties du diamètre. Donc la droite AG est plus grande que 1 ᵖ 2′ 50″. Or comme la droite AG étant de 1 ᵖ 34′ 15″, contient 1 ᵖ 2′ 50″ et la moitié de cette dernière quantité, et qu'il a été démontré que son rapport à la droite AB est moindre que celui de 1 ½ à 1, il faut donc que AB croisse et devienne plus grande que 1 ᵖ 2′ 50″. Ainsi puisqu'on la démontre plus grande et plus petite que cette même quantité, il s'ensuit que ces calculs comparés nous autorisent à fixer à très-peu près la valeur de la soutendante de 1 degré à 1 ᵖ 2′ 50″ des 120 parties du diamètre. Mais cette démonstration d'une même grandeur, tout à la fois plus grande et plus petite, pouvant sembler étrange à qui prétendroit par conséquent que cela est absurde, nous montrerons qu'il n'y a rien qui doive empêcher de l'admettre.

Car soit encore dans la même figure, l'arc AB de ½+¼, et l'arc AG de 1 degré. Puisque la droite AG est à la droite AB, en moindre raison que l'arc AG, qui contient l'arc AB avec le tiers en sus, il s'ensuit que la droite AG est à AB en moindre raison que quatre tiers de AB à AB (c'est-à-dire, à moins qu'un tiers de AB, de plus que AB). Mais la droite AB a été démontrée être de 47′ 8″ des 120 parties du diamètre. Donc la droite AG qui soutend l'arc de 1 degré est moindre que 1ᵖ 2′ 50″ 40‴, car cette quantité contient exactement 47′ 8″ avec le tiers en sus. Faisons encore la droite AB soutendante de l'arc de 1 degré, et la

ἐπεὶ ἡ ΑΓ περιφέρεια τῆς ΑΒ ἐστὶν ἡμιόλιος· ἡ γὰρ $\bar{\alpha}$ ς″ μοῖρα ἔχει τὴν $\bar{\alpha}$ καὶ τὸ ς″ αὐτῆς· ἡ ΓΑ ἄρα εὐθεῖα τῆς ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος. Ἀλλὰ τὴν ΓΑ ὑποτείνουσαν περιφέρειαν μοῖρας $\bar{\alpha}$ ς″ μικρῷ πρόσθεν ἐπιλογιζόμενοι, ἀπεδείξαμεν τμημάτων $\bar{\alpha}$ λδ′ ιε″, οἵων ἡ διάμετρος ρ$\bar{\kappa}$. Ἡ ἄρα ΑΓ εὐθεῖα μείζων ἐστὶ τῶν $\bar{\alpha}$ β′ ν″, διὰ τὸ τὴν ΑΓ $\bar{\alpha}$ λδ′ ιε″ τυγχάνουσαν ἡμιόλιον εἶναι τῶν $\bar{\alpha}$ β′ ν″. Τὸν δὲ λόγον αὐτῆς τὸν πρὸς τὴν ΑΒ εὐθεῖαν, ἐλάττονα ἡμιολίου ἀποδειχθῆναι. Ἵνα οὖν τοσούτων οὖσα ἐλάττονα ἡμιολίου λόγον σχῇ πρὸς τὴν ΑΒ, ἀναγκαῖον ἐστὶν αὔξεσθαι τὴν ΑΒ, καὶ γίνεσθαι μείζονα τῶν $\bar{\alpha}$ β′ ν″· ὥστε ἐπεὶ τῶν αὐτῶν ἐδείχθη καὶ μείζων καὶ ἐλάττων, ἔσται ἄρα ἡ τὴν $\bar{\alpha}$ μοῖραν ὑποτείνουσα ἐκ τῶν τοιούτων ἐπιλογισμῶν ἡμῖν εὑρεθεῖσα $\bar{\alpha}$ β′ ν″ ἔγγιστα, οἵων ἡ διάμετρος ρ$\bar{\kappa}$. Καὶ ἐπεὶ θορυβεῖ πως ἡ τοιαύτη ἀπόδειξις τὸ αὐτὸ μέγεθος μεῖζον καὶ ἔλασσον δεικνύουσα, ἥπερ ἄν τις ἀκολούθως ἐπαγαγὼν εἴποι, ὅπερ ἄτοπον, δείξομεν μὴ δὴ ταύτην θορυβώδη τυγχάνουσαν.

Ἔστω γὰρ πάλιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς ἡ ΑΒ περιφέρεια μοῖρας ς″ δ′, ἡ δὲ ΑΓ μοίρας $\bar{\alpha}$. Ἐπεὶ οὖν πάλιν ἡ ΑΓ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ ΑΓ περιφέρεια ἐπίτριτός ἐστι τῆς ΑΒ. Ἡ ΑΓ ἄρα εὐθεῖα τῆς ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἐπίτριτος. Ἀλλὰ ἡ ΑΒ εὐθεῖα ἐδείχθη ο̄ μζ′ η″, οἵων ἡ διάμετρος ρ$\bar{\kappa}$· ἡ ΓΑ ἄρα εὐθεῖα ὑποτείνουσα περιφέρειαν μοίρας $\bar{\alpha}$, ἐλάσσων ἐστὶν $\bar{\alpha}$ β′ ν″ μ‴, ταῦτα γὰρ ἀκριβῶς ἐπίτριτά ἐστι τῶν ο̄ μζ′ η″. Πάλιν ἡ ΑΒ εὐθεῖα ὑποτεινέτω περιφέρειαν μοίρας $\bar{\alpha}$, ἡ δὲ ΑΓ $\bar{\alpha}$ ς″. Καὶ ὁμοίως ἐπεὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΑΒ ἐλάσ-

σονα λόγον ἥπερ ἡ ΑΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΑΒ. Ἡμιόλιος δέ ἐστιν ἡ ΑΓ περιφέρεια τῆς ΑΒ· ἡ ΑΓ ἄρα εὐθεῖα τῆς ΑΒ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος. Ἀλλ' ἐπεὶ ἐδείκνυτο ἡ ΑΓ ᾱ λδ′ ιε″, ἡ ΑΓ ἄρα εὐθεῖα ὑποτείνουσα πάλιν περιφέρειαν μοίρας ᾱ, μείζων ἐστὶ τῶν ᾱ β′ ν″. Τούτων γὰρ ἡμιόλια ἐστὶ τὰ ᾱ λδ′ ιε″. Ὥστε ἡ ΑΓ εὐθεῖα ὑποτείνουσα, ὡς ἔφαμεν, περιφέρειαν μοίρας ᾱ, ἐλάσσων μὲν ἐδείχθη ἢ ᾱ β′ ν″ μ‴, μείζων δὲ ἢ ᾱ β′ ν″. Καὶ δηλαδὴ ἐλάσσονος μὲν μείζων ἐστὶ, μείζονος δὲ ἐλάσσων, καὶ οὐχὶ τῆς αὐτῆς, καὶ φαίνεται μηδὲν ἄτοπον ἔχον τὸ εἰρημένον, ἀλλ' ἐπεὶ ἐλάσσων μὲν τῶν ᾱ β′ ν″ μ‴, μείζων δὲ τῶν ᾱ β′ ν″, δύναται δὲ εἶναι ᾱ β′ ν″ καὶ λ̄ τρίτων ἑξηκοστῶν, ὡς ἔγγιστα μᾶλλον αὐτὴν εἶναι τῶν ᾱ β′ ν″ μ‴, καὶ μὴ, ὡς αὐτὸς ἔφη, ᾱ β′ ν″.

Δείξομεν ἀκριβέστερον ἐπιλογισάμενοι, ὅτι τὰ γ̄ ἑξηκοστὰ καὶ πολλῷ ἐλάσσων τῶν λ ἐστί. Καὶ ὀρθῶς ἔχει τὸ εἰρημένον ὅτι ᾱ β′ ν″ ἐστὶν ἔγγιστα. Ἐπεὶ γὰρ ἐν τοῖς ἔμπροσθεν ἀπεδείξαμεν τὴν ὑποτείνουσαν τὸ ς″ δ′ τῆς ᾱ μοίρας εὐθεῖαν ο̄ μ̄ ζ″ λθ‴, καὶ ἔστι τούτων ἐπίτριτα τὰ ᾱ β′ ν″ ιϑ‴. Ἔσται ἄρα διὰ τὰ εἰρημένα ἢ τὴν ᾱ μοῖραν ὑποτείνουσα εὐθεῖα ἐλάσσων ᾱ β′ ν″ ιϑ‴, ἐδείχθη δὲ καὶ μείζων τῶν ᾱ β′ ν″, καὶ ἔσται τὸ διάφορον περὶ ιϑ γ̄ ἑξηκοστά, ἃ πολλῷ ἐλάσσονά ἐστι τῶν λ, καὶ οὐδὲν ἄτοπον τῇ τοιαύτῃ ἀποδείξει παρακολουθεῖ.

Δείξας οὖν ἐκ παχυμερεστέρων λογισμῶν, διὰ τὸ μὴ καὶ ἐπὶ μειζόνων προχωρεῖν τὴν θεῖξιν, ὡς καὶ αὐτός φησιν ἐπὶ τοῦ λημματίου, ὃ κἂν μὴ καθόλου δύναται τὰς πηλικότητας ὁρίζειν, καθὼς καὶ ἑξῆς τὸ τοιοῦτον

droite AG soutendante de 1 ½ degré, la droite AG étant à la droite AB pareillement en moindre raison que l'arc AG à l'arc AB, et l'arc AG ayant le tiers en sus de l'arc AB, il s'ensuit que la droite AG a moins que le tiers en sus de la droite AB. Mais il a été démontré que la droite AG est de 1ᵖ 2′ 50″, car les quatre tiers de cette quantité sont 1ᵖ 34′ 15″. Ainsi la droite AG soutendant, comme nous l'avons dit, l'arc de 1 degré, est démontrée plus petite que 1ᵖ 2′ 50″ 40‴, et plus grande que 1ᵖ 2′ 50″, c'est-à-dire plus grande que la plus petite, et plus petite que la plus grande, mais non pas que la même valeur. Il n'y a donc rien d'absurde dans ce que nous disons. Mais étant plus petite que 1ᵖ 2′ 50″ 40‴, et plus grande que 1ᵖ 2′ 50″, cette droite peut être de 1ᵖ 2′ 50″ 30‴, valeur plus approchée de 1ᵖ 2′ 50″ 40‴, que des 1ᵖ 2′ 50″ marquées par Ptolemée.

Nous allons démontrer par un calcul plus rigoureux qu'il faut ajouter à 1ᵖ 2′ 50″ beaucoup moins que 30 tierces. Il a donc parlé juste en disant 1ᵖ 2′ 50″ à très-peu près. En effet, puisque nous avons démontré ci-dessus que la droite qui soutend ½+¼ d'un degré, est de 47′ 7″ 39‴, et que 1ᵖ 2′ 50′ 12‴ contient le tiers de ce nombre, il s'ensuit, par les raisons que j'ai détaillées, que la droite soutendante de 1 degré sera moindre que 1ᵖ 2′ 50″ 12‴. Or elle a été démontrée plus grande que 1ᵖ 2′ 50″. La différence est donc de 12‴ beaucoup moindre que 30‴. Il n'y a donc aucune absurdité dans cette démonstration.

La démonstration qu'il a donnée est en nombres ronds, pour ne pas entrer dans de trop grands détails, comme il le dit dans son lemme. Quoiqu'elle ne puisse pas généralement servir à déterminer toutes les valeurs, comme celle de la droite qui soutend un

degré, laquelle nous prouvons en conséquence être effectivement de $1^p\,2'\,50''$ à très-peu près, en se servant du théorème de division par moitié, c'est-à-dire en prenant l'arc de 1 degré, et en inscrivant la droite qui le soutend, suivant la démonstration du théorème, il a trouvé la corde de la moitié de cet arc, laquelle est la soutendante d'un demi-degré, dont il donne la valeur approchée $0^p\,31'\,25''$, d'après la corde de 1 degré trouvée, comme nous l'avons déjà dit, par un usage abusif de l'à peu près. Ayant donc trouvé par la division en moitié, faite de la manière que je viens de dire, la soutendante d'un demi-degré, il a, conformément à ce qu'il a dit un peu plus haut, savoir : que si nous avions la corde d'un demi-degré, cette corde combinée par addition et soustraction, avec les cordes qui embrassent les intervalles, nous compléteroit toutes les autres cordes intermédiaires ; il a, dis-je, complété par l'interpolation de cette corde de $\frac{1^d}{2}$, toutes les autres qui sont dans les intervalles des accroissemens par $1\,\frac{1}{2}$; comme, par exemple, dans le premier intervalle qui est celui de la première moitié d'un degré à 3 degrés, en suivant les théorèmes de somme et de différence. Car, prenant sur la demi-circonférence deux arcs consécutifs, l'un de $1\,\frac{1}{2}$ degré, et l'autre d'un demi-degré; et traçant leurs soutendantes qui sont des droites données, il trouva, par le moyen du théorème de composition, la soutendante de la somme des deux arcs ensemble, c'est-à-dire celle de deux degrés. Ensuite, prenant depuis l'extrémité du diamètre, l'arc d'un demi-degré, et celui de 3 degrés, et menant encore leurs soutendantes don-

δείκνυμεν, τὴν ὑπὸ τὴν ᾱ μοῖραν εὐθεῖαν ᾱ β′ ν″ ἔγγιστα, ἐξῆς τῷ προδεδειγμένῳ θεωρήματι τῆς διχοτομίας καταχρησάμενος, τουτέστιν ἀπολαβὼν τὴν τῆς ᾱ μοίρας περιφέρειαν, καὶ ἐγγράψας τὴν ὑποτείνουσαν αὐτὴν εὐθεῖαν, ἀκολουθήσας τῇ ἀποδείξει τοῦ θεωρήματος, εὗρε τὴν ὑπὸ τὸ ς τῆς αὐτῆς περιφερείας ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν, τουτέστι τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον, παχυμερέστερον δηλαδὴ τῇ ὑπὸ τὴν ᾱ μοῖραν καταχρησάμενος, ἐκ παχυμερεστέρων, ὡς ἔφαμεν, ἐπιλογισμῶν εἰλημμένη, τῶν ἐκτιθεμένων αὐτῷ ο λά κε″ ἔγγιστα. Εὑρὼν οὖν ἐκ τῆς διχοτομίας τὸν εἰρημένον τρόπον, τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον, ἀκολούθως τοῖς εἰρημένοις αὐτῷ μικρῷ πρόσθεν, ὅτι εἰ εἴχομεν τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον, αὕτη κατά τε τὴν σύνθεσιν καὶ τὴν ὑπεροχὴν τὴν πρὸς τὰς τὰ διαστήματα περιεχούσας καὶ δεδομένας εὐθείας, καὶ τὰς λειπούσας τὰς μεταξὺ πάσας ἡμῖν συναναπληρώσει, ἐξῆς διὰ τοῦ ἡμιμοιρίου τὰ λοιπὰ τῶν διαστημάτων ἀνεπλήρωσε, τῶν κατὰ παραύξησιν τῆς ᾱ καὶ ς″ μοίρας, καθάπερ ἐπὶ τοῦ πρώτου διαστήματος, λόγου ἕνεκεν, τῆς πρώτης ς″ μοίρας πρὸς τὰς γ̄, ἀκολουθήσας τῷ τε κατὰ σύνθεσιν καὶ καθ' ὑπεροχὴν θεωρήματι. Ἐκθέμενος γὰρ ἡμικύκλιον, καὶ ἀπειληφὼς ἐξῆς β̄ περιφερείας τήν τε τῆς ᾱ ς″ μοίρας καὶ τῆς ς″, καὶ ἐπιζεύξας τὰς ὑποτεινούσας αὐτὰς καὶ δοθείσας εὐθείας, καταχρώμενος τῷ κατὰ σύνθεσιν θεωρήματι, εὗρε τὴν συναμφοτέρας τὰς περιφερείας ὑφ' ἣν ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν, τουτέστι τὴν ὑπὸ τὰς β̄ μοίρας. Εἶτα καὶ ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου ἀπειληφὼς τὴν τοῦ ἡμιμοιρίου περιφέρειαν, καὶ τὴν τῶν γ̄ μοιρῶν, ἐπιζεύξας πάλιν τὰς δοθείσας

ὑπ' αὐτὰς εὐθείας τῷ τῆς ὑπεροχῆς θεωρήματι καταχρώμενος, εὗρε τὴν ὑποτείνουσαν τὴν τῶν $\overline{\beta}$ ς″ μοιρῶν περιφέρειαν· αὕτη γὰρ ἐστὶν αὐτῶν ἡ ὑπεροχή. Καὶ ἔσται ἀναπληρωθέντα τὰ $\overline{\beta}$ μεταξὺ διαστήματα, τῆς τε $\overline{\alpha}$ ς″, καὶ τῶν $\overline{\gamma}$, ἀκολούθως δὲ καὶ τὰς ἑξῆς τῶν ἀνὰ $\overline{\alpha}$ ς″ μοῖρας διαστημάτων εὐθείας ἐπελογίσατο, καταχρώμενος τοῖς $\overline{\beta}$ τούτοις λημματίοις τῷ τε κατὰ σύνθεσιν καὶ τῷ καθ' ὑπεροχὴν, μέχρι τῶν τοῦ τεταρτημορίου μοιρῶν $\overline{\xi}$, διὰ τὸ καὶ ἐκ προχείρου δίδοσθαι τὰς λειπούσας εἰς τὸ ἡμικύκλιον. Καὶ ἔσται ἡμῖν ἡ ἔκθεσις τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν ἀναπεπληρωμένη τὸν τρόπον τοῦτον.

Τούτων οὕτως ἐχόντων, ζητήσειεν ἄν τις διὰ τί πῆ μὲν τῷ κατὰ σύνθεσιν θεωρήματι προσχρησάμενος, πῆ δὲ τῷ τῆς ὑπεροχῆς, τὴν εὕρεσιν τῶν ἐπιζητουμένων $\overline{\beta}$ εὐθειῶν καθ' ἕκαστον διάστημα πεποίηται, καὶ οὐχὶ τὰ πάντα τῷ τῆς συνθέσεως ἢ τῷ τῆς ὑπεροχῆς; δυνατὸν γὰρ ἦν ὁποτέρῳ τούτων αὐτὸν χρησάμενον, ἀναπληρῶσαι τὴν ἔκθεσιν τοῦ κανόνος. Φαμὲν οὖν ὅτι βουλόμενος τὰς κατὰ παραύξησιν τῆς $\overline{\alpha}$ ς″ μοίρας παρ' ἑκάτερα τυγχανούσας, τῶν ἐπιζητουμένων $\overline{\beta}$ διαστημάτων ἀκριβῶς αὐτῷ διὰ τῶν γραμμῶν προεκτεθειμένας εὐθείας παραλαμβάνειν πρὸς τοὺς ἐπιλογισμοὺς τῶν μεταξὺ δύο διαστημάτων, τοῖς δυσὶ τούτοις θεωρήμασι συνεχρήσατο. Διὸ καὶ ἔλεγεν· ἐὰν εὕρωμεν τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον, αὕτη κατά τε τὴν σύνθεσιν καὶ τὴν ὑπεροχὴν τὴν πρὸς τὰ διαστήματα περιεχούσας καὶ δεδομένας εὐθείας, καὶ τὰς λοιπὰς τὰς μεταξὺ πάσας συναναπληρώσει. Μόνῳ γὰρ τῷ τῆς συνθέσεως καταχρώμενος, εὕρισκε τὸ δεύτερον τῶν διαστημάτων τῶν μεταξὺ $\overline{\beta}$, ἔνθα τὸ τῆς ὑπεροχῆς παρειληφε διὰ δύο

nées, il trouva par le théorème de division la soutendante de $2\frac{1}{2}$ degrés, laquelle est celle de leur différence. Ainsi seront complétés les deux arcs intermédiaires de l'intervalle de $1\frac{d}{2}$ à 3 degrés. Il calcula de la même manière les sontendantes suivantes des arcs compris dans les intervalles croissant par $1\frac{1}{2}$ degré, en se servant de ces deux lemmes, de composition et de division, jusqu'aux 90 degrés du quart de cercle, parce qu'on supplée aisément les arcs du reste de la demi-circonférence du cercle. Ainsi sera remplie la table des droites inscrites dans le cercle.

Cela posé, si quelqu'un demandoit ce qui fait qu'en employant d'abord le théorème de composition, ensuite celui de division, il a trouvé en chaque intervalle les deux soutendantes qu'il cherchoit, et pourquoi il ne se sert pas pour toutes, ou de celui qui donne la somme ou de celui qui donne la différence? car il pouvoit construire sa table, en n'employant que l'un ou l'autre, nous répondrons que voulant prendre exactement les droites marquées dans la figure pour les deux termes cherchés, il a appliqué ces deux théorèmes aux calculs qu'il faisoit pour ces intermédiaires. Aussi dit-il: Si nous trouvions la corde d'un demi-degré, cette corde combinée par addition et par soustraction, avec les cordes données qui embrassent ces intervalles, serviroit à compléter toutes les intermédiaires. En effet, il n'emploie que le théorème de composition pour trouver le second des deux intermédiaires, et il en trouve la valeur par

l'application de celui de division à deux cordes trouvées par un calcul approximatif.

[Fig. 54.] Pour prouver clairement ce que je dis, soit le demi-cercle ABGD, autour du diamètre AD, et prenons sur sa circonférence les deux arcs AB et AG. Soit AB de $1\frac{1}{2}$ degré, et AG de 3 degrés. Joignons les droites AG, qui sont données d'après les démonstrations linéaires. Soit EZ le tiers de l'intervalle entre ces deux termes. Si nous inscrivons une droite comme BE, soutendante d'un demi-degré, et que nous joignions AE, en calculant conformément au théorème de composition, nous trouverons par un calcul grossier la droite AE, parce que nous nous sommes servi, pour ce calcul, de la droite BE prise à peu près. Or AE soutend l'arc ABE qui est de 2 degrés. Il est donc évident que, pour la trouver, nous avons employé la droite AB prise rigoureusement d'après les démonstrations linéaires. Si de même nous joignons EZ, en nous servant encore du théorème de composition pour trouver la soutendante de l'arc AEZ qui est de $2\frac{1}{2}$ degrés, telle que AZ, notre calcul se fera sur les droites AE, EZ, dont aucune n'est rigoureusement exacte, d'après les démonstrations géométriques, chacune étant au contraire prise assez grossièrement. Voilà pourquoi, comme nous l'avons dit, à chaque corde qu'il trouve, afin de l'avoir d'une exactitude géométrique, il s'est servi du théorème de différence de deux intermédiaires, qu'il a mis dans ce livre; car, après avoir inscrit la soutendante AH d'un demi-degré, et joint la droite HG, il trouve la soutendante de l'arc HBG, de $2\frac{1}{2}$ parties, en se servant

παχυμερεστέρων αὐτῷ εὑρεθεισῶν εὐθειῶν τὴν εὕρεσιν τῆς πηλικότητος ποιούμενος.

Ἵνα δὲ φανερὸν ἡμῖν γένηται τὸ λεγόμενον, ἐκκείσθω ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓΔ, περὶ διάμετρον τὴν ΑΔ, καὶ ἀπειλήφθωσαν $\overline{\beta}$ περιφέρειαι ἥ τε ΑΒ καὶ ἡ ΑΓ. Καὶ ἔστω ἡ μὲν ΑΒ μοίρας $\overline{\alpha}$ $\overline{\varsigma}''$, ἡ δὲ ΑΓ μοιρῶν $\overline{\gamma}$. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι, αἵ τινες δεδομέναι εἰσὶν ἐκ τῶν γραμμικῶν ἀποδείξεων. Ἔστω δὲ τῶν μεταξὺ τῶν $\overline{\beta}$, τρίτα διαστήματα κατὰ τὰ Ε Ζ. Ἐὰν οὖν ἐγγράψαντες τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον, ὡς τὴν ΒΕ εὐθεῖαν· ἐπιζεύξαντές τε τὴν ΑΕ, ἐπιλογισώμεθα ἀκολούθως τῷ τῆς συνθέσεως θεωρήματι, εὑρήσομεν παχυμερέστερόν πως τὴν ΑΕ εὐθεῖαν, ἐπειδήπερ τῇ ΒΕ παχυμερέστερον εἰλημμένῃ κατεχρησάμεθα, ὑποτείνουσαν τὴν ΑΒΕ περιφέρειαν μοιρῶν οὖσαν $\overline{\beta}$. Καὶ δῆλον ὅτι εἰς τὴν ταύτης εὕρεσιν παραλήφειμεν καὶ τὴν ΑΒ ἐκ τῶν γραμμικῶν δείξεων ἀκριβῶς εἰλημμένην. Ἐὰν ἀκολούθως ἐπιζεύξαντες τὴν ΕΖ, τῷ τῆς συνθέσεως θεωρήματι πάλιν κατεχρησώμεθα πρὸς τὴν εὕρεσιν τῆς ὑποτεινούσης τὴν ΑΕΖ περιφέρειαν, μοιρῶν οὖσαν $\overline{\beta}$ $\overline{\varsigma}''$, ὡς τὴν ΑΖ εὐθεῖαν, ἔσται ἡμῖν ὁ ἐπιλογισμὸς ἐκ τῶν ΑΕ, ΕΖ εὐθειῶν, μηδεμιᾶς αὐτῶν ἀκριβῶς διὰ τῶν γραμμῶν ἀποδειχθείσης, ἀλλ' ἑκατέρας ἐκ τῶν παχυμερεστέρων ἐπιλογισμῶν. Διὰ τοῦτο οὖν, ὡς ἔφαμεν, ἵνα καθ' ἑκάστην εὕρεσιν παραλαμβάνῃ τὴν διὰ τῶν γραμμῶν αὐτῷ ἀκριβῶς ληφθεῖσαν, τῷ τῆς ὑπεροχῆς ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ τῶν μεταξὺ δύο διαστημάτων κατεχρήσατο. Ἐγγράψας γὰρ τὴν ΑΗ ὑποτείνουσαν τὸ ἡμιμοίριον, καὶ ἐπιζεύξας τὴν ΗΓ εὐθεῖαν, εὑρίσκει τὴν ὑποτείνουσαν τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν,

μοιρῶν οὖσαν β̄ ς″, καταχρησάμενος δηλονότι πρὸς τὴν τοιαύτην εὕρεσιν τῇ ΑΓ εὐθείᾳ δοθείσῃ ἀκριβῶς, διὰ τῶν γραμμῶν· ὥστε διὰ τοῦτο τοῖς δυσὶ τούτοις θεωρήμασι κατεχρήσατο εἰς τὴν εὕρεσιν τῶν ἐπιζητουμένων μεταξὺ τῶν ἀνὰ ᾱ ς″ μοιρῶν καθ' ἕκαστον τῶν δύο διαστημάτων πρὸς τὴν ἀναπλήρωσιν τοῦ κανόνος.

Ὅτι δὲ οὐδὲ ἐκ μόνου τῶν τῆς ὑπεροχῆς θεωρήματος ἐδύνατο τὰ μεταξὺ δύο διαστήματα ἀναπληρῶσαι παραλαμβάνων τὰς διὰ τῶν γραμμῶν δεδομένας εὐθείας, ἀλλὰ καὶ ἔτι πρὸς τούτῳ ἄτακτος αὐτῷ ἐγίνετο ἡ λεῖψις τῶν εὐθειῶν, ἐκ τοῦ, τὰ τελευταῖα τῶν ἐπιζητουμένων διαστημάτων ἀνάγκη πρῶτα λαμβάνεσθαι, οὕτως ἂν κατανοήσαιμεν. Ἔστω γὰρ πάλιν ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ὑποτεινέτω ἡ μὲν ΑΒ εὐθεῖα δεδομένη διὰ τῶν γραμμῶν τὴν ΑΒ περιφέρειαν μοίρας οὖσαν ᾱ ς″, ἡ δὲ ΑΓ εὐθεῖα δοθεῖσα καὶ αὕτη διὰ τῶν γραμμῶν, ὑποτεινέτω τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν μοιρῶν γ̄, καὶ ἔστω τὰ μεταξὺ β̄ ἐπιζητούμενα διαστήματα ἀπὸ τοῦ Β κατὰ τὰ Ε Ζ· τὸ μὲν Ε κατὰ τὰς β̄ μοῖρας, τὸ δὲ Ζ κατὰ τὰς β̄ ς″. Ὅτι μὲν οὖν ἐὰν ἀπὸ τοῦ Α ἀπολάβωμεν τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον ὡς τὴν ΑΠ. Ἡ τὴν ΗΒΖ περιφέρειαν, μοιρῶν οὖσαν β̄, ὑποτείνουσα οὐ δέδοται, διὰ τὸ μηδὲ τὴν ΑΖ εὐθεῖαν, ὑποτείνουσαν μοιρῶν β̄ ς″ δεδόσθαι, δῆλον. Ὅτι δὲ ἡ ὑποτείνουσα τὴν ΗΒΕΓ μοιρῶν οὖσαν β̄ ς″ δέδοται, τουτέστιν ἡ ΗΓ, τουτέστιν ἡ ΑΖ, τῆς ΑΓ διὰ τῶν γραμμῶν δοθείσης, φανερόν. Ἔτι δὲ πάλιν ἔχοντες τὴν ὑπὸ τὸ ἡμιμοίριον τὴν ΑΗ, καὶ τὴν ὑπὸ τὰς β̄ ς″ τὴν ΑΖ· εὑρήσομεν καὶ τὴν ὑπὸ τὰς β̄ μοῖρας τὴν ΗΖ τῷ αὐτῷ θεωρήματι καταχρώμενοι.

pour cela bien certainement de la droite AG donnée exactement par les lignes. C'est ce qui lui a fait employer ces deux théorèmes à trouver les deux intermédiaires de chaque espace des $1\frac{1}{2}$ degrés consécutifs, pour rendre sa table complète.

On va voir qu'il ne pouvoit pas, par le seul théorème de différence, remplir les intervalles de $1\frac{1}{2}$ degré, en prenant les droites données exactement par le calcul géométrique ; mais que ces droites mêmes ne pourroient pas être prises par ce moyen avec précision, parce qu'il faudroit auparavant prendre les extrémités justes des intervalles cherchés. (F. 55.) Soit encore le demi-cercle ABGD ; supposons la droite AB donnée géométriquement, et soutendante de l'arc de $1\frac{1}{2}$ degré, et de la droite AG donnée aussi par le calcul géométrique des lignes, soutendante de l'arc de 3 degrés. Soit aussi les deux intervalles moyens cherchés, depuis B, vers EZ, le point E de 2 degrés, et le point Z de $2\frac{1}{2}$. Si nous prenons depuis le point A la corde d'un demi-degré, telle que AH, la corde soutendante de l'arc HBZ de 2 degrés n'est pas donnée ; cela est clair, puisque la droite AZ soutendante de $2\frac{1}{2}$ degrés n'est pas donnée. Mais que la corde de l'arc HBEG de $2\frac{1}{2}$ degrés, c'est-à-dire HG ou AZ, soit donnée, cela est encore clair, puisque AG est donnée par la géométrie. Ayant AH soutendante d'un demi-degré et AZ soutendante de $2\frac{1}{2}$ degrés, nous trouverons, par le même théorème, HZ soutendante de 2 degrés ; ce qui est évident, parce qu'ici nous avons pris pour la démonstration les droites AH et AZ, dont aucune n'est donnée dans toute la rigueur géométrique, mais que l'une et l'autre sont

prises seulement par des calculs grossiers. Il est donc clair que ces droites ne sont pas exactement connues, savoir : la première qui est la soutendante de $2\frac{1}{2}$, et ensuite celle de 2 degrés. Ptolemée n'a donc pas voulu faire les accroissemens par $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$ de l'arc, dans sa table, soit parce que les valeurs des cordes des plus petits arcs n'ont pas la justesse que leur donneroit un calcul rigoureux, soit peut-être aussi parce qu'il lui a paru trop difficile de les obtenir par un tel calcul.

Telle est la méthode expéditive qu'il a suivie pour trouver les droites inscrites dans le cercle. « Mais afin qu'on ait sous la main, comme il l'a annoncé un peu auparavant, les grandeurs des cordes et des arcs toutes prêtes pour toutes les occasions, on les a mises en table ». Pour que nous ayons ces valeurs toutes calculées, et que nous ne passions pas le temps à les chercher par les procédés géométriques, il a disposé chacune de ces tables en 45 lignes, pour l'utilité de ce qu'on verra dans la suite concernant les anomalies du soleil, de la lune et des autres astres, et sur trois colonnes. Dans la première il a placé les arcs accrus par demi-degrés des 360 du cercle ; dans la seconde, les valeurs des cordes de ces arcs en parties des 120 du diamètre ; et dans la troisième, la trentième partie de la différence des cordes qui soutendent les accroissemens par demi-degré. Il a pris le trentième de la différence des droites, non que ce trentième soutende le trentième du demi-degré (car les différences des droites étant inégales,

Καὶ δῆλον ὅτι ἐνταῦθα τὴν ΗΑ εὐθεῖαν καὶ τὴν ΑΖ παρειλήφαμεν εἰς τὴν ἀπόδειξιν, μηδεμιᾶς διὰ τῶν γραμμῶν ἀποδειχθείσης, ἀλλ' ἑκατέρας διὰ τῶν παχυμερεστέρων ἐπιλογισμῶν. Καὶ φανερὸν ὅτι ἄτακτος ἡμῖν γεγένηται ἡ κατάληψις τῶν εὐθειῶν, διὰ τὸ τὴν πρώτην τὴν ὑπὸ τὰς $\bar{\beta}$ $\bar{\varsigma}''$ δεδεῖχθαι, εἶτ' αὖθις τὴν ὑπὸ τὰς $\bar{\beta}$. Οὐκ ἠβουλήθη οὖν οὐδὲ τῷ $\bar{\varsigma}''$ καὶ $\bar{\delta}$ τῆς περιφερείας τὴν παραύξησιν τοῦ κανόνος ποιήσασθαι, ἤτοι διὰ τὸ μηκέτι καὶ τὰς τῶν ἐλαττόνων εὐθειῶν πηλικότητας ἐξακολουθεῖν τῇ ἐξ ἀναλόγου λήψει, ἢ καὶ διὰ τὸ δυσεπιλόγιστον αὐτῷ καταφαίνεσθαι τὸ τοιοῦτον.

Ἡ μὲν οὖν πραγματεία τῶν ἐν τῷ κύκλῳ εὐθειῶν, οὕτως αὐτῷ ἐξ ἑτοίμου μετακεχείρισται. Ἵνα δὲ, καθὼς μικρῷ πρόσθεν ἐπηγγείλατο, ἐκ προχείρου τὰ τοιαῦτα μεγέθη τῶν εὐθειῶν καὶ περιφερειῶν πρὸς τὴν καθ' ἕκαστα χρείαν ἔχωμεν παραλαμβάνειν, καὶ κανονοποιίαν τούτων ἐξέθετο, ἵνα ἐξ ἑτοίμου τὰς πηλικότητας αὐτῶν ἔχωμεν ἐπιλογισμένας, καὶ μὴ ἐν ταῖς γραμμικαῖς δείξεσιν ἀπασχολώμεθα. Πεποίηται δὲ τὴν ἔκθεσιν τοῦ κανόνος ἐπὶ στίχους μὲν $\bar{\mu\varepsilon}$, διὰ τὸ ἑξῆς καὶ ἐν τοῖς τῶν ἀνομαλιῶν τοῦ τε ἡλίου καὶ τῆς σελήνης καὶ τῶν ἀστέρων φαινησόμενον εὔχρηστον, σελίδια δὲ τρία. Καὶ ἐπὶ μὲν τῶν πρώτων τὰς περιφερείας παρέθηκε καθ' ἡμιμοίριον παρηυξημένας, οἵων ἐστὶν ὁ κύκλος $\bar{\tau\xi}$· ἐπὶ δὲ τῶν $\bar{\beta}$ τὰς ἐπιβαλλούσας αὐταῖς τῶν εὐθειῶν πηλικότητας, οἵων ἐστὶν ἡ διάμετρος $\bar{\rho\kappa}$· ἐπὶ δὲ τῶν $\bar{\gamma}$ τὸ $\bar{\lambda}$ μέρος τῆς ὑπεροχῆς τῶν ὑποτεινουσῶν τὰς καθ' ἡμιμοίριον παραυξήσεις. Ἔλαβε δὲ τὸ $\bar{\lambda}$ τῆς ὑπεροχῆς τῶν εὐθειῶν, οὐχ' ὡς τοῦ $\bar{\lambda}$ αὐτῆς, τὸ $\bar{\lambda}$ τοῦ ἡμιμοιρίου ὑποτείνοντος (οὐδὲ γὰρ αἱ ὑπερ-

οχαὶ τῶν εὐθειῶν ἄνισοι οὖσαι τὰ ἡμιμοίρια ἴσα ὄντα ὑποτείνουσιν), ἀλλ' ὡς ἐξ ἀναλόγου τῇ παραυξήσει τῆς περιφερείας καὶ τῆς εὐθείας παραυξανομένης.

Ἵνα δὲ ἐπὶ καταγραφῆς φανερὸν γένηται τὸ λεγόμενον, ἐκκείσθω τὸ ΑΒΓΔ ἡμικύκλιον ἐπὶ διαμέτρου τῆς ΑΔ, καὶ διήχθωσαν ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου δύο τυχοῦσαι εὐθεῖαι, αἱ ΑΒ, ΑΓ, ὥστε μέντοι τὴν ΒΓ εἶναι ἡμιμοιρίου. Καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΕ· οὐ τοῦτο οὖν λαμβάνει, ὅτι ἡ ΕΓ τὴν ΒΓ ὑποτείνει. Ἀλλ' ἐπεὶ ἐν ᾧ ἡ ΑΒ περιφέρεια τῇ ΒΓ παραύξηται, καὶ ἡ ΑΒ τουτέστιν ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ, λαμβάνει ὅτι καὶ ἐν ᾧ ἡ ΑΒ περιφέρεια, λόγου ἕνεκεν, τῷ $\bar{\gamma}$ μέρει τῆς ΒΓ παρηύξηται, καὶ ἡ ΑΕ τῷ τρίτῳ μέρει τῆς ΕΓ. Ὁμοίως καὶ ἐν ᾧ ἡ ΑΒ περιφέρεια τῷ λ τῆς ΒΓ, καὶ ἡ ΑΕ τῷ $\bar{\lambda}$ τῆς ΕΓ, διὸ καὶ φησίν· ἵνα καὶ τοῦ πρώτου ἑξηκοστοῦ μέσην ἐπιβολὴν ἔχοντες ἀδιαφοροῦσαν πρὸς αἴσθησιν τῆς ἀκριβοῦς. Ἐξέθετο δὲ τὸ $\bar{\gamma}$ σελίδιον τῶν ἑξηκοστῶν πρὸς τὸ λαμβάνειν ἡμᾶς ἐξ εὐχεροῦς τὰς ὑποτεινούσας εὐθείας, καὶ τὰς μεταξὺ τῶν καθ' ἡμιμοίριον παραυξήσεις, οἷον τὰς μεταξὺ τῶν $\bar{\varepsilon}$ μοιρῶν καὶ $\bar{\varepsilon}$ ς'', ὡς τὰς $\bar{\varepsilon}$, λόγου ἕνεκεν, καὶ τὰ $\bar{\imath}$ ἑξηκοστά. Δεκάκις γὰρ ποιοῦντες τὰ παρακείμενα ταῖς $\bar{\varepsilon}$ κατὰ τὸ $\bar{\gamma}$ σελίδιον, καὶ προστιθέντες τῇ παρακειμένῃ πηλικότητι τῆς εὐθείας κατὰ τὸ δεύτερον σελίδιον, ἕξομεν τὴν εὐθεῖαν τὴν ὑποτείνουσαν τὰς $\bar{\varepsilon}$ μοῖρας καὶ $\bar{\imath}$ ἑξηκοστά. Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν καὶ μεταξὺ τῶν καθ' ἡμιμοίριον παραυξήσεων, ὧν τὴν ἐξέτασιν ἐξῆς ἐπ' αὐτῶν τῶν ἐν τῇ συντάξει περιεχομένων ἀριθμῶν ποιησόμεθα.

ne soutendent pas les demi-degrés qui sont égaux); mais parce que l'arc et la corde croissant ensemble, leur accroissement se fait concurremment.

Pour rendre cela plus clair par une figure, soit (Fig. 56) le demi cercle ABGD sur le diamètre AD, et soient menées d'une des extrêmités de ce diamètre deux droites quelconques AB, AG, mais de manière que BG soit l'arc d'un demi degré, et faisons AD égale à AB. Il ne prétend pas que EG soutende BG. Mais parce qu'en même temps que l'arc AB s'est accru de BG, la droite AB, c'est-à-dire AE s'est accrue de EG, il dit que l'arc AB s'étant accru, par exemple, d'un tiers de BG, AE a simultanément crû d'un tiers de EG; et que pareillement, pendant que l'arc AB a crû d'un trentième de BG, la droite AE a crû aussi d'un trentième de EG. C'est pourquoi il dit que nous avons l'augmentation moyenne pour une soixantième (minute) sensiblement égale à l'augmentation juste. Et son but en nous donnant cette troisième colonne, a été que nous puissions prendre sur-le-champ non seulement les cordes des arcs exprimés dans la table, mais encore celles des intermédiaires aux accroissemens par demi-degrés. Nous aurons ainsi celles des arcs entre 5 degrés et 5 $\frac{1}{2}$ degrés, par exemple celle de 5 degrés 10 soixantièmes. Car multipliant par 10 les parties fractionnaires qui sont dans la ligne de 5^d, et ajoutant le produit à la valeur de la corde de cet arc marquée à côté dans la seconde colonne, nous aurons la droite qui soutend 5 degrés 10 minutes. Il en est de même pour toutes les autres cordes des arcs compris dans les intervalles des accroissemens par demi-degré. Nous les représenterons conformément aux nombres mêmes par lesquels ils sont exprimés dans la composition.

« Il est aisé de voir que dans le doute de quelque faute de copie pour quelqu'une de ces soutendantes », et toujours ainsi de suite. Il est évident, dit-il, que si nous doutons de l'exactitude de quelqu'une des droites comprises dans cette table, comme si elle n'étoit pas exprimée convenablement, nous en ferons bientôt l'épreuve et la correction, soit en prenant celle de l'arc double; soit en doublant l'arc donné, et en comparant ceux qui ont la même différence; soit aussi en prenant celle du supplément au demi-cercle. Car proposons-nous de chercher la soutendante de l'arc de 10 degrés : pour cela, nous prenons la soutendante du double de cet arc, c'est-à-dire celle de 20 degrés; puis prenant cet arc double sur la circonférence du cercle, nous trouverons par le théorème de division, la soutendante de sa moitié, c'est-à-dire celle de 10 degrés. Ou bien prenant des arcs qui diffèrent de 10 degrés les uns à l'égard des autres, comme ceux de 20 et de 30 degrés, et ayant leurs cordes, nous trouverons par le théorème de différence, celle de 10 degrés. Ou même de la manière suivante : en prenant la soutendante des 170 degrés qui complètent le demi cercle, et en l'élevant au carré, puisque nous avons celui du diamètre, lequel est égal à la somme de celui de la soutendante de 170 degrés, et de celui de la soutendante de 10 degrés, parce que l'angle qu'elles comprennent dans le demi-cercle, est droit. Otant donc du carré du diamètre, celui de la corde

Εὐκατανόητον δὲ ὅτι διὰ τῶν αὐτῶν καὶ προκειμένων θεωρημάτων κἂν ἐν διαγμῷ γενώμεθα γραφικῆς ἁμαρτίας περί τινα ἐν τῷ κανόνι περιεχομένων εὐθειῶν, καὶ τὰ ἑξῆς. Φανερὸν δὲ, φησὶν, ὅτι καὶ ἐὰν ἀμφιβάλλωμεν περί τινα τῶν ἐν τῷ κανόνι περιεχομένων εὐθειῶν, ὡς μὴ δεόντως αὐτῆς ἐκτεθειμένης, ἐξ εὐχεροῦς τὴν ἐξέτασιν αὐτῆς καὶ τὴν ἐπανόρθωσιν ποιησόμεθα· ἤτοι τὴν ὑπὸ τὴν διπλασίονα αὐτῆς παραλαμβάνοντες, ἢ ἄλληλας τινὰς ἐχούσας ταύτην τὴν ὑπεροχὴν, ἢ τὴν λείπουσαν αὐτῆς εἰς τὸ ἡμικύκλιον. Ἔστω γὰρ ἡμᾶς ἐπιζητεῖν τὴν ὑποτείνουσαν τὰς ῑ μοῖρας τῆς περιφερείας· λαμβάνομεν τὴν ὑποτείνουσαν τὴν διπλασίονα ταύτης, τουτέστι τὰς κ̄ μοῖρας· καὶ ἐκθέμενοι κύκλον, καὶ ἀπολαβόντες τὴν τηλικαύτην περιφέρειαν, ἐπιζεύξαντες τὴν ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν αὐτὴν δεδομένην ἡμῖν, καταχρώμενοι τῷ τῆς διχοτομίας θεωρήματι, εὑρήσομεν τὴν ὑποτείνουσαν τὴν ς″ αὐτῆς, τουτέστι τὰς ῑ μοῖρας. Ἢ καὶ ἄλλως λαμβάνοντες τινὰς περιφερείας, ὧν ἡ ὑπεροχὴ ἐστὶ μοιρῶν ῑ· οἷον τὴν τῶν κ̄ μοιρῶν καὶ λ̄. Ἔχοντες δὲ καὶ τὰς ὑπ' αὐτὰς εὐθείας, πάλιν τῷ τῆς ὑπεροχῆς θεωρήματι καταχρώμενοι, εὑρήσομεν τὴν ὑπὸ τὰς ῑ μοῖρας. Ἔτι δὲ καὶ οὕτως· λαμβάνοντες τὴν ὑποτείνουσαν τὰς λειπούσας τῶν ῑ εἰς τὸ ἡμικύκλιον μοιρῶν ρ̄ο̄, καὶ ποιήσαντες τὸ ἀπ' αὐτῆς, ἔχοντες δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ τε ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τὰς ρ̄ο̄, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τὰς λοιπὰς ῑ, διὰ τὸ ἐν ἡμικυκλίῳ ὀρθὴν γίνεσθαι τὴν γωνίαν τὴν ὑπ' αὐτῶν περιεχομένην. Καὶ ἀφελόντες ἀπὸ τοῦ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τὰς ρ̄ο̄, τῶν ὑπολειφθέντων,

τετραγωνικὴν λαβόντες πλευρὰν, ἕξομεν καὶ τὴν ὑποτείνουσαν τὰς $\bar{\iota}$ μοῖρας τῆς περιφερείας. Καὶ ἔστιν ἡ τοῦ κανόνος ἔκθεσις τοιαύτη.

de 170 degrés, et extrayant du reste le côté du carré (la racine carrée), nous aurons la corde de l'arc de 10 degrés : c'est ainsi que cette table est disposée.

Ἐκτεθειμένης οὖν ἡμῖν τῆς πραγματείας τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, ἀκόλουθον ἡγούμεθα καὶ ἐνταῦθα διαλαβεῖν, πῶς αἱ τῶν ἐλασσόνων εὐθειῶν πηλικότητες μείζοσι διαφοραῖς παρηύξηνται, κατὰ τὸ ἐξῆς τῶν παραυξήσεων τῶν περιφερειῶν ἴσων οὐσῶν, καὶ πῶς αἱ ἐλάσσονες τῶν ὑπὸ τὰς ξ̄ μοῖρας τῆς περιφερείας ὑποτείνουσαι εὐθεῖαι μείζονες εἰσὶ τῷ ἀριθμῷ τῶν κατ' αὐτὰς περιφερειῶν, αἱ δὲ μετὰ τὰς ξ̄, ἐλάττονες. Καὶ πῶς δοθείσης τινὸς περιφερείας μεταξὺ τῶν καθ' ἡμιμοίριον παραυξήσεων πιπτούσης, ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα λαμβάνεται. Καὶ τὸ ἀνάπαλιν· πῶς δοθείσης τινὸς εὐθείας μεταξὺ τῶν ἐγκειμένων πιπτούσης, ἡ ἐπ' αὐτῆς περιφέρεια δέδοται. Δείξομεν δὲ πρῶτον διὰ τῶν γραμμῶν, πῶς αἱ τῶν ἐλαττόνων εὐθειῶν πηλικότητες μείζοσι διαφοραῖς παρηύξηνται, κατὰ τὸ ἐξῆς τῶν παραυξήσεων τῶν περιφερειῶν ἴσων οὐσῶν.

Après cette exposition de la table des cordes, nous croyons devoir expliquer comment il se fait que les différences des valeurs des moindres cordes deviennent de plus en plus grandes, quoique les accroissemens de leurs arcs soient toujours égaux; et que les cordes des arcs au-dessous de 60 degrés sont exprimées en nombres plus grands que leurs arcs correspondans, tandis que celles des arcs au-dessus de 60^{d}., le sont en nombres plus petits; et comment, étant donné un arc intermédiaire à deux accroissemens par demi degré on trouve la droite qui le soutend; et réciproquement, comment étant donnée une soutendante intermédiaire à deux autres marquées dans la table, l'arc qu'elle soutend est aussi donné. Nous démontrerons d'abord géométriquement comment les valeurs des moindres droites croissent par des différences qui deviennent toujours de plus en plus grandes, à mesure que leurs arcs croissent par des différences toujours égales.

Ἐστω γὰρ ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἀπειλήφθω ἡ ΑΒ περιφέρεια, λόγου ἕνεκεν, μοιρῶν $\bar{\iota}$, ἡ δὲ ΑΔ μοιρῶν $\bar{\iota}$ ς'', ἡ δὲ ΑΕ μοιρῶν $\bar{\iota\alpha}$. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ὑπ' αὐτὰς εὐθεῖαι, ἥ τε ΑΒ καὶ ἡ ΑΔ, καὶ ἡ ΑΕ· καὶ κείσθω τῇ μὲν ΑΒ, ἴση ἡ ΑΖ, τῇ δὲ ΑΔ ἴση ἡ ΑΗ, λέγω ὅτι ἡ ὑπεροχὴ τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΑΒ, τουτέστιν ἡ ΒΖ, μείζων ἐστὶ τῆς ὑπεροχῆς τῆς ΑΕ πρὸς τὴν ΑΔ, τουτέστι τῆς ΗΕ. Κείσθω γὰρ τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΘ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΔ, ΔΕ, ΔΗ, ΔΘ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν

Soit le demi-cercle ABG (F. 57), et prenons sur sa circonférence, l'arc AB de 10 degrés, par exemple, l'arc AD de 10 $\frac{1}{2}^{d}$, et l'arc AE de 11 degrés joignons leurs cordes AC, AD, AE; et faisons AZ égale à AB, et AH égale à AD je dis que la différence de AD à AB, c'est-à-dire ZD, est plus grande que la différence de AE à AD, c'est-à-dire que HE. Faisons AB égale à AT, et joignons BD, DE, DH, DT. Puisque AB est égale à AT, et que AD est commune, les deux droites BA,

AD, sont égales aux deux TA, AD; et l'angle BAD est égal à l'angle EAD, puisque l'arc BD est égal à l'arc DE, par conséquent la base BD est égale à la base DT. Mais BD est égale à DE, donc DB est égale à DT. Ainsi le triangle DET est isoscéle, et par conséquent les angles T et E sont égaux. Et puisque AD est égal à AH, AZ étant égal à AT, il s'ensuit que le reste DZ est égal au reste TH. En outre, puisque AD est égal à AH, l'angle ADH est égal à l'angle AHD. Doncils sont aigus l'un et l'autre. Et puisque l'angle AHD est aigu ainsi que l'angle en T, la perpendiculaire abaissée de D sur TE, tombera entre T et H. Menons donc DK. Puisque dans le triangle isoscéle DTE cette perpendiculaire tombe du sommet sur la base, elle coupe la base en deux parties égales. Donc TK est égale à KE. Par conséquent TH, c'est-à-dire ZD, est plus grande que HE. Or ZD est la différence de AD à AB, et HE est la différence de AE à AD. Donc les différences des arcs plus petits, sont plus grandes que celles des arcs plus grands dont les différences entr'eux sont égales.

Nous allons montrer à présent, que les cordes des arcs au-dessous de 60 degrés, sont exprimées en nombres plus grands que celles de leurs arcs correspondans, tandis que celles des arcs au-dessus, le sont en nombres plus petits; ce qui est évident par le théorème qu'il a démontré auparavant.

(Fig. 58). Car soit le cercle ABGD, Menons-y les deux droites AB corde de l'arc de 30 degrés, et AG soutendante de 60. Puisque la droite AG est à la droite AB, en moindre raison que l'arc AG à

ἡ ΑΒ τῇ ΑΘ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΔ, δύο αἱ ΒΑ, ΑΔ, δυσὶ ταῖς ΘΑ, ΑΔ ἴσαι εἰσὶ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΔ ἴση ἐστίν· ἐπεὶ καὶ περιφέρεια ἡ ΒΔ τῇ ΔΕ περιφερείᾳ ἴση ἐστί· βάσις ἄρα ἡ ΒΔ βάσει τῇ ΔΘ ἐστὶν ἴση. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΔ τῇ ΔΕ ἴση ἐστὶ, καὶ ἡ ΔΕ ἄρα τῇ ΔΘ ἐστὶν ἴση· ἰσοσκελὲς ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΕΘ τρίγωνον. Ὀξεῖαι ἄρα αἱ πρὸς τοῖς Θ καὶ Ε γωνίαι. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ τῇ ΑΗ ἴση ἐστὶν, ὧν ἡ ΑΖ τῇ ΑΘ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΖ λοιπῇ τῇ ΘΗ ἐστὶν ἴση. Πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΗ, καὶ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΗΔ ἐστὶν ἴση· ὀξεῖα ἄρα ἑκατέρα. Καὶ ἐπεὶ ὀξεῖα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΔ, ἀλλὰ καὶ ἡ πρὸς τῷ Θ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Δ, ἐπὶ τὴν ΘΕ κάθετος ἀγομένη μεταξὺ τῶν Θ, Η πεσεῖται. Ἤχθω δὴ ἡ ΔΚ, καὶ ἐπεὶ ἐν ἰσοσκελεῖ τριγώνῳ τῷ ΔΘΕ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται, δίχα τεμεῖ τὴν βάσιν. Ἴση ἄρα ἡ ΘΚ τῇ ΚΕ· μείζων ἄρα ἡ ΘΚ, τουτέστιν ἡ ΖΔ τῆς ΗΕ. Καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΖΔ ὑπεροχὴ τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΑΒ, ἡ δὲ ΗΕ ὑπεροχὴ τῆς ΑΕ πρὸς τὴν ΑΔ· αἱ ἄρα τῶν ἐλαττόνων εὐθειῶν ὑπεροχαὶ μείζονές εἰσι τῶν ἐξῆς τῶν περιφερειῶν τῶν ἴσῳ παρηυξημένων.

Δείξομεν δὴ καὶ πῶς αἱ ὑπὸ τὰς ἐλάττονας τῶν ξ̄ μοιρῶν ὑποτείνουσαι εὐθεῖαι, μείζους εἰσὶ τῷ ἀριθμῷ τῶν κατ' αὐτὰς περιφερειῶν, αἱ δ' ὑπὸ τὰς πλείους, ἐλάττονες. Καὶ ἔστι τὸ τοιοῦτον αὐτόθεν δῆλον, ἐκ τοῦ προδειχθέντος ὑπ' αὐτοῦ θεωρήματος.

Ἔστω γὰρ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διήχθωσαν ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι, ἥ τε ΑΒ ὑποτείνουσα περιφέρειαν μοιρῶν λ̄, καὶ ἡ ΑΓ, μοιρῶν ξ̄. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΑΒ ἐλάσ-

σονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΑΒ περιφέρειαν· ἡ δὲ ΑΒΓ περιφέρεια διπλασίων ἐστὶ τῆς ΑΒ περιφερείας· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα εὐθεῖα τῆς ΑΒ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία. Καὶ ἔστιν ἡ ΑΓ εὐθεῖα ξ̄· ἡ ΑΒ ἄρα εὐθεῖα μείζων ἐστὶ τῶν λ̄, ὥστε ἡ ΑΒ εὐθεῖα μείζων ἐστὶ τῷ ἀριθμῷ τῆς ἐπ' αὐτῆς περιφερείας, ἐλάσσων οὖσα ξ̄. Πάλιν διήχθω καὶ ἡ ΑΔ ὑποτείνουσα μοιρῶν ρ̄κ̄. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΑΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΔ περιφέρεια πρὸς τὴν ΑΓ περιφέρειαν, ἡ δὲ ΑΓΔ διπλασίων ἐστὶ τῆς ΑΒΓ· ἡ ΑΔ ἄρα εὐθεῖα, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία τῆς ΑΓ· ἀλλὰ ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐστὶν ξ̄· ἡ ΑΔ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶ τῶν ρ̄κ̄ τῆς περιφερείας οὔσης ρ̄κ̄.

Ἔστι δὲ καὶ τοῦτο λογικώτερον εἰπεῖν, ὅτι ἐπεὶ καὶ μείζους εὑρέθησαν αἱ εὐθεῖαι τῷ ἀριθμῷ τῶν ἐπ' αὐτὰς περιφερειῶν, καὶ ἐλάσσους, εὐλόγως ἰσάριθμος εὑρέθη καὶ μέση, ἡ ἰσάριθμος τῶν ἀνίσων, τουτέστιν ἡ τῶν ξ̄.

Ὅτι δὲ οὐχ' ὁρίζει τὰς πηλικότητας τῶν εὐθειῶν καὶ ἐπὶ τῶν μειζόνων περιφερειῶν τὸ προκείμενον θεώρημα, καθάπερ ἐκ τῆς ὑπὸ τὸ ς″ δ̄, καὶ τῆς ὑπὸ τὴν ᾱ ς″ κατελάμβανε τὴν ὑπὸ τὴν ᾱ μοῖραν ἔγγιστα, δείξομεν οὕτως. Ὑποκείσθω γὰρ πάλιν ἡ μὲν ΑΒ περιφέρεια μοιρῶν λ̄, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα δεδομένη λᾱ γ′ λ″, ἡ δὲ ΑΒΔ περιφέρεια, μοιρῶν ρ̄κ̄, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα ρ̄γ̄ νε′ κγ″. Καὶ δέον ἔστω ἐκ τούτων εὑρεῖν τὴν ὑπὸ τὰς ξ̄, ὡς τὴν ΑΓ. Ἐπεὶ οὖν ἡ

l'arc AB, et l'arc ABG étant double de l'arc AB, il s'ensuit que la droite AG est moins que double de la droite AB. Or la droite AG est de 60^{p}, donc la droite AB est de plus de 30^{p}. C'est pourquoi la droite AB moindre que 60, est plus grande en nombres que son arc. Menons encore AD soutendante de 120 degrés. Puisque la droite AD est à la droite AG en moindre raison que l'arc AD à l'arc AG, et que l'arc AGD est double de l'arc ABG, il s'ensuit que la droite AD est moins que double de la droite AG; mais la droite AG est de 60^{p}, dont la droite AD est de moins de 120^{p}, relativement à son arc qui est de 120^{d}.

On peut encore prouver la même chose par le raisonnement, en disant qu'après avoir trouvé que les cordes des arcs au-dessous de 60^{d}, sont plus grandes en nombres, que leurs arcs respectifs, et la corde de l'arc moyen de 60^{d} étant de 60^{p} aussi, la conséquence naturelle est que l'expression en nombres des cordes des arcs au-dessus de cet arc moyen, doit être plus petite que celles de chacun de leurs arcs respectifs.

Nous allons faire voir que le théorême que Ptolemée a donné auparavant, ne détermine pas d'une manière précise les valeurs des soutendantes des grands arcs, comme par la soutendante de $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$, et par celle de $1+\frac{1}{2}$, il a pris celle de 1 degré approchée. Supposons dans la même figure encore l'arc AB de 30 degrés, et sa corde de 31^{p} 3′ 30″; l'arc ABD de 120 degrés, et sa corde de 103^{p} 55′ 23″, Et qu'il faille trouver par ces cordes, celle de 60 degrés, telle que AG. Puisque l'arc AG est double de AB, la droite AF

est donc moins que double de la droite AB. Mais AB est de 31ᵖ 3′ 30″, donc AG est moindre que 62ᵖ 7′. Par les mêmes raisons encore, la droite AD est moins que le double de la droite AG. Mais AD est de 103ᵖ 55′ 23″, dont la droite AG est à peu près, de 51ᵖ 57′ 42″. Or elle vient d'être démontrée plus petite que 62ᵖ 7′, il est donc évident par là qu'on ne peut pas déterminer avec précision la valeur de cette droite, puisque la différence d'avec la vraie est d'environ 10ᵖ 10′.

ΑΓ περιφέρεια τῆς ΑΒ ἐστὶ διπλῆ, ἡ ΑΓ ἄρα εὐθεῖα τῆς ΑΒ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων. Καὶ ἔστιν ἡ ΑΒ λᾱ γ′ λ″· ἡ ΑΓ ἄρα ἐλάττων ἐστὶν ξϐ ζ′. Πάλιν διὰ τὰ αὐτὰ ἡ ΑΔ εὐθεῖα τῆς ΑΓ ἐλάσσων ἐστίν, ἢ διπλασίων. Καὶ ἔστιν ἡ ΑΔ ρῑ νέ κγ″· ἡ ΑΓ ἄρα εὐθεῖα νᾱ νζ μϐ′ ἔγγιστα. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐλάττων ξϐ ζ′, καὶ δῆλον ὡς οὐκ ἔστιν ὁρίσαι αὐτῆς ἔγγιστα τὴν πηλικότητα, τῆς διαφορᾶς μοιρῶν ῑ καὶ ἑξηκοστῶν ι′ ἔγγιστα τυγχανούσης.

Tout cela bien conçu, il resteroit encore à montrer comment, étant donné un arc intermédiaire à ceux qui croissent par demi-degrés, on pourra trouver aussitôt la corde de cet arc; et réciproquement, comment étant donné une corde intermédiaire à celles qui sont exposées dans la table, son arc sera aussi donné. Qu'il soit question de trouver la corde de l'arc donné de 10ᵈ 15′. Je prends dans la table l'arc de 10ᵈ, le plus prochainement inférieur, et sa corde, de 10ᵖ 27′ 32″; et l'arc immédiatement plus grand, qui est celui de 10ᵈ 30′, et sa corde de 10ᵈ 58′ 49″. Puis j'écris l'arc moyen donné de 10ᵈ + 15′, comme je l'écris ci-dessous.

Τούτου δειχθέντος, καταλίποιτο ἂν ἔτι δεῖξαι πῶς δοθείσης τινὸς περιφερείας μεταξὺ τῶν καθ' ἡμιμοίριον πιπτούσης, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα ἐκ προχείρου ἔγγιστα δοθήσεται. Καὶ τὸ ἀνάπαλιν· πῶς δοθείσης τινὸς εὐθείας μεταξὺ τῶν ἐν τῷ κανόνι ἐκτεθειμένων πιπτούσης, καὶ ἡ ἐπ' αὐτῆς περιφέρεια ὁμοίως δοθήσεται. Ἔστω δὴ δοθείσης περιφερείας μοιρῶν ῑ καὶ ἑξηκοστῶν ιε′ τὴν ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖαν εὑρεῖν. Ἀπογράφει τὴν ἔγγιστα ἐλάττονα περιφέρειαν μοιρῶν οὖσαν ῑ, καὶ τὴν ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖαν τμημάτων ῑ κζ′ λϐ″· καὶ ἔτι τὴν ἔγγιστα μείζονα περιφέρειαν μοιρῶν οὖσαν ῑ λ′, καὶ τὴν ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖαν ῑ νη′ μθ″. Μέσην δὲ τὴν διδομένην περιφέρειαν μοιρῶν ῑ καὶ ἑξηκοστῶν ιε′, ὡς ὑπογέγραπται.

	10 . 0	...	10 . 27′ . 32″	. . . ῑ . ο . ῑ . κζ′ . λϐ.″	
	10 . 15	...	10 . 43 . 10	ι . ει . ι . μγ . ι.	
	10 . 30	...	10 . 58 . 49	ι . λ . ι . νη . μθ.	
Pour	30	. .	31 . 17	. . . . . λ . λα . ιζ	ζ
Pour	15		15 . 38 . 30″	ιε . ιε λη . λ‴.	
	31′ 17″ =		469 . 15‴	. . . . . υξθ . ιε.	
Divisé par	30 = ½	. . .	938 . 30	. . . . . ϡλη . λ.	
Quotient.	. . . . .		15 . 38 . 30″	. . . . . ιε . λη. λ⁗	
	10 . 0 . . .		10 . 27 . 32		
	10 . 15 . . .		10 . 43 . 10 . 30‴		λ′ : ει′ : : λα ιζ : εελη″

Καὶ ἐπεὶ καθ' ὁμαλὴν παραύξησιν ἀναλόγως τοῖς μεταξὺ ἑξηκοστοῖς τῶν περιφερειῶν τὰ τῶν εὐθειῶν ἑξηκοστὰ ἔγγιστα ἐπιβάλλει, ὡς μικρῷ πρόσθεν φανερὸν ἡμῖν γέγονε, λαμβάνομεν τὴν ὑπεροχὴν τῆς μείζονος περιφερείας πρὸς τὴν ἐλάσσονα, τουτέστι τῶν μοιρῶν $\bar{\iota}$ καὶ λ̄ ἑξηκοστῶν πρὸς τὰς $\bar{\iota}$ μοίρας. Ἔστι δὲ ἑξηκοστὰ λ′, καὶ ἔτι τῶν ὑπ' αὐτὰς εὐθειῶν τὴν ὑπεροχήν. Ἔστι δὲ $\bar{\text{ο}}$ λά ιζ″, καὶ ἔτι τῶν $\bar{\iota}$ μοιρῶν τὰς περιφερείας πρὸς τὰς $\bar{\iota}$ μοίρας καὶ ἑξηκοστὰ ιε′, ἃ ἐστιν ἑξηκοστὰ ιε′. Καὶ ἐπεί, ὡς ἔφην, ἀναλόγως ζητοῦμεν τὰς ἐπιβαλλούσας εὐθείας ταῖς περιφερείαις, ἔχοντες τρία μεγέθη, $\bar{\beta}$ μὲν τῶν ὑπεροχῶν τῶν περιφερειῶν, καὶ ἓν τῆς ὑπεροχῆς τῶν εὐθειῶν, λαμβάνοντες δ̄ ἀνάλογον, εὑρίσκομεν τὴν ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν τὴν τῶν μοιρῶν $\bar{\iota}$ καὶ ἑξηκοστῶν ιε′ περιφέρειαν. Εὑρίσκεται δὲ οὕτω τὰ ιε′ ἑξηκοστὰ τῆς περιφερείας, ἐπὶ τὰ $\bar{\text{ο}}$ λά ιζ″ τῆς εὐθείας, γίνονται υξθ″ $\bar{\beta}$ ἑξηκοστὰ καὶ $\bar{\gamma}$ ιε″. Ταῦτα μερίσαντες περὶ τὰ λ̄ πρῶτα ἑξηκοστὰ τῆς ὑπεροχῆς τῶν $\bar{\iota}$ ς″ μοιρῶν, τῆς μείζονος περιφερείας πρὸς τὰς $\bar{\iota}$ μοίρας τῆς ἐλαχίστης, ἕξομεν πρῶτα ἑξηκοστὰ ιε′ καὶ $\bar{\beta}$ λη″ ς″, ἃ προσθέντες τῇ ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ τὰς $\bar{\iota}$ μοίρας τῆς περιφερείας τμημάτων οὔσῃ $\bar{\iota}$ κζ′ λβ″, ἕξομεν τὴν ὑποτείνουσαν τὰς $\bar{\iota}$ μοίρας καὶ ἑξηκοστὰ ιε′, τμημάτων $\bar{\iota}$ μγ′ ι″ ἔγγιστα, τὰ λ″ $\bar{\gamma}$ ἑξηκοστὰ καταλιμπάνοντες, ὡς μηδὲν ἀξιόλογον ἐμποιοῦντα διαφοράν.

Πάλιν τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, δέον ἔστω ποιῆσαι τὸ ἀνάπαλιν· τουτέστι δοθείσης εὐθείας τμημάτων $\bar{\iota}$ μγ′ ι″, εὑρεῖν τὴν ὑπ' αὐτῆς περιφέρειαν. Λαμβάνομεν πάλιν τὴν ὑπεροχὴν τῆς ἐγγύτερω μείζονος αὐτῆς καὶ ἐλάσσονος, τουτέστι τῶν $\bar{\iota}$ νη′ μθ″, πρὸς τὰ $\bar{\iota}$ κζ′

Puisqu'il insère les soixantièmes des droites en suivant l'accroissement uniforme conjointement avec les soixantièmes intermédiaires des arcs, comme nous l'avons vu un peu plus haut, nous prenons l'excédent du plus grand arc sur le plus petit, c'est-à-dire de 10^d 30′ sur 10^d. Cet excédent est 30′. Nous prenons aussi celui de leurs cordes qui est de 31′ 17″, enfin la différence de l'arc de 10^p à celui de 10^d 15′, qui est 15′. Puisque, comme je l'ai dit, nous cherchons proportionellement les cordes qui répondent à leurs arcs, et que nous avons trois grandeurs, nous trouverons par leur moyen la quatrième qui sera la soutendante de l'arc de 10^d 15′. Or 15′ multipliées par 31′ 17″ font 469″ 15‴, qui divisées par les 30 de l'excédent du plus grand arc sur le plus petit, donnent 15′ 38″ $\frac{1}{2}$. Ajoutons ce dernier nombre aux 10^p 27′ 32″ de la corde de 10^d, et nous aurons celle de 10^d 15′, de 10^p 43′ 10″ à peu près, en négligeant les 30‴ comme faisant une différence peu considérable.

Les mêmes choses demeurant, on veut faire l'inverse, c'est-à-dire étant donnée la droite de 10^p 43′, 10″, trouver l'arc soutendu par cette droite. Nous prenons encore l'excès du plus grand sur le plus petit, c'est-à-dire ici de 10^p 58′ 49″ sur 10^p 27′ 32″, qui est 31′ 17″, et pa-

reillement la différence 30′ des arcs, et 15′ 38″ qui est celle de 10ᵖ 43′ 10″ à 10ᵖ 27′ 32″ et pour avoir le quatrième terme par une proportion, nous multiplions les 15′ 38″ par 30′, et nous trouvons 450″ 1140‴ que nous divisons par 31′ 17″, Le quotient est 15′. Ajoutons-les à 10ᵈ, et nous aurons l'arc 10ᵈ 15′ soutendu par la droite donnée.

Mais on peut trouver tout cela plus aisément, comme il le pense lui-même. Car si cherchant cette droite proposée, nous multiplions par 15 les nombres qui, dans la 3ᵉ colonne, répondent à 10ᵈ, et que nous en ajoutions le produit à la soutendante de 10 degrés, nous aurons ainsi celle de 10ᵈ 15′. Et réciproquement, si, ayant cette même droite, nous voulons avoir l'arc qu'elle soutend, prenant la différence de cette droite à l'inférieure la plus prochaine, comme de 10ᵖ 43′ 10″ à 10ᵖ 27′ 32″; et divisant cette différence des deux droites par les soixantièmes qui, dans la 3ᵉ colonne répondent au moindre arc le plus prochain, nous ajouterons le quotient au moindre arc, comme ici à l'arc de 10ᵈ, et nous aurons l'arc soutendu par la droite donnée.

CHAPITRE X.

DE L'ARC COMPRIS ENTRE LES TROPIQUES.

Nous nous sommes assez étendus sur la construction de la table des cordes, et sur

λϐ″, ἃ γίνεται ο̄ λα′ ιζ″. Καὶ τῶν περιφερειῶν ὁμοίως, τὰ ο̄ λ, καὶ ἔτι τῶν ῑ μγ′ ι″ πρὸς τὰ ῑ κζ′ λϐ″, ἅ ἐστιν ἑξηκοστὰ ιε′ λη″. Καὶ ἵνα πάλιν λάϐωμεν τὸν δ′ ἀνάλογον, πολλαπλασιάζομεν τὰ ιε′ λη″ ἐπὶ τὰ ο̄ λ, καὶ γίνονται ο̄ ο̄ υν αρμ. Καὶ μερίζομεν περὶ τὰ ο̄ λα′ ιζ″, καὶ τὰ γενόμενα ἑξηκοστὰ ιε′ προστιθέντες ταῖς ῑ μοῖραις, ἕξομεν τὴν ὑποτεινομένην περιφέρειαν ὑπὸ τῆς εἰρημένης εὐθείας, μοιρῶν ῑ ιε′.

Ἔστι δὲ καὶ προχειρότερον τὸ τοιοῦτον ἐφοδεῦσαι, καθὼς καὶ αὐτῷ δοκεῖ. Ἐὰν γὰρ ζητοῦντες τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν δεκαπεντάκις ποιήσωμεν τὰ περιεχόμενα ταῖς ῑ μοῖραις τῆς περιφερείας ἐν τῷ τρίτῳ σελιδίῳ, καὶ τὰ γενόμενα προσθήσωμεν τῇ ὑποτεινούσῃ τὰς ῑ μοῖρας, καὶ οὕτως ἕξομεν τὴν ὑποτείνουσαν τὰς ῑ μοῖρας καὶ ἑξηκοστὰ ιε′. Ἐὰν δὲ ἀνάπαλιν τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν ἔχοντες βουλώμεθα λαϐεῖν τὴν ἐπ' αὐτῆς περιφέρειαν, τὴν ὑπεροχὴν τῆς εὐθείας λαϐόντες, ἣν ἔχει πρὸς τὴν ἔγγιστα ἐλάσσονα περιεχομένην, οἷον τὴν ὑπεροχὴν τῶν ῑ μγ′ ι″ πρὸς τὰ ῑ κζ′ λϐ″, καὶ ἔτι τὰ περιεχόμενα ἐν τῷ γ̄ σελιδίῳ ἑξηκοστὰ τῇ ἔγγιστα ἐλάσσονι· καὶ παρ' αὐτὰ μερίσαντες τὴν ὑπεροχὴν τῶν β̄ εὐθειῶν, τὰ γενόμενα ἐκ μερισμοῦ προσθέντες τῇ ἐκκειμένῃ ἐλάττονι περιφερείᾳ, οἷον τῇ τῶν ῑ μοιρῶν, ἕξομεν τὴν ὑποτεινομένην περιφέρειαν ὑπὸ τῆς εἰρημένης εὐθείας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι′.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΤΡΟΠΙΚΩΝ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΣ.

Διεξελθοντες περὶ τῆς πραγματείας τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, καὶ ἔτι περὶ τῶν κατὰ

μέρος εἰς τὴν πραγματείαν παρακολουθούντων ταύτην, ἑξῆς περὶ τῆς εἰρημένης αὐτῷ ἀναγκαίως τῶν κατὰ μέρος προλαμβάνεσθαι ἀποδείξεων, τουτέστι τῆς μεταξὺ τῶν β̄ πόλων τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ ζωδιακοῦ πηλικότητος ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν αὐτῶν πόλων γραφομένου μεγίστου κύκλου τὸν λόγον ποιησόμεθα. Φησὶν οὖν ἐνταῦθα· πόσον ὁ λοξὸς καὶ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλος ἐγκέκλιται πρὸς τὸν ἰσημερινόν· ἡ γὰρ τούτων ἔγκλισις τὴν ἴσην ἀπολαμβάνει τῇ μεταξὺ τῶν β̄ πόλων. Ἐὰν γὰρ νοήσωμεν ζωδιακὸν μὲν τὸν ΑΒΓ, ἰσημερινὸν δὲ τὸν ΑΔΓ, καὶ τὸ μὲν Α σημεῖον τὸ κατὰ τὴν ἐαρινὴν αὐτοῦ τομήν, τὸ δὲ Β θερινὸν τροπικόν, καὶ λάβωμεν τοῦ μὲν ΑΒΓ ζωδιακοῦ πόλου, τὸ Ε, τοῦ δὲ ΑΓΔ ἰσημερινοῦ πόλου τὸ Ζ, καὶ διὰ τῶν Ζ, Ε μέγιστον κύκλον γράψωμεν ὡς τὸν ΒΕΖΘ, γίνεται ἡ ΖΔ ἴση τῇ ΕΒ, ἐκ πόλων γὰρ εἰσὶ μεγίστων κύκλων. Καὶ κοινῆς ἀφαιρεθείσης τῆς ΔΕ, λοιπὴ ἡ ΖΕ μεταξὺ τῶν πόλων λοιπῇ τῇ ΒΔ τῆς ἐγκλίσεως ἐστὶν ἴση. Ὥστε ἐὰν τὴν ἔγκλισιν τῶν κύκλων εὕρωμεν ἐπὶ τοῦ οὕτως γραφομένου μεγίστου κύκλου, εὑρηκότες ἐσόμεθα καὶ τὴν μεταξὺ τῶν πόλων. Ὅτι δὲ ἡ ΒΔ τῆς ἐγκλίσεως ἐστὶ τῶν κύκλων, δείξομεν οὕτως· ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΑΓ, ΒΚ, ΔΘ κοινὰς τομὰς τῶν κύκλων, ἔσται τὸ Κ κέντρον τῆς σφαίρας, διὰ τὸ μεγίστους εἶναι τοὺς κύκλους, καὶ διαμέτρους τὰς ΒΚ, ΔΘ, ΑΓ. Καὶ ἐπεὶ ὁ ΒΔΚΘ ὀρθός ἐστι πρὸς τοὺς ΑΒΓΚ, ΑΔΓΘ κύκλους, καὶ οἱ ΑΒΓΚ, ΑΔΓΘ ἄρα κύκλοι, ὀρθοί εἰσι πρὸς τὸν ΒΔΚΘ. Καὶ ἡ κοινὴ ἄρα

les détails qu'elle entraîne. Nous allons parler des notions particulières dont Ptolemée a dit qu'il étoit nécessaire de donner les démonstrations avant toute autre, c'est-à-dire que nous allons commencer par chercher la grandeur de l'arc (du grand cercle qui passe par les pôles du zodiaque et de l'équateur) compris entre ces deux poles. Ou comme dit Ptolemée : « De combien le cercle oblique qui entoure le zodiaque par le milieu de sa largeur, est incliné à l'équateur ». Car leur inclinaison est mesurée par un arc égal à celui de la distance de ces poles. Représentons nous en effet le zodiaque figuré ici (F. 59) par le cercle ABG, l'équateur par le cercle ADG, le point A placé dans leur intersection vernale, le tropique d'été en B; prenons E pour le pole du zodiaque ABG, et Z pour le pole de l'équateur AGD, et par ces points Z et E décrivons un grand cercle tel que BEZT, ZD est égal à EB, car ces deux arcs descendent perpendiculairement des pôles des deux grands cercles sur ces cercles. Retranchant l'arc commun DE, reste l'arc ZE entre les poles, égal à l'arc BD de l'inclinaison. Si donc nous trouvons l'inclinaison de ces cercles sur le grand cercle ainsi décrit, nous aurons par là l'arc entre les poles tout trouvé. Voici comme nous prouvons que l'arc BD est celui de l'inclinaison de ces cercles : si nous joignons leurs sections communes AG, BK, DT, K sera le centre de la sphère, parce que ce sont de grands cercles, et que ces droites en sont les diamètres. Puisque ce cercle BDKT est perpendiculaire sur les cercles ABGK et ADGT, ceux-ci sont donc perpendiculaires sur BDKT. Donc leur section commune AG est perpendiculaire sur le cer-

cle BDKT, et par conséquent sur toutes les droites qui aboutissent à elle, et qui sont dans le plan du cercle BDKT; de sorte que la droite AG est perpendiculaire sur les droites BH et DH. Or, puisque ces droites sont perpendiculaires sur la section commune du cercle qui entoure le zodiaque par le milieu, et de l'équateur, dans les plans de l'un et l'autre de ces cercles, l'angle BHD est donc l'inclinaison de ces plans, et au centre de la sphère. Ainsi l'arc BD est celui de l'inclinaison des plans de ces deux cercles.

En disant encore : Quel rapport a le grand cercle qui passe par les poles de ces deux cercles avec l'arc qui est compris entre ces poles, il parle de leur écart égal de part et d'autre; car s'il trouvoit ce rapport, ayant le grand cercle de 360 degrés, il auroit l'arc d'entre les poles, ou l'arc dont l'équateur est également éloigné des tropiques; c'est-à-dire l'arc dont celui d'entre les tropiques est le double; et il n'a employé cet arc, que parce qu'il lui sert plus que tout autre moyen à connoître aussitôt l'arc d'entre les poles. Mais toute la matière de la théorie astronomique, consistant dans les phénomènes, il déduit de ceux-ci cette première démonstration de l'arc compris entre les tropiques, je veux dire qu'il la déduit des observations de ces phénomènes. Et pour faire ces observations, il s'est servi de deux instrumens les plus simples : l'un, composé de cercles, l'autre qui n'est qu'un carreau : Il en décrit d'abord la construction, et la manière de les poser, et ensuite l'usage qu'on en fait. Il trouve par leur moyen, comme nous l'avons dit, l'arc d'entre les tropiques; et par celui-ci, l'arc

αὐτῶν τομὴ ἡ ΑΓ, ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΒΔΚΘ κύκλον· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΒΔΚΘ κύκλου ἐπιπέδῳ, ὥστε καὶ πρὸς τὰς ΒΗ, ΔΗ ὀρθή ἐστιν ἡ ΑΓ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΓ κοινῇ τομῇ τοῦ διὰ μέσων καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθάς εἰσιν αἱ ΗΒ ΗΔ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΗΔ, ἡ κλίσις ἐστὶ τῶν εἰρημένων ἐπιπέδων. Καὶ ἔστι πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας· ὥστε καὶ ἡ ΒΔ περιφέρεια, τῆς κλίσεως ἐστὶ τῶν αὐτῶν ἐπιπέδων.

Πάλιν λέγων τίνα λόγον ἔχει ὁ κύκλος πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην αὐτοῦ μεταξὺ τῶν πόλων περιφέρειαν, ἐκ παραλλήλων περὶ τῆς αὐτῆς κατακλίσεως λέγει. Ἐὰν γὰρ εὕρῃ τοῦτον τὸν λόγον, ἔχῃ δὲ καὶ τὸν μέγιστον κύκλον μοιρῶν τξ, ἔχει ἄρα καὶ τὴν μεταξὺ τῶν πόλων περιφέρειαν, ἥτινι περιφερείᾳ, ἴσον ἀπέχει ἰσημερινὸς ἑκατέρου τῶν τροπικῶν, τουτέστιν ἧς περιφερείας διπλασίων ἐστὶν ἡ μεταξὺ τῶν τροπικῶν. Διὰ τοῦτο δὲ ταύτην ἐπήγαγεν, ἐπεὶ μάλιστα διὰ ταύτης ἐκ προχείρου τὴν εἰρημένην περιφέρειαν μεταξὺ τῶν πόλων καταλαμβάνει. Καὶ ἐπεὶ ὕλη τῆς ἀστρονομικῆς θεωρίας ἐστὶ τὰ φαινόμενα, ἐκ τούτων τὴν τοιαύτην πρώτην ἀπόδειξιν τῆς μεταξὺ τῶν τροπικῶν περιφερείας ἐπιλογίζεται, λέγω δὴ ἐκ τηρήσεων τῶν φαινομένων. Κέχρηται δὲ πρὸς τὴν τοιαύτην τῶν τηρήσεων κατάληψιν ἁπλουστέραις δυσὶν ὀργάνων ἐκθέσεσι, μιᾷ μὲν διὰ κρίκων, ἑτέρᾳ δὲ διὰ πλινθίδος, ὧν πρῶτον τὰς κατασκευὰς ἐκτίθεται καὶ τὰς θέσεις, εἶθ' οὕτω καὶ τὰς χρήσεις. Καὶ διὰ τούτων εὑρίσκει, ὡς ἔφαμεν, τὴν μεταξὺ τῶν τροπικῶν περιφέρειαν, καὶ ἐκ ταύτης τὴν προ-

κειμένην μεταξὺ τῶν πόλων, καὶ ἔτι τὴν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν, τουτέστι τὸ τοῦ πόλου ἔξαρμα.

Κατασκευάζεται δὲ, φησὶ, τὰ ὄργανα τόν δε τὸν τρόπον· καὶ πρῶτον ὁ διὰ τῶν κρίκων. Ποιήσομεν γὰρ, φησὶ, κύκλον χάλκεον σύμμετρον τῷ μεγέθει, τετορνευμένον ἀκριβῶς, τετράγωνον τὴν ἐπιφάνειαν, τουτέστι τετράπλευρον. Ἔπειτα παραγράψαντες ἐπὶ μιᾶς τῶν παρά τε τὴν κοίλην καὶ τὴν κυρτὴν πλευρὰν κατὰ μέσον κύκλον, διελόντες αὐτὸν εἰς τὰ τοῦ μείζονος κύκλου τμήματα τξ, καὶ ἔτι τὰ μεταξὺ εἰς ὅσα ἐνδέχεται, χρησώμεθα τούτῳ μεσημβρινῷ, καθιστάντες αὐτὸν, τὴν πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι, καὶ ἔτι πρὸς ἄρκτους καὶ μεσημβρίαν θέσιν λαμβάνοντα. Ἔπειτα ἕτερον κυκλίσκον, λεπτότερον αὐτοῦ κατὰ τὸ ὕψος ἐναρμόσαντες ὑπ' αὐτὸν, ὥστε τὰς πλευρὰς αὐτῶν, ὡς ἔφαμεν, τὰς περὶ τὰς κυρτὰς καὶ κοίλας ἐπὶ μιᾶς μένειν ἐπιφανείας, περιάγεσθαί τε ἀκωλύτως ὑπὸ τὸν μείζονα δύνασθαι τὸν ἐλάσσονα τῶν κύκλων, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ αὐτοῦ πρὸς ἄρκτους τε καὶ μεσημβρίαν. Τοῦτο δὲ γίνηται, πρισματίων τινῶν πηγνυμένων εἰς τὰς παρ' ἑκάτερα τοῦ μείζονος κύκλου πλευρὰς, καὶ διακρατούντων τὸν ἐλάσσονα εἰς τὸ αὐτὸ τούτῳ ἐπίπεδον. Ἔπειτα εἰς τέσσαρα ἴσα διαιρουμένου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, κατὰ δύο τῶν οὕτω γενομένων κατὰ διάμετρον σημείων, ἐναρμόζομεν δύο πηγμάτια μικρὰ τετράγωνα ἴσα, ἵνα ἐπ' εὐθείας αὐτοῖς γινομένου τοῦ ἡλίου, ὅλον τὸ ὑποκάτω πηγμάτιον ὑφ' ὅλου τοῦ ὑπεράνω σκιασθῇ, νεύοντα πρὸς ἄλληλα, καὶ τὸ κέντρον τῶν κύκλων, τουτέστιν ἵνα αἱ πλατύτεραι καὶ τετράγωνοι πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας ὦσι τε-

tion d'entre les poles; et enfin l'arc depuis le point vertical jusqu'à l'équateur, c'est-à-dire la hauteur du pole.

Voici, dit-il, quelle est la construction de ces instrumens, d'abord de celui qui est composé d'anneaux « nous ferons, ce sont sont ses propres paroles, un cercle de cuivre de même dimension dans toute sa grandeur, parfaitement façonné au tour, et dont toutes les surfaces fassent entr'elles des angles droits » c'est-à-dire qui ait quatre faces perpendiculaires entr'elles. Ensuite décrivant sur une des faces un cercle moyen entre les circonférences concave et convexe, nous le diviserons en 360 parties égales du grand cercle et chacune en autant de subdivisions qu'il est possible qu'elle en reçoive, il nous servira de méridien en le plaçant verticalement à l'horizon, et dans la direction des ourses vers le midi. Après quoi, adaptant dans l'intérieur de ce cercle, un cercle plus petit et plus étroit, dans le sens de sa hauteur, de manière que se joignant, comme nous l'avons dit, par leurs bords concave et convexe, ils ne composent qu'une seule surface, mais de sorte aussi que le plus petit cercle puisse tourner dans le grand sans obstacle, et dans le même plan, des ourses vers le midi, et du midi vers les ourses, ce qui se fait par de petits prismes attachés des deux côtés sur les faces latérales du grand cercle, et qui retiennent le petit cercle dans le plan du plus grand, ce petit cercle étant divisé en quatre parties égales, nous fixons sur deux points diamétralement opposés de ces divisions, deux pinnules carrées, de manière que quand le soleil est perpendiculaire sur elles, la pinnule inférieure soit couverte en entier par l'ombre de la pinnule supérieure, toutes deux ayant leurs faces tournées l'une vers

l'autre et vers le centre des cercles, c'est-à-dire de sorte que leurs faces les plus larges, qui sont carrées, se regardent l'une l'autre, comme vers le centre, et non l'une les ourses et le midi; tandis que l'autre ne regarderoit que le centre: et de plus, il faut qu'elles soient perpendiculaires au plan des cercles sur lesquels nous ajouterons au milieu de leur largeur, c'est-à-dire dans le milieu de l'intervalle de ces cercles tant du côté des ourses que du côté du midi, dans la jonction de ce petit cercle à l'armille, des aiguilles minces qui toucheront le côté du grand cercle gradué. C'est ainsi que Ptolemée décrit la construction de cet instrument. Il marque ensuite comment il faut le placer pour la plus exacte précision, et il dit que pour les observations, ce doit être sur un plan parallèle à l'horizon, dans un lieu découvert et au grand jour; que les côtés de la base du support soient parallèles entr'eux, et qu'il soit lui-même vertical sur l'horizon et parallèle au plan du méridien. Pour le rendre vertical à l'horizon, voici comment on s'y prend: On laisse descendre librement par le centre de la base un petit poids conique de plomb, suspendu à un fil qui ne fait qu'une ligne droite avec l'axe, ce fil passe par le point le plus élevé de l'armille; or ce point est diamétralement opposé au point central où le cercle est appuyé sur le support. On dressera donc l'instrument par des calles jusqu'à ce que son point vertical diamétralement opposé à celui du cercle touche le côté du cercle dans ces points mêmes, de manière qu'il ne s'en écarte pas, et qu'il n'y soit pas incliné. Alors le plan sera perpendiculaire sur cclui qui est parallèle à l'horizon, parce que le poids conique abandonné à sa pesanteur, tient le fil perpendiculaire sur l'horizon. C'est ainsi qu'on

τραμμέναι, καὶ ὡς ἐπὶ τὸ κέντρον. Καὶ μὴ, ἡ μὲν ὡς πρὸς ἄρκτους καὶ μεσημβρίαν, ἡ δὲ ὡς πρὸς τὸ κέντρον. Ἔτι δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς τῷ ἐπιπέδῳ τῶν κύκλων, ἐφ' ὧν παραθήσομεν κατὰ μέσον τοῦ πλάτους αὐτῶν, τουτέστι κατὰ μέσης τῆς διαστάσεως αὐτῶν τῆς πρὸς ἄρκτους καὶ μεσημβρίαν, καὶ συμβαλλούσης τῷ κρίκῳ, γνωμόνια λεπτὰ ἁπτόμενα τῆς τοῦ μείζονος καὶ διηρημένου κύκλου πλευρᾶς. Διαλαβὼν οὖν μέχρι ἐνταῦθα περὶ τῆς κατασκευῆς τοῦ διὰ τῶν κρίκων ὀργάνου, ἑξῆς καὶ περὶ τῆς θέσεως αὐτοῦ διαλαμβάνει, ὅπως δέον ταύτην ἀκριβοῦν, καὶ φησί. Τοῦτον δὴ τὸν μείζονα κύκλον παρ' αὐτὰς τὰς τηρήσεις ἐπὶ στυλίσκου ἰστᾷν συμμέτρου, κειμένου ἐν ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ ὁρίζοντι ἔν τινι ἀνεπισκοτήτῳ χωρίῳ, παραλλήλους ἔχοντος τὰς βάσεις ἀλλήλαις, ὀρθὸν μὲν πρὸς τὸν ὁρίζοντα, παράλληλον δὲ τῷ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδῳ. Τὸ μὲν οὖν ὀρθὸν πρὸς τὸν ὁρίζοντα, λαμβάνεται οὕτως· βαρύλλιον μολύβδινον κωνάριον ἐξαρτυθὲν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν σπάρτον τῷ ἄξονι αὐτοῦ, ἐῶμεν καταφέρεσθαι, ἐπιθέντες τὴν σπάρτον ἐπὶ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐσομένου σημείου τοῦ κρίκου· τοῦτο δέ ἐστι τὸ κατὰ διάμετρον τοῦ ἐφαπτομένου τῆς ἐφεδρείας τοῦ στυλίσκου, ὑπὸ θεματίοις διορθούμενοι, ἕως ἂν εἰς τὸ κατὰ διάμετρον ἐπιψαύσῃ ἡ κορυφὴ αὐτοῦ τῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ πλευρᾶς τοῦ κύκλου, καὶ μήτε ἐκτὸς αὐτῆς ἐκνεύσῃ, μήτε ἐπικαθίσῃ αὐτῇ, καὶ ἔσται τότε τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ παρὰ τὸν ὁρίζοντα· ἐπεὶ καὶ τὸ κωνάριον τῷ ἰδίῳ βάρει καταφερόμενον, ὀρθὴν τὴν σπάρτον διαφυλάττει πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον. Καὶ οὕτω μὲν ὀρθὴ πρὸς τὸν ὁρί-

ζοντα ἡ θέσις τοῦ ὀργάνου καθίσεται. Ἵνα δὲ καὶ παράλληλον τῷ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδῳ αὐτὴν κατασήσωμεν, λαμβάνομεν πρῶτον μεσημβρινὴν γραμμὴν εὐσήμως ἐν ἀκλινεῖ τῷ ὑπὸ τὴν βάσιν ἐπιπέδῳ. Καὶ ἐπὶ ταύτης τιθέντες τὸν σύλίσκον, διοπτεύομεν, παραφέροντες τὸν σύλίσκον διὰ κωναρίου τῶν εἰρημένων τρόπων φυλαττομένων, ἕως οὗ διὰ μιᾶς πλευρᾶς τὸ ἐπίπεδον αὐτῶν παράλληλον τῇ μεσημβρινῇ γραμμῇ διοπτευθῇ, καὶ οὕτως ἔχομεν καὶ τὴν τοιαύτην θέσιν. Ἔστι δὲ οὕτω προχειρότερον ἅμα καὶ πρὸς ὀρθὰς καὶ παράλληλον τῷ μεσημβρινῷ τὸ ἐπίπεδον τῶν κύκλων τὴν θέσιν λαμβάνειν. Ἐὰν γὰρ ἀποθέμενοι τὴν βάσιν τοῦ σύλίσκου ἐπὶ τῆς μεσημβρινῆς γραμμῆς, κανόνας δύο λαβόντες, ἐφ' ἑκάτερα τῆς βάσεως σήσωμεν ὀρθοὺς πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον τὸν ὑποδειχθησόμενον ἑξῆς ἐπὶ τῆς πλινθίδος τρόπον, κατασήσαντες αὐτὸν τὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ πλευρὰς κατὰ τῆς μεσημβρινῆς εὐθείας, ἔσονται καὶ πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι καὶ ἐν τῷ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδῳ. Ἐὰν οὖν τοὺς κρίκους ἐπιθέντες τοῖς κανόσι ἐναρμόσωμεν μολίβδῳ τὸν μείζονα ἐπὶ τὴν ἐφέδραν, ἔσονται καὶ ὀρθοὶ πρὸς τὸν ὁρίζοντα, καὶ ἐν τῷ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδῳ. Δηλώσας οὖν ἡμῖν τὴν κατασκευὴν καὶ τὴν θέσιν, ἑξῆς ἐπὶ τὴν χρῆσιν μεταβαίνει, καὶ φησί.

Τοιαύτης δὴ τῆς θέσεως γενομένης, καὶ τὰ ἑξῆς. Τοιαύτην δὴ τὴν θέσιν τοῦ ὀργάνου εἰληφότος, ἐτηροῦμεν τὴν πρὸς ἄρκτους καὶ μεσημβρίαν τοῦ ἡλίου παραχώρησιν, περί τε τὰς θερινὰς τροπὰς, τουτέστι τοῦ ἡλίου περὶ τὴν ἀρχὴν τοῦ καρκίνου γινομένου, καὶ περὶ τὰς χειμερινὰς τροπὰς τοῦ ἡλίου πάλιν περὶ τὴν ἀρχὴν τοῦ αἰγόκερω τυγ-

pose l'instrument verticalement à l'horizon. Mais pour qu'il soit en même temps parallèle au méridien, il faut d'abord marquer la ligne méridienne bien distinctement dans le plan parallèle à l'horizon qui est sous la base de l'instrument. On place sur cette méridienne la petite colonne, en se servant, de la manière que je viens de dire, du petit plomb, jusqu'à ce qu'on apperçoive par un seul côté, leur plan parallèle à la ligne méridienne, et nous aurons ainsi la position convenable. Il est une manière plus expéditive de mettre le plan des cercles dans une situation tout à la fois verticale et parallèle au méridien. Car si nous plaçons la base de la colonne sur la ligne méridienne, et si prenant deux règles, nous les plaçons de part et d'autre de la base, perpendiculairement au plan de l'horizon, de la manière que nous dirons bientôt en parlant du parallélépipède, de sorte que leurs côtés soient dans la méridienne, elles seront verticales sur l'horizon et dans le plan du méridien. Si donc mettant les cercles dans le plan des règles, nous les ajustons de sorte que le plus grand soit sur son appui suivant la ligne à plomb, ils seront droits sur l'horizon, et dans le plan du méridien.

De la manière de construire et de placer cet instrument, passant à son usage, Ptolemée dit : L'instrument étant ainsi placé, après avoir donné cette position à l'instrument, nous avons observé la déclinaison du soleil vers les ourses et vers le midi, aux approches des conversions (solstices) d'été, c'est-à-dire quand le soleil est au commencement du cancer; et aux approches des

conversions (solstices) d'hiver, quand il est au commencement du capricorne à l'heure de midi, c'est-à-dire à la sixième, quand le méridien étoit devenu ombragé. En faisant tourner le cercle intérieur jusqu'à ce que la pinnule supérieure couvrît de son ombre la pinnule inférieure diamétralement opposée, et la plus proche de nous, car alors la ligne droite que l'on imagine passer par le point du milieu de chaque pinnule tombera sur le centre du soleil, le soleil étant alors, comme nous l'avons dit, dans les solstices, en continuant nos observations les jours suivans, nous observions jusqu'à ce que nous vissions le soleil retournant de la limite boréale ou australe, et demeurant comme sur le même point du méridien, y rester quelque temps; et, prenant le point de cette limite de la déclinaison du soleil, nous trouvions de combien de divisions du cercle il étoit dans la limite boréale, éloigné du point vertical sur le méridien. La petite aiguille nous l'indiquoit par les divisions du grand cercle, comprises entre cette aiguille et le point vertical, c'est-à-dire le point où le plan diamétralement opposé et parallèle à l'horizon, touche ce cercle, car la droite qui passe par le point vertical qui est dans le méridien est perpendiculaire à l'horizon. Observant donc les deux déclinaisons du soleil en latitude, la plus boréale et la plus australe dans les lieux où le soleil devient plus boréal que le point vertical, c'est-à-dire dans les lieux où la hauteur du pôle est moindre que les 23ᵈ 51′ d'inclinaison de l'écliptique

χάνοντος, ἐν αὐτῇ τῇ μεσημβρινῇ, τουτέστιν ἐν ς ὥρᾳ, ὅτε καὶ ἄσκιος ἐγίνετο ὁ μεσημβρινὸς, παραφέροντες τὸν ἐντὸς τῶν κύκλων, ἕως τὸ ἐπάνω πηγμάτιον τὸ κατὰ διάμετρον ἑαυτοῦ, καὶ κάτω πρὸς ἡμᾶς σκιάσῃ. Τότε καὶ γὰρ ἡ διὰ μέσον τῶν πηγματίων νοουμένη εὐθεῖα ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὸ τοῦ ἡλίου κέντρον πεσεῖται. Περὶ αὐτὰς οὖν, ὡς ἔφαμεν, τὰς τροπὰς ὄντος τοῦ ἡλίου, διὰ τῶν ἑξῆς ἡμερῶν τὴν τοιαύτην παρατήρησιν ποιούμενοι, ἐτηροῦμεν ἕως ἂν καταλάβωμεν τὸν ἥλιον ἀπὸ τοῦ βορειοτάτου ἢ νοτιωτάτου πέρατος τρεπόμενον, καὶ ὥσπερ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου μένοντα τοῦ μεσημβρινοῦ, διὰ τὸ περὶ τὰ τοιαῦτα σημεῖα μᾶλλον αὐτὸν ἐγχρονίζειν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ. Καὶ λαμβάνοντες τὸ κατ' ἐκεῖνο τὸ πέρας τῆς τοῦ ἡλίου παραχωρήσεως σημεῖον, εὑρίσκομεν πόσα τμήματα ἀφίστατο ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸ βορειότατον πέρας ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, δηλοῦντος ἡμῖν τοῦ γνωμονίου δηλαδὴ τὸ τοιοῦτον, ἐκ τῶν ἀπολειφθεισῶν διαιρέσεων τοῦ μείζονος κύκλου μεταξὺ τοῦ τε γνωμονίου τοῦ ἐπὶ τοῦ πηγματίου καὶ τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου, τουτέστι τοῦ κατὰ διάμετρον τοῦ τοῦ ἐπιπέδου ἐφαπτομένου· ἐπεὶ καὶ ἡ οὕτως ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς γωνίας γίνεται τῷ τοῦ ὁρίζοντος ἐπιπέδῳ, ἥτις καὶ ἐπὶ τὸ κατὰ κορυφὴν πίπτει, ὅ ἐστι καὶ ἐπ' αὐτοῦ τοῦ μεσημβρινοῦ. Τηρήσαντες οὖν ἀμφοτέρας τὰς κατὰ πλάτος τοῦ ἡλίου παρόδους τὴν βορειοτάτην καὶ νοτιωτάτην, ἐφ' ὧν μὲν βορειότερος ὁ ἥλιος ἐγίνετο τοῦ κατὰ κορυφὴν, τουτέστιν ἐφ' ὧν οἰκήσεων τὸ ἔξαρμα ἔλαττόν ἐστι τῶν καταλαμβανομένων τῆς τοῦ διὰ μέσων ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐγκλίσεως μοιρῶν κγ̄ να′, συντιθέντες ἀμφο-

τέρας τὰς ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὰ βορειότατα καὶ νοτιώτατα τῶν γνωμονίων ἀποστάσεις, τὴν ὅλην παραλαμβανομένη γινομένην μεταξὺ τῶν τροπικῶν. Ἔνθα δὲ ὁ ἥλιος βορειότατος γινόμενος ἐπὶ αὐτοῦ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐτύγχανεν, λαμβάνοντες μόνην τὴν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸ νοτιώτατον πέρας τοῦ ἡλίου παραχώρησιν, ταύτην πάλιν ἐλέγομεν εἶναι μεταξὺ τῶν τροπικῶν. Ἔνθα δὲ βορειότατος ὁ ἥλιος γινόμενος, νοτιώτερος τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐτύγχανεν, ἀπὸ τῆς νοτιωτέρας αὐτοῦ κατὰ κορυφὴν ἀποστάσεως, ἀφαιροῦντες τὴν βορειοτέραν, τὴν λοιπὴν ἐλέγομεν εἶναι μεταξὺ τῶν τροπικῶν, ἣν δίχα τεμόντες, εἴχομεν τὸ κατὰ τὸν ἰσημερινὸν σημεῖον. Καθόλου δὲ ἐπὶ πασῶν τῶν οἰκήσεων ὅσον ἀπέχει τοῦτο τὸ τῆς τοιαύτης διχοτομίας σημεῖον, ὅ ἐστι κατὰ τὸν ἰσημερινὸν τοῦ κατὰ κορυφὴν, τοσοῦτον ἔσται καὶ τὸ ἔξαρμα τῆς οἰκήσεως, τοῦ τοιούτου κατὰ κορυφὴν σημείου γινομένου, κατὰ τὸν ἰσημερινὸν ἐπὶ μόνης τῆς ὀρθῆς σφαίρας.

Ἵνα δὲ καὶ ἐνταῦθα φανερὰ ἡμῖν γένηται διὰ τῶν γραμμῶν τὰ λεγόμενα, ἐκκείσθωσαν οἱ ΑΒ, ΓΔ κύκλοι, ἔχοντες τὴν εἰρημένην θέσιν· κατὰ κορυφὴν δὲ ἔστω τὸ Α· καὶ βόρεια μὲν ἔστω τὰ πρὸς τῷ Ε, νότια δὲ τὰ πρὸς τῷ Β· καὶ βορειοτάτου γινομένου τοῦ ἡλίου, σκιαζέτω τὸ ὑπεράνω πρισμάτιον τὸ ὑποκάτω κατὰ τῆς Ε θέσεως, νοτιωτάτου δὲ κατὰ τῆς ἐπὶ τὸ Β. Ἕξομεν ἄρα καὶ ἐκ τῆς τοῦ κρίκου διαιρέσεως τὴν ΕΑΒ ἀπὸ τοῦ βορειοτάτου ἐπὶ τὸν νοτιώτατον τοῦ ἡλίου παραχώρησιν, ἥτις γίνεται μεταξὺ τῶν τροπικῶν, συγκειμένη δηλαδὴ ἐκ τῶν ΑΕ καὶ ΑΒ ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ

sur l'équateur, la somme des deux distances, depuis le point vertical jusqu'aux termes les plus boréaux et les plus australs des aiguilles, nous donne tout l'intervalle des tropiques. Mais pour les lieux où le soleil parvenu à sa limite la plus boréale est devenu plus austral que le point vertical, retranchant la plus boréale, le reste est l'intervalle des tropiques, et le point de division de cet intervalle divisé en deux parties égales est le point de l'équateur. En général, dans tout lieu, autant le point de division par moitiés, lequel est dans l'équateur, est éloigné du point vertical, autant est grande la hauteur du pole pour ce lieu. Les lieux qui ont la sphère droite étant les seuls qui aient leur point vertical dans l'équateur.

(Fig. 60.) Mais, pour rendre tout cela plus sensible par des figures, supposons que les cercles AB, GD soient disposés comme je l'ai dit; soit A le point vertical, les parties boréales vers E, et les australes vers B; que le soleil étant dans sa limite la plus boréale en B, la pinnule supérieure ombrage l'inférieure, et dans sa limite la plus australe en B, réciproquement. Nous aurons donc, par la division du cercle, le trajet EAB du soleil depuis son terme le plus boréal jusqu'au plus austral, entre les tropiques, composé des déclinaisons EA et AB. Pareillement, si la pinnule au point

vertical A, dans le terme le plus boréal, ombrage la pinnule la plus australe, diamétralement opposée en T, nous aurons encore l'arc AT. Mais si la limite la plus boréale est en B, et la plus australe en K, ôtant AB de AK, restera de même l'arc cherché BK qui, coupé par le milieu, donnera le point dans l'équateur.

τὸ βορειότατον καὶ νοτιώτατον. Καὶ ὁμοίως ἐὰν τὸ πηγμάτιον κατὰ τοῦ Α κατὰ κορυφὴν βορειότατον γενόμενον σκιάσῃ τὸ κατὰ διάμετρον νοτιώτατον γενόμενον κατὰ τὸ Θ, ἕξομεν πάλιν τὴν ΑΘ ἐπιζητουμένην περιφέρειαν. Ἐὰν δὲ τὸ μὲν βορειότατον πέρας κατὰ τοῦ Β γένηται, τὸ δὲ νοτιώτατον κατὰ τοῦ Κ, ἀφελόντες ἀπὸ τῆς ΑΚ τὴν ΑΒ, ἕξομεν λοιπὴν τὴν ΒΚ ἐπιζητουμένην ὁμοίως περιφέρειαν, ἣν δίχα τεμόντες ἕξομεν τὸ κατὰ τὸν ἰσημερινὸν σημεῖον.

Pour prouver que la distance de l'équateur au point vertical est égale à la hauteur du pôle pour le lieu où nous faisons les observations, soit le cercle méridien ABG, (F. 61) et sur ce cercle, le point vertical A, et l'horizon BG, puisqu'en tout lieu le pole de l'horizon est le point vertical, AG est donc un quart de cercle. Soit DE l'équateur, et Z son pole, DZ est donc aussi un quart du même grand cercle. L'arc AG est donc égal à l'arc DZ. Retranchant l'arc commun AZ, reste l'arc AD égal au reste ZG. Or AD est la distance du point vertical à l'équateur, et GZ celle de l'horizon au pole, laquelle est la hauteur du pole sur l'horizon, donc la distance du point vertical à l'équateur, est égale à la hauteur du pole.

Ὅτι δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἀπόστασις τοῦ ἰσημερινοῦ τὸ ἔξαρμα περιέχει τῆς οἰκήσεως, ἐφ' ἧς ἂν ποιώμεθα τὰς τηρήσεις, οὕτως ἡμῖν ἔσται δῆλον. Ἔστω γὰρ μεσημβρινὸς κύκλος ὁ ΑΒΓ· καὶ ἐπ' αὐτοῦ τὸ κατὰ κορυφὴν σημεῖον τὸ Α, ὁρίζων δὲ ὁ ΒΓ. Ἐπεὶ οὖν ἐπὶ πάσης οἰκήσεως ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος τὸ κατὰ κορυφήν ἐστι σημεῖον· ἡ ΑΓ ἄρα τεταρτημορίου ἐστίν. Ἔστω δὲ καὶ ἰσημερινὸς ὁ ΔΕ, πόλος δὲ αὐτοῦ τὸ Ζ· καὶ ἡ ΔΖ ἄρα τεταρτημορίου ἐστὶ τοῦ αὐτοῦ μεγίστου κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΔΖ. Καὶ κοινῆς ἀφαιρεθείσης τῆς ΑΖ, λοιπὴ ἡ ΑΔ λοιπῇ τῇ ΖΓ ἐστὶν ἴση. Καὶ ἡ μὲν ΑΔ ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸν ἰσημερινόν, ἡ δὲ ΓΖ ἀπὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπὶ τὸν πόλον, ἥτις ἐστὶ τοῦ ἐξάρματος. Ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸν ἰσημερινόν, ἴση ἐστὶ τῷ τοῦ πόλου ἐξάρματι.

Telle est la construction de l'instrument qui consiste en armilles; telle est aussi la manière de le placer, et enfin celle de s'en servir. Nous allons exposer de rechef ces trois articles relativement à l'autre instrument qu'il dit avec raison être plus commode dans la pratique, comme aussi plus aisé à concevoir. Il dit donc qu'il

Ἡ μὲν οὖν τοῦ διὰ τῶν κρίκων ὀργάνου κατασκευή τε καὶ θέσις, ἔτι τε καὶ χρῆσις, τοῦτον ἔχει τὸν τρόπον. Ἐξῆς δὲ περὶ τῶν αὐτῶν καὶ ἐπὶ τοῦ ἑτέρου ὀργάνου διαληψόμεθα, ὅπερ ἐρεῖ καὶ εὐχρηστότερον εἶναι πρὸς τὴν ἐπιζητουμένην μετάληψιν. Φησὶν

οὖν, χρὴ κατασκευάσαι πλινθίδα ξυλίνην ἢ καὶ λιθίνην, τετράγωνον μὲν κατὰ τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος, ἐλάττονα δὲ τὴν διάστασιν ἔχουσαν κατὰ τὸ βάθος, ὥστ' εἶναι τὸ σχῆμα αὐτῆς στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἔχον τὰς μὲν τέσσαρας ἐπιφανείας ἐκ παραλληλογράμμων ἑτερομηκῶν· τὰς δὲ λειπούσας β̄ καὶ ἀπεναντίον, τετραγώνους. Ἔτι δὲ καὶ ἀδιάστροφον καὶ σύμμετρον τῷ μεγέθει πρὸς τὸ δύνασθαι ἑστάναι κατὰ κρόταφον, μὴ πάνυ στενῶν γινομένων τῶν ἑτερομηκῶν ἐπιπέδων, πρὸς τὸ ἑδραίως αὐτὴν ἑστάναι δύνασθαι, ἀποτεταμένην ἔχουσαν μίαν τῶν τετραγώνων πλευρῶν, πρὸς κανόνα ἀπειργασμένην, ὡς ἐπὶ τῆς ὑποκειμένης καταγραφῆς τὴν ΑΒΓΔ. Ἐφ' ἧς ἐπὶ μιᾶς τῶν γωνιῶν ἀποστήσαντες βραχὺ, ληψόμεθα σημεῖον οἷον τὸ Ε· ᾧ κέντρῳ χρησάμενοι, καὶ διαστήματι συμμέτρῳ, γράψομεν κύκλου τεταρτημόριον τὸ ΖΗ, ἐπιζεύξαντες ἀπὸ τοῦ Ε δύο εὐθείας πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τὰς τὸ τεταρτημόριον τοῦ ὅλου κύκλου ἀπολαμβανούσας ὡς τὰς ΕΖ, ΕΗ. Καὶ διελόντες τὴν ΖΗ περιφέρειαν εἰς ϟ τμήματα ἴσα, καὶ ἃ μεταξὺ ἐνδέχεται ἑξηκοστὰ, κατὰ μιᾶς τῶν εὐθειῶν τῶν περιεχουσῶν τὴν γωνίαν, τῆς πρὸς ὀρθὰς τῷ τοῦ ὁρίζοντος ἐπιπέδῳ τιθεμένης, καὶ ἐν τῷ νοτιωτέρῳ μέρει τοῦ ἐπιπέδου λαμβανομένης, ὡς αὐτός φησιν, τῆς μελλούσης ὀρθῆς τε ἔσεσθαι πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον, καὶ πρὸς μεσημβρινὸν τὴν θέσιν ἕξειν, γνωμόνιον θήσομεν κυλινδρικόν· πρὸς τὸ ἀπὸ τούτου λαβεῖν τὴν ἀπὸ τοῦ ἡλίου πίπτουσαν σκιάν. Ἀναγκαίως οὖν ἐπὶ τοῦ νοτιωτέρου μέρους τοῦ ἐπιπέδου χρὴ εἶναι τὸ κυλίνδριον, ἵνα αἱ ἀκτῖνες ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πίπτωσι πρὸς τὰ βόρεια αὐτοῦ πεμ-

faut préparer un solide de bois ou de pierre, carré dans sa longueur et sa largeur, mais d'une épaisseur moindre, de sorte qu'il ait la forme d'un parallélépipède, tel que quatre de ses faces soient des parallélogrammes dont les côtés seront d'inégale longueur, et que les deux autres faces qui sont opposées l'une à l'autre, soient carrées; et qu'il soit si droit et si bien proportionné dans sa grandeur, qu'il puisse se tenir ferme debout, ce qui ne pourroit être, s'il avoit trop peu d'épaisseur. Qu'une de ses faces carrées soit taillée bien unie à la règle, comme le montre la figure (62) ABGD, sur un angle de laquelle, à une petite distance du bord, nous prendrons un point. De ce point comme centre et d'une distance convenable, nous décrirons le quart de cercle ZH qui sera embrassé par les deux lignes EZ, EH qui font un angle droit en E. Nous partagerons l'arc ZH en 90 portions égales, et chacune en autant de soixantièmes qu'il est possible. Puis sur celle de ces droites par lesquelles l'angle droit est formé, et qui est perpendiculaire au plan de l'horizon, prise, comme il le dit, dans la partie la plus méridionale du plan, et qui devra être vers le midi, nous fixerons un petit gnomon cylindrique, qui recevra l'ombre que le soleil fera tomber sur lui. C'est pourquoi il faut que ce petit cylindre soit sur la partie la plus méridionale du plan, afin que les rayons solaires tombent sur les parties boréales de ce petit cylindre, étant plus élevés au-dessus de l'horizon, que la plus grande

inclinaison de l'écliptique sur l'équateur, c'est-à-dire que 23^{d} 51′. Ce parallélépipède étant dressé dans un endroit découvert sur un pavé bien paralléle au plan de l'horizon, ce qui se fait par le moyen d'un diabète (pendule, ou fil auquel est suspendu un petit poids comme un solide triangulaire, ce pendule ou ce poids ressemblant au fruit chôrobate) ; ou bien par de l'eau versée sur le plan qu'on redresse par de petites calles jusqu'à ce que l'eau y demeure en repos. La face carrée ABGD étant tournée vers l'orient, et la face BKLG appuyée sur le pavé, EH étant verticale au plan de l'horizon, nous ajoutons en E un petit cylindre dont le centre soit juste sur ce point E. Et le petit cylindre fixé en M à l'extrêmité inférieure de la droite dont nous venons de parler, est tourné et formé absolument comme l'autre.

Après cette description de l'instrument, disons quelle doit être sa situation, et quelle en est l'usage. Plaçant donc, dit-il, la face graduée de ce parallélépipède, de manière qu'elle soit paralléle à la ligne méridienne qu'on a tracée; et soit en visant encore, soit en la posant sur cette ligne même, nous la dresserons perpendiculairement au plan de l'horizon, par le moyen d'un petit poids suspendu à un fil, et tombant de l'extrêmité du cylindre supérieur jusqu'à ce qu'il soit tout proche de l'extrêmité du cylindre inférieur. Car le fil touchant toute l'extrêmité, il se fait un parallélogramme rectangle de quatre côtés dont deux sont les petits cylindres égaux et semblables, un est la droite du plan comprise entre les deux extrêmités, et l'autre est le fil même. Il est clair que ce parallélogramme est rectangle, puisque

πόμεναι, ὡς ἐπὶ τῶν πλεῖον ἐχουσῶν τὸ ἔξαρμα τῶν τῆς μεγίστης ἐγκλίσεως τοῦ διὰ μέσων πρὸς τὸν ἰσημερινὸν μοιρῶν κγ̄ νά. Τῆς οὖν πλινθίδος τιθεμένης ἔν τινι ἀνεπισκοτήτῳ χωρίῳ, ἐν ἀκλινεῖ πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον ἐδάφει (τοῦτο δὲ γίνεται διὰ διαβήτου, ἤτοι ἀλφαρίου. Ἔστι δὲ ὁ διαβήτης, ἤτοι τὸ ἀλφάριον ἐοικὸς τῷ χωροβάτῃ καρπῷ, ἢ καὶ δι' ὕδατος τῷ ἐπιπέδῳ ἐπιχεομένου, καὶ ὑπὸ θεματίοις αὐτοῦ διορθουμένου, ἕως ἂν στάσιν ποιήσῃ τὸ ὕδωρ). Καὶ τῆς ΑΒΓΔ τετραγώνου πλευρᾶς πρὸς τὰς ἀνατολὰς τρεπομένης, τῆς δὲ ΒΚΛΓ πρὸς τὸ ἔδαφος, ὀρθῆς γινομένης τῆς ΕΗ τῷ τοῦ ὁρίζοντος ἐπιπέδῳ, ἐνηρμόσαμεν ἐπὶ τοῦ Ε σημείου κυλίνδριον, ὥστε τὸ κέντρον τῆς βάσεως αὐτοῦ ἐπ' αὐτοῦ ἀκριβῶς τυγχάνειν. Ἔτι δὲ καὶ πρὸς τῷ κάτω πέρατι τῆς εἰρημένης εὐθείας ἐπὶ τοῦ Μ ἕτερον κυλίνδριον ἐνεθήκαμεν ἴσον καὶ ὁμοίως τετορνευμένον τῷ ἑτέρῳ.

Δηλωθείσης οὖν ἡμῖν τῆς κατασκευῆς τῆς πλινθίδος, ἑξῆς καὶ περὶ τῆς θέσεως καὶ χρήσεως αὐτῆς διαληψόμεθα. Ἱστάντες οὖν, φησὶ, ταύτην τὴν καταγεγραμμένην τῆς πλινθίδος πλευρὰν, ὥστε παράλληλον αὐτὴν ἔχειν τὴν θέσιν τῇ διηγμένῃ μεσημβρινῇ γραμμῇ, δηλαδὴ πάλιν διοπτεύοντες, ἢ καὶ ἐπ' αὐτῆς αὐτὴν τιθέντες, ἔτι καὶ ὀρθὴν αὐτὴν ποιήσομεν πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον, διὰ σπάρτου ἀπηρτημένον ἐχούσης βαρύλλιον, καὶ ἀπὸ τοῦ πέρατος τοῦ ἐπάνω κυλινδρίου ἀφιεμένης, ἕως οὗ εἰς τὸ πέρας τοῦ κάτω κυλινδρίου ποιήσηται τὴν πρόσνευσιν. Τῆς γὰρ σπάρτου τοῦ πέρατος τοῦ κάτω ἀξονίου ἀκριβῶς ἁπτομένης, γίνεται παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιεχόμενον ὑπὸ δ̄, τῶν τε ἀξο-

νίων, τῶν τε δύο ἴσων καὶ ὁμοίων κυλινδρίων, καὶ τῆς ἐν τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τῶν περάτων αὐτῶν εὐθείας, καὶ ἔτι τῆς σπάρτου. Καὶ δῆλον ὅτι καὶ ὀρθογώνιόν ἐστι, διὰ τὸ καὶ τὸ κυλίνδριον πρὸς ὀρθὰς εἶναι τῷ ἐπιπέδῳ, καὶ τοὺς ἄξονας αὐτῶν τῇ εὐθείᾳ τῇ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ· ὥστε ὅταν ἡ σπάρτος ἐφάψηται ἀκριβῶς τοῦ πέρατος τοῦ κατωτέρω κυλινδρίου, τότε καὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν ἔσται πρὸς τὸ παρὰ τὸν ὁρίζοντα τοῦ παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου συνισταμένου. Ἔτι δὲ καὶ τῆς θέσεως εἰρημένης, ἑξῆς περὶ τῆς χρήσεως διαληψόμεθα.

Ἐποιούμεθα δὴ τὴν τοιαύτην κατὰ πλάτος παρατήρησιν τοῦ ἡλίου, ὁμοίως περὶ τὰς θερινὰς τροπὰς ἢ τὰς χειμερινὰς τυγχάνοντος, ἔτι τε καὶ κατ' αὐτὴν τὴν μεσημβρίαν, τουτέστι πάλιν περὶ ὥρας ς̄, ὁρῶντες τὴν ἀπὸ τοῦ κυλινδρίου προσπίπτουσαν ἐπὶ τὸ καταγεγραμμένον ἐπίπεδον σκιὰν, καὶ σημειούμενοι κατὰ ποίου τμήματος τῆς περιφερείας τυγχάνει, καὶ πηλίκην ἀπολαμβάνει περιφέρειαν ἀπὸ τῆς πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι εὐθείας, ἥτις καὶ ἐπὶ τὸ κατὰ κορυφὴν πίπτει. Καὶ ἵνα καταδηλοτέρα ἡμῖν γένηται ἡ ἀπὸ τοῦ κυλινδρίου σκιὰ, παρατίθεμεν πτυχίοντι πρὸς τῇ καταγεγραμμένῃ περιφερείᾳ, πρὸς τὸ εἰς ἐκεῖνο προσπίπτουσαν αὐτὴν εὐσημαντοτέραν καταφαίνεσθαι. Καὶ ἐπεὶ ἡ σκιὰ πλατυτέρα ἐστὶν (ἐπεὶ καὶ αὐτὸ τὸ κυλίνδριον παχύτερον τυγχάνει) καὶ πλείονα τόπον τῆς περιφερείας ἀπολαμβάνει, τότε μέσον αὐτῆς σημειούμενοι ἐπὶ τῆς τοῦ τεταρτημορίου διαιρέσεως, εἴχομεν τὴν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου κατὰ πλάτος ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ παραχώρησιν, τουτέστι πρὸς ἄρκτους καὶ μεσημβρίαν.

les cylindres sont perpendiculaires au plan de cette face, et que les côtés paralléles à l'axe, sont dans ce plan. Ainsi quand le fil à plomb touchera juste l'extrêmité du cylindre inférieur, ce même plan sera perpendiculaire à ce parallélogramme perpendiculaire lui-même au plan parallèle à l'horizon. De la position qu'il faut donner à cet instrument, passons à l'usage qu'on en fait.

Avec cet instrument nous observons le soleil, aussi bien lorsqu'il est dans le solstice d'été, que dans celui d'hiver, à midi encore, c'est-à-dire vers six heures, en regardant l'ombre qui tombe du petit cylindre sur le plan gradué, et en y marquant à quel point de l'arc elle aboutit, et le nombre de degrés qu'elle y intercepte depuis la droite perpendiculaire à l'horizon, laquelle est la ligne verticale. Pour mieux distinguer cette ombre, nous mettons contre l'arc gradué une tablette qui fait discerner l'ombre avec plus de précision quand elle tombe sur cette tablette. Et comme l'ombre est plus large, puisque le petit cylindre est plus épais, et qu'elle occupe plus de place sur l'arc, en prenant le milieu de cette ombre sur la division du quart de cercle, nous avions sur le méridien, à compter du point vertical, l'espace en latitude dont le soleil s'écarte de l'équateur, c'est-à-dire tant vers les ourses que vers le midi.

En faisant ces observations, plusieurs jours consécutifs, quand le soleil se trouve dans le tropique d'été, et en considérant en même temps l'ombre qui tombe du cylindre vers les parties australes, et ne se dirige plus vers des parties plus australes, mais retourne vers les parties boréales, nous prenons le point où elle retourne sur ses pas, et nous avons ainsi l'écart du soleil dans le solstice d'été. De même ensuite quand le soleil est dans le solstice d'hiver, et que l'ombre se jette vers des parties plus boréales, et ne va pas au-delà, parce qu'elle est arrivée aux plus boréales où elle puisse parvenir, mais retourne en arrière, nous marquons ce point où elle s'arrête, et nous trouvons, par ce point, l'écart le plus austral du soleil, à compter du point vertical. Nous avons ainsi sur le méridien l'arc cherché depuis la limite la plus boréale du soleil jusqu'à la plus australe, et nous voyons de combien de divisions il est, par celles qu'il intercepte sur le quart de cercle. Coupant cet arc par moitiés, ce milieu nous donne le point de l'équateur, et tout à la fois la distance à chacun des deux tropiques, ainsi que celle du point vertical à l'équateur, laquelle est égale à la hauteur du pole, ou ce qui est le même, à la latitude du lieu terrestre où l'on observe.

Pour mettre encore tout cela sous les yeux par une démonstration graphique, soit (Fig. 63.) EHDM le plan de l'arc gradué du parallélépipède, perpendiculaire sur l'horizon, N l'extrémité de l'ombre dans le solstice d'été, O dans le solstice d'hiver, si nous imaginons le cercle completé, PTNO cera le méridien, puisque la face graduée et le méridien doivent être dans le même plan. Si nous joignons NE,

Ποιούμενοι οὖν τὰς τοιαύτας παρατηρήσεις διὰ τῶν ἑξῆς ἡμερῶν, καὶ ἡνίκα μὲν ἐπὶ τὴν θερινὴν τροπικὴν ὁ ἥλιος ἐτύγχανε, παρατηρούμενοι τὴν ἀπὸ τοῦ κυλινδρίου σκιὰν, ὡς ἐπὶ τὰ νότια γινομένην καὶ μηκέτι ἐπὶ τὰ νοτιώτερα ἀπερχομένην, ἀλλ' ὑποχρέφουσαν, λαμβάνοντες τὸ κατ' ἐκείνην σημεῖον, εἴχομεν τὴν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸν θερινὸν τροπικὸν τοῦ ἡλίου παραχώρησιν. Εἶτα πάλιν περὶ τὰς χειμερινὰς τροπὰς αὐτοῦ κατιόντος, καὶ γινομένης τῆς σκιᾶς βορειοτέρας καὶ μηκέτι προσωτέρω τούτου, ὡς ἐπὶ τὰ βορειότατα παραχωρούσης, ἀλλὰ πάλιν ὑποχρεφούσης, ὁμοίως σημειούμενοι τὸ κατ' αὐτὸ σημεῖον, εὑρίσκομεν τὴν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸ νοτιώτατον τοῦ ἡλίου παραχώρησιν. Καὶ οὕτως ἔχομεν ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τὴν ἀπὸ τοῦ βορειοτάτου τοῦ ἡλίου πέρατος ἐπὶ τὸ νοτιώτατον ἐπιζητουμένην περιφέρειαν, πόσων ἐστὶ τμημάτων ἐκ τῶν μεταξὺ ἀπολειφθεισῶν διαιρέσεων. Ἣν δίχα τεμόντες, εἴχομεν καὶ τὸ κατὰ τὸν ἰσημερινὸν σημεῖον, καὶ πόσον ἀφέστηκεν ἑκατέρου τῶν τροπικῶν, καὶ ἔτι τὴν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν, ἥτις ἴση ἐστὶ τῷ ἐξάρματι, ἤτοι τῷ πλάτει τῆς ὑποκειμένης οἰκήσεως.

Ἵνα δὲ πάλιν καὶ διὰ τῶν γραμμῶν ὑπ' ὄψιν ἡμῖν γένηται τὰ λεγόμενα, ἔστω πάλιν τὸ καταγραφόμενον τῆς πλινθίδος ἐπίπεδον τὸ ΕΗΔΘ, παράλληλον τῷ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπιπέδῳ, καὶ ὀρθὸν πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος. Καὶ τοῦ μὲν ἄκρου τῆς σκιᾶς γινομένου ἐν ταῖς θεριναῖς τροπαῖς κατὰ τὸ Ν, ἐν δὲ ταῖς χειμεριναῖς κατὰ τὸ Ο, ἐὰν νοήσωμεν ἀναπεπληρωμένον τὸν ΠΤΝΟ κύκλον, ἔσται δηλονότι μεσημβρινὸς, διὰ τὸ καὶ τὸ ἐπί-

πεδον ἐν τῷ τοῦ μεσημβρινοῦ τὴν θέσιν ἔχειν. Καὶ ἐὰν ἐπιζεύξαντες τὰς NE, OE, νοήσωμεν αὐτὰς ἐπὶ τὸν μεσημβρινὸν ἐκβαλλομένας, ὡς τὰς NEP, OEΓ, καὶ ἐπιζεύξωμεν τὰς PO, TN, καὶ προσεκβάλλωμεν τὴν HE ἐπὶ τὸ Π, ἔσται ἡ μὲν PO θερινοῦ τροπικοῦ διάμετρος, ἡ δὲ TN χειμερινοῦ τροπικοῦ, τὸ δὲ Π κατὰ κορυφήν· καὶ ἡ μὲν PΘN θερινὴ τροπικὴ ἀκτίς, ἡ δὲ TO χειμερινή. Καὶ δῆλον ὅτι κατὰ μὲν τοῦ P γινόμενος ὁ ἥλιος, διὰ τοῦ πρὸς τῷ E κυλινδρίου, ἀκτῖνα πέμψει τὴν TN, ἀπέχων τοῦ Π κατὰ κορυφὴν τὴν ΠP περιφέρειαν, τουτέστι τὴν HN. Πρὸς δὲ τὸ T γενόμενος, ἀκτῖνα πέμψει τὴν TO, ἀπέχων πάλιν τοῦ κατὰ κορυφὴν τὴν ΠT περιφέρειαν, τουτέστι τὴν HO. Ἐκ πλειόνων οὖν τοιούτων παρατηρήσεων, τῶν περί τε τὰς θερινὰς τροπὰς καὶ τὰς χειμερινὰς αὐτῷ γεγενημένων, κατελαμβάνοντο τὴν NO μεταξὺ τῶν τροπικῶν πάντοτε μζ', οἵων ὁ κύκλος τξ', καὶ μείζονος μὲν, ἢ διμοίρου τμήματος, ἐλάττονος δὲ ἢ ς'' δ'. Καὶ τοῦτο δὲ οὕτως ἔχον ἐπελογίζοντο, διὰ τὸ καὶ τὰ μεταξὺ μοιριαῖα διαστήματα διηρεῖσθαι κατὰ τὰ ἑξηκοστά. Καὶ οὗτος ὁ λόγος ὁ αὐτὸς σχεδὸν τῷ τοῦ Ἐρατοσθένους, ᾧ καὶ ὁ Ἵππαρχος ἐχρήσατο ὡς ἀκριβῶς εἰλημμένῳ. Καὶ γὰρ ὁ Ἐρατοσθένης διαιρήσας τὸν ὅλον κύκλον εἰς πγ̄, εὗρηκε τὴν μεταξὺ τῶν τροπικῶν, τῶν αὐτῶν ιᾱ, καὶ ἔστιν ὡς τξ' πρὸς μζ' μβ' μ'', οὕτως πγ̄ ιᾱ.

Ὅτι δὲ ἐκ τῶν τοιούτων παρατηρήσεων ἐξ εὐχεροῦς λαμβάνεται καὶ τὸ ἕξαρμα, ἢ καὶ ἡ ἔγκλισις τῆς οἰκήσεως ἐν ᾗ ἂν ἡ παρατήρησις γένηται, οὕτως ἔσται δῆλον. Ἐπεὶ γὰρ τῆς PT δίχα τμηθείσης ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ τὸ σημεῖον τῆς διχοτομίας ἐγίνετο· ἐὰν ἄρα τέμωμεν αὐτὴν

OE, qui conçues prolongées jusqu'au méridien, feront les droites NER, OET, et que nous joignions RO, TN, en prolongeant HE jusqu'en P, RO sera le diamètre du tropique d'été, TN celui du tropiqne d'hiver. Or il est clair que le soleil étant en R distant du point vertical P, de l'arc PR ou HN, dardera son rayon RN sur le point E du cylindre, et qu'étant en T, distant du même point vertical, de l'arc PT, c'est-à-dire HO, il dardera son rayon TO. Par plusieurs observations semblables, faites dans les solstices d'été et d'hiver, on a reconnu que l'arc NO compris entre les tropiques, est en gros, de 47 des 360 de la circonférence du cercle, et de plus de deux tiers d'un demi-degré, mais de moins de trois quarts d'un degré, et l'on trouvera par le calcul, en prenant les degrés et les subdivisions du degré en soixantièmes compris dans cet arc, que c'est à peu près là sa grandeur. Ce rapport est presque celui d'Eratosthène, dont Hipparque s'est servi comme pris exactement; car Eratosthène, ayant divisé le cercle entier en 83 parties égales, a trouvé l'arc entre les tropiques, de 11 de ces parties. Or, comme 360 sont à $47^d\ 42'\ 40''$, ainsi 83 sont à 11.

Il est également évident que ces observations font connoître promptement la hauteur du pole, ou même l'inclinaison du lieu où on les fait. Car, puisque RT étant coupé en deux moitiés, le point du milieu est dans l'équateur, si nous marquons ce

milieu en S, et que, joignant SE, nous prolongions cette droite-ci jusqu'en X, SX sera le diamètre de l'équateur. Si donc, perpendiculairement à ce diamètre, nous menons du centre E, la droite EF, cette droite sera l'axe, et F le pole de l'équateur; et ME aura la position de l'horizon, parce que l'angle PEM est droit, le point P étant vertical, et l'arc PA étant un quart de cercle, distance du point vertical qui est le pole de l'horizon, à l'horizon même. Or F est le pole visible (de l'équateur), et puisque l'arc PFA est un quart de cercle, ainsi que S F, car F est le pole de l'équateur, ôtant l'arc commun PF, reste PS égal à FA, conformément à ce que nous avons dit plus haut. Mais AF est l'arc de la hauteur du pole, donc PS est égal à la hauteur du pole. Or PS est donné, c'est-à-dire HX, en parties (ou degrés) du quart de cercle, selon sa division; donc l'arc l'arc AF de la hauteur du pole est aussi donné, et par suite, aussi, l'arc SZ de l'inclinaison, qui, avec SP, complète le quart de cercle.

De même, en quelque lieu que nous fassions cette observation, nous dirons que la distance prise ainsi depuis le point vertical jusqu'au point du milieu entre l'écart le plus boréal et le plus austral du soleil, est la grandeur de l'élévation du pole, laquelle est la latitude de ce lieu, et que le complément de cette distance jusqu'à 90 degrés, est la quantité de l'inclinaison. Mais il est évident, que le côté EKDM étant tracé, et l'aiguille (cylindrique) placée sur un des angles, comme en E, l'instrument ainsi disposé ne peut pas servir pour toutes sortes de lieux, à trouver l'arc cherché entre les tropiques. Car le soleil étant, par exemple, en X, est plus boréal que le point vertical

δίχα κατὰ τὸ Σ, καὶ ἐπιζεύξαντες τὴν ΣΕ διαγάγωμεν κατὰ τὸ Ξ, ἔσται ἡ ΣΞ διάμετρος τοῦ ἰσημερινοῦ. Ἐὰν οὖν ταύτῃ πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἀγάγωμεν τὴν ΕΦ, ἡ ΕΦ ἔσται ἄξων, καὶ τὸ Φ πόλου τοῦ ἰσημερινοῦ· καὶ ἡ μὲν ΕΘ ὁρίζοντος θέσιν ἕξει, διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν ὑπὸ ΠΕΘ, τοῦ Π κατὰ κορυφὴν ὄντος, καὶ τεταρτημορίου γινομένου τῆς ΠΑ περιφερείας, ὅσον καὶ ἀπέχει τὸ κατὰ κορυφὴν τοῦ ὁρίζοντος πόλος αὐτοῦ τυγχάνων, τὸ δὲ Φ ἔσται ὁ φανερὸς πόλος. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΠΦΑ τεταρτημορίου ἐστὶν, ἀλλὰ καὶ ἡ ΣΦ, διὰ τὸ τὸ Φ πόλον εἶναι τοῦ ἰσημερινοῦ, κοινῆς ἀφαιρεθείσης τῆς ΠΦ, λοιπὴ ἡ ΠΣ ἴση ἔσται τῇ ΦΑ, ὁμοίως τοῖς ἔμπροσθεν εἰρημένοις, καὶ ἔστω ἡ ΑΦ τοῦ ἐξάρματος, καὶ ἡ ΠΣ ἄρα ἴση ἐστὶ τῷ τοῦ πόλου ἐξάρματι. Καὶ δέδοται ἡ ΠΣ, ταυτέστιν ἡ ΗΞ ἐκ τῆς τοῦ τεταρτημορίου διαιρέσεως· δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΦΑ τοῦ ἐξάρματος, ὥστε καὶ ἡ ΟΨ λείπουσα τῆς ΣΠ εἰς τὸ τεταρτημόριον ἔσται δεδομένη τῆς ἐγκλίσεως τυγχάνουσα.

Ὡσαύτως δὲ καὶ καθ' οἱανδὴν ἂν οἴκησιν τὴν τοιαύτην παρατήρησιν ποιώμεθα, τὴν οὕτω λαμβανομένην διάστασιν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸ τῆς διχοτομίας τῆς τε βορειοτάτης καὶ νοτιωτάτης τοῦ ἡλίου παραχωρήσεως, φήσομεν εἶναι τοῦ ἐξάρματος, ὃ καὶ πλάτος ἐστὶ τῆς οἰκήσεως, τὰ δὲ λοιπὰ εἰς τὸ τεταρτημόριον τῆς ἐγκλίσεως. Φανερὸν δὲ ὅτι τῆς πλευρᾶς τῆς καταγραφείσης οὔσης τῆς ΕΗΔΘ, καὶ τοῦ γνωμονίου κειμένου πρὸς τῇ μιᾷ τῶν γωνιῶν ὡς κατὰ τὸ Ε, οὐκ εἰς πᾶσαν οἴκησιν χρησιμεύει τὸ ὄργανον πρὸς τὴν κατάληψιν τῆς ἐπιζητουμένης μεταξὺ τῶν τροπικῶν περιφερείας. Ἔνθα γὰρ

ὁ ἥλιος βορειότερος γίνεται τοῦ Π κατὰ κορυφὴν ὡς ἐπὶ τὸ Χ, πέμψει διὰ τοῦ Ε κυλίνδρου ἀκτῖνα τὴν ΧΕΩ, ἐκπίπτουσαν τοῦ ΕΗΔΘ παραλληλογράμμου, καὶ ἀδύνατον ποιοῦσαν τὴν ἐπιζητουμένην κατάληψιν, διὸ χρὴ ἐπὶ τῶν τοιούτων κλιμάτων, μὴ πρὸς τῷ ἄκρῳ τυγχάνειν τὸν γνώμονα, ἀλλὰ περὶ τὸ μέσον, ὡς ἐπὶ τοῦ ΘΖ παραλληλογράμμου τὸ Ε, καὶ ἀναπληροῦν τὴν περιφέρειαν, καὶ οὕτω τὴν τῆς μεταξὺ τῶν τροπικῶν κατάληψιν μεταχειρίζεσθαι, ἀκολούθως τοῖς εἰρημένοις ἐπὶ τοῦ κρίκου. Καὶ ἔσονται ἡμῖν αἵ τε κατασκευαὶ καὶ θέσεις καὶ αἱ χρήσεις τῶν δυοῖν ὀργάνων, καὶ αἱ διὰ τῶν τοιούτων τηρήσεων καταλήψεις, τοιαῦται.

P. Il dardera, par le cylindre E, son rayon XEV qui tombera hors du parallélogramme EKDM, et ne pourra faire connoître la grandeur cherchée de cet arc. C'est pourquoi, dans ces climats, il faut que l'aiguille soit, non à l'extrêmité, mais à une moyenne distance, comme sur le point E du parallélogramme MZ; puis on terminera l'arc, et on pourra par ce moyen prendre l'arc entre les tropiques, de la manière que nous avons détaillée en parlant de l'instrument armillaire. C'est ainsi que l'on construit, que l'on place et que l'on employe ces deux instrumens, et voilà à quelles sortes d'observations ils servent.

Ἐπαπορήσειε δ' ἄν τις δι' ἣν αἰτίαν μετὰ τὴν ἔκθεσιν τῶν ἀρχοειδῶς ὀφειλόντων προληφθῆναι τῆς μαθηματικῆς θεωρίας ἀρχόμενος τῶν κατὰ μέρος ἀποδείξεων, καὶ φήσας πρώτην δέον εἶναι ποιήσασθαι τὴν ἀπόδειξιν τῆς πηλικότητος, τῆς μεταξὺ τῶν δύο πόλων περιφερείας τοῦ τε διὰ μέσων τῶν ζωδίων καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, καὶ ταύτης ἀναγκαῖον εἶναι προλαβεῖν τὴν πραγματείαν τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, ὡς συντελοῦσαν πρὸς τὴν ἀπόδειξιν τῆς μεταξὺ τῶν εἰρημένων δευτέρων πόλων περιφερείας, προεκθέμενος τὰς ἐν κύκλῳ εὐθείας, οὐδαμοῦ ταύταις προσεχρήσατο πρὸς τὴν εὕρεσιν τῆς μεταξὺ τῶν πόλων περιφερείας. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ ταύτην μετὰ τῶν ἀρχοειδῶν προλαβεῖν βεβούληται, ὡς συντελοῦσαν εἰς τὰς πλείονας τῆς συντάξεως γραμμικὰς ἀποδείξεις, διὸ καὶ φησὶν, ἀναγκαῖον ὁρῶμεν προεκθέσθαι τὴν πραγ-

On pourroit demander pourquoi Ptolemée, après avoir exposé les principes généraux dont il devoit, en commençant sa théorie mathématique, donner l'explication avant les démonstrations des propositions particulières, et après avoir dit qu'il faut d'abord démontrer quelle est la grandeur de l'arc compris entre les deux poles de l'écliptique et de l'équateur, mais qu'il est nécessaire de connoître auparavant la manière d'évaluer les droites inscrites dans le cercle, parce que cette évaluation sert à faire trouver la grandeur de l'arc compris entre ces poles; enfin après avoir donné les valeurs de ces droites, n'a pourtant pas appliqué ces valeurs à la recherche de celle de ce même arc? Il est bien vrai qu'il a voulu que les premiers principes fussent immédiatement suivis de l'exposé de cette méthode comme nécessaire pour la plupart des démonstrations géométriques de sa composition mathématique. Aussi dit-il: Nous croyons qu'il est nécessaire de dire auparavant par quelle méthode on évalue les droites inscrites dans le cercle, et nous

accompagnerons nos démonstrations, de figures qui les rendront plus palpables ». Car s'il n'eût pas exposé la méthode de prendre les valeurs des cordes, avant que de traiter de la valeur de l'arc compris entre les tropiques, il auroit été obligé de s'interrompre après qu'il auroit eu démontré que cet arc est à peu près de 23^{d}. 51′. 20″, qui est la quantité de la plus grande obliquité de l'écliptique, pour donner ensuite la méthode d'évaluer les droites inscrites dans le cercle, parce qu'elles étoient nécessaires pour chaque obliquité particulière. C'est pourquoi il a jugé plus à propos d'exposer la doctrine des droites inscrites dans le cercle, avant la démonstration de la valeur de l'arc compris entre les tropiques, et non celle-ci avant celle-là.

μματείαν τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, ἅπαξ γε μελλήσοντες ἅπαντα γραμμικῶς ἀποδεικνύναι. Ἔμελλε γὰρ μὴ προεκθέμενος τὰς ἐν κύκλῳ εὐθείας κατὰ διαίρεσιν τῆς λοξώσεως πραγματείας, δεῖξαι πρότερον διὰ τῶν ὀργάνων τὴν μεταξὺ τῶν τροπικῶν καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ μοιρῶν κγ̄ νά κ″ ἔγγιστα συναγομένην, ἥτις ἐστὶ τῆς μεγίστης λοξώσεως, εἶτα τὴν ἔκθεσιν τῆς πραγματείας τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν ἐκθῆναι, διὰ τὸ προσδεῖσθαι αὐτῶν εἰς τὰς κατὰ μέρος λοξώσεις, ὅθεν μᾶλλον πρεπωδέστερον ἔκρινε προεκθῆναι τὴν τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν πραγματείαν τῆς ἀποδείξεως τῆς μεταξὺ τῶν τροπικῶν περιφερείας καὶ μὴ μετ' αὐτήν.

CHAPITRE XI.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES POUR LES DÉMONSTRATIONS SPHÉRIQUES.

L'ordre demande que par suite de ce qui précède, nous démontrions les grandeurs des arcs pris, entre l'équateur et le cercle oblique, sur les grands cercles qui passent par les poles de l'équateur. Après avoir donné le plus grand de ces arcs, c'est-à-dire celui qui s'étend du tropique à l'équateur, Ptolemée expose auparavant deux lemmes courts et utiles par le moyen desquels il procède de la manière la plus simple et la plus méthodique à la plupart des démonstrations sphériques. Et il débute par le premier qu'il propose en ces termes : si sur deux droites finies qui font un angle, on mène de leurs extrêmités deux droites qui s'entrecoupent et coupent les droites qui em-

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ.

ΠΡΟΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ ΕΙΣ ΤΑΣ ΣΦΑΙΡΙΚΑΣ ΔΕΙΞΕΙΣ.

Ἀκολουθοῦ δ' ὄντος καὶ τὰς κατὰ μέρος ἀποδεῖξαι πηλικότητας τῶν ἀπολαμβανομένων περιφερειῶν μεταξὺ τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλου τῶν γραφομένων μεγίστων κύκλων διὰ τῶν τοῦ ἰσημερινοῦ πόλων, διὰ τὸ τὴν μεγίστην δεδειχέναι, τουτέστι τὴν ἀπὸ τοῦ τροπικοῦ ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν, προεκτίθεται λημμάτια βραχέα καὶ εὔχρηστα, δι' ὧν τὰς πλείστας τῶν σφαιρικῶν δείξεων ἁπλούστερον καὶ μεθοδικώτερον ἐφοδεύει. Καὶ πρῶτον οὗ ἡ πρότασις δύναται εἶναι τοιαύτη. Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας πεπερασμένας, γωνίαν περιεχούσας, ἀπὸ τῶν περάτων διαχθῶσι β εὐθεῖαι τέμνουσαι ἀλλήλας καὶ τὰς τὴν γωνίαν περιεχούσας, ἃ

τῆς μιᾶς τῶν εὐθειῶν τῶν τὴν ἐξαρχῆς γωνίαν περιεχουσῶν, πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην αὐτῆς πρὸς τῇ γωνίᾳ ὑπὸ τῆς διαχθείσης λόγος συνῆπται ἤτοι σύγκειται ἔκ τε τοῦ λόγου τῆς διαχθείσης ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς εἰρημένης εὐθείας, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης αὐτῆς ὑπεροχῆς τῆς ἑτέρας διαχθείσης πρὸς τῇ ἑτέρᾳ εὐθείᾳ τῶν περιεχουσῶν τὴν γωνίαν, καὶ ἔτι τοῦ λόγου τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπό τε τῆς τομῆς τῶν διαχθεισῶν πρὸς τῷ πέρατι τῆς ἑτέρας τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν, καὶ αὐτῆς ὅλης τῆς διαχθείσης.

brassent l'angle, la raison d'une des droites qui embrassent l'angle depuis le sommet, à sa portion interceptée entre l'angle et la ligne menée, est composée de la raison de celle qui est menée depuis l'extrêmité de cette même droite, et de la portion de cette ligne prise entre l'autre ligne et la seconde des droites qui embrassent l'angle, et de la raison de la portion de l'autre ligne comprise dans l'intersection de ces deux lignes jusqu'à l'extrêmité de la seconde des droites qui embrassent l'angle, à la seconde ligne entière.

Εἰ γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ ΑΓ διαχθεῖσαι δύο ἥ τε ΒΕ καὶ ἡ ΓΔ, τεμνέτωσαν ἀλλήλας μὲν κατὰ τὸ Ζ σημεῖον, τὰς δὲ ΑΒ, ΑΓ, κατὰ τὰ Δ, Ε σημεῖα, λέγω ὅτι ὁ τῆς ΓΑ πρὸς ΑΕ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΖ λόγου, καὶ τοῦ τῆς ΖΒ πρὸς ΒΕ. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Ε τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΕΗ. Ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΔ τῇ ΕΗ, ὁ ἄρα τῆς ΓΑ πρὸς ΑΕ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΓΔ πρὸς ΕΗ· ἰσογώνιον γάρ ἐστι τὸ ΑΓΔ τρίγωνον τῷ ΑΕΗ. Ἀλλὰ τῆς ΔΖ εὐθείας ἔξωθεν ἤτοι μέσης λαμβανομένης, ὁ τῆς ΓΔ πρὸς ΕΗ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ΓΔ πρὸς ΔΖ λόγου, καὶ τοῦ τῆς ΔΖ πρὸς ΕΗ. Ἀλλὰ τῷ τῆς ΔΖ πρὸς ΕΗ λόγῳ, ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τῆς ΖΒ πρὸς ΒΕ, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔΖ τῇ ΕΗ, καὶ ἰσογώνιον πάλιν γίνεσθαι τὸ ΒΖΔ τρίγωνον τῷ ΒΕΗ τριγώνῳ· ὁ ἄρα τῆς ΓΔ πρὸς ΕΗ, τουτέστι τῆς ΓΑ πρὸς ΑΕ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΖ, καὶ τοῦ τῆς ΖΒ πρὸς ΒΕ. Καὶ δῆλον ὅτι ἀφ' οὗ σημείου ἄρχεται ὁ συντιθέμενος λόγος, ἀπὸ τούτου ἄρ-

Les deux droites BE, GD (Fig. 64) menées sur les droites AB, AG, se coupant en un point Z, et coupant les droites qui sont les côtés de l'angle, je dis que la raison de GA à AE est composée de la raison de GD à DZ, et de celle de ZB à BE. Car soit menée par le point E, la droite EH parallèle à GD. Ces deux droites étant parallèles, il s'ensuit que la raison de GA à AE est la même que celle de GD à EH, car le triangle AGD est équiangle au triangle AEH. Mais la droite DZ étant prise auxiliairement comme moyenne, la raison de GD à EH est composée de celle de GD à DZ, et de celle de DZ à EH. Mais la raison de DZ à EH est égale à celle de ZB à BE, à cause du parallèlisme de DZ et de EH, et du triangle BZD équiangle aussi au triangle BEH, donc la raison de GD à EH, c'est-à-dire de GA à AE, est composée de celle de GD à DZ, et de celle de ZB à BE. Or il est clair qu'au point où commence la raison composée, là commence aussi la première des deux raisons composées, et qu'au

point où elle finit, là commence la seconde des deux raisons composées, et qu'elle finit où se termine la raison composée. Ainsi la raison composée de GA à AE, a commencé au point G, et a fini en E, ensuite la première des deux raisons composées, qui est celle de GD à DZ, a commencé en G d'où elle s'est terminée en Z. Par conséquent la raison de ZB à BE a commencé en Z où la première des deux composées s'est terminée, et a fini en E où la raison composée a fini.

Or je dis que généralement on a aussi dans le même cas ou ordre des lignes, la raison de EB à BZ, composée de celle de EA à AG, et de celle de GD à DZ. Car, dans cette même figure, la raison de EB à EZ est égale à celle de EH à ZD; mais GD étant prise pour auxiliaire de EH et de ZD, la raison de EH à ZD est composée de celle de EH à GD, et de celle de GD à DZ. Ainsi la raison de EB à BZ, est composée de celle de EH à GD, et de celle de GD à DZ. Mais la raison de EH à GD est la même que celle de EA à AG, donc la raison de EB à BZ est composée de celle de EA à AG, et de celle de GD à DZ.

En disposant cet ordre autrement, je dis que la raison de BE à EZ est composée de celle de BA à AD, et de celle de GD à GZ. Car, toujours dans la même figure, menant par le point Z la parallèle ZH à AB, la raison de BE à EZ est égale à celle de BA à ZH; mais la raison de BA à ZH, en prenant l'auxiliaire DA, est composée de

χεται καὶ ὁ πρῶτος τῶν συντιθέντων, καὶ εἰς ὃ οὗτος καταλήγει, ἀπὸ τούτου ἄρχεται ὁ δεύτερος τῶν συντιθέντων, καὶ λήγει εἰς ὃ καὶ ὁ συντιθέμενος κατέληξε. Καθάπερ ὁ συντιθέμενος ὁ τῆς ΓΑ πρὸς ΑΕ λόγος, ἤρξατο μὲν ἀπὸ τοῦ Γ, καὶ κατέληξεν ἐπὶ τὸ Ε. Εἶτα ὁ πρῶτος τῶν συντιθέντων ὁ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΖ λόγος, ἤρξατο ἀπὸ τοῦ Γ, ἀφ' οὗ καὶ ὁ συντιθέμενος, καὶ κατεληξεν ἐπὶ τὸ Ζ. Καὶ ἑξῆς ὁ ΖΒ πρὸς τὴν ΒΕ ἤρξατο ἀπὸ τοῦ Ζ, εἰς ὃ ὁ πρῶτος τῶν συντιθέντων κατέληξε· καὶ κατέληξεν ἐπὶ τὸ Ε, ἐφ' οὗ ὁ συντιθέμενος κατέληξε.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ καθόλου ἐπὶ τῆς τοιαύτης τάξεως ἡ ὁμοία δεῖξις συνίσταται, τουτέστιν ὁ τῆς ΕΒ πρὸς ΒΖ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΕΑ πρὸς ΑΓ, καὶ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΖ. Ὡς γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἐπεὶ ὁ τῆς ΕΒ πρὸς ΒΖ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΕΗ πρὸς ΖΔ· ἀλλὰ τῶν ΕΗ, ΖΔ τῆς ΓΔ ἔξωθεν λαμβανομένης, ὁ τῆς ΕΗ πρὸς ΖΔ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΕΗ πρὸς ΓΔ, καὶ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΖ, ὥστε καὶ ὁ τῆς ΕΒ πρὸς ΒΖ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΕΗ πρὸς ΓΔ, καὶ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΖ. Ἀλλὰ τῷ τῆς ΕΗ πρὸς ΓΔ λόγῳ, ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τῆς ΕΑ πρὸς ΑΓ· ὁ ἄρα τῆς ΕΒ πρὸς ΒΖ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΕΑ πρὸς ΑΓ, καὶ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΖ.

Ἔτι καὶ ἑτέρως μεταληπτέον τὴν εἰρημένην τάξιν. Λέγω γὰρ πάλιν ὅτι ὁ τῆς ΒΕ πρὸς ΕΖ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΑ πρὸς ΑΔ, καὶ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΓΖ. Ὡς γὰρ ἐπὶ τῆς παρούσης καταγραφῆς, ἤχθω διὰ τοῦ Ζ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΖΗ. Ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ΒΕ πρὸς ΕΖ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΒΑ πρὸς ΖΗ, ἀλλ' ὁ τῆς ΒΑ πρὸς ΖΗ

λόγος, τῆς ΔΑ ἔξωθεν λαμβανομένης, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΑ πρὸς ΑΔ, καὶ τοῦ τῆς ΑΔ πρὸς ΖΗ· ὥστε καὶ ὁ τῆς ΒΕ πρὸς ΕΖ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΑ πρὸς ΑΔ, καὶ τοῦ τῆς ΑΔ πρὸς ΖΗ. Τῷ δὲ τῆς ΑΔ πρὸς ΖΗ λόγῳ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΓΔ πρὸς ΓΖ, καὶ ὁ τῆς ΒΕ πρὸς ΕΖ ἄρα λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΑ πρὸς ΑΔ, καὶ τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΓΖ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν πτώσεων τὸ αὐτὸ συναχθήσεται τῆς τῶν εὐθειῶν τάξεως, κατὰ τὸν εἰρημένον τρόπον λαμβανομένης.

la raison de BA à AD, et de celle de AD à ZH. Ainsi la raison de BE à EZ, est composée de celle de BA à AD, et de celle de AD à ZH. Or la raison de AD à ZH est la même que celle de GD à GZ; donc la raison de BE à EZ est composée de celle de BA à AD, et de celle de GD à GZ. On trouvera la même chose dans les autres cas, en prenant les droites dans l'ordre que nous avons dit.

Ἵνα δὲ ἔτι κατάδηλον γένηται τὸ τῆς συνθέσεως τῶν λόγων, διήχθω ἡ ΓΔ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ κείσθω τῇ ΕΗ ἡ ΔΘ ἴση, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΓΘ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΚ, καὶ κείσθω ἴση τῇ ΔΖ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΛΓ παραλληλόγραμμον. Καὶ ἐπεὶ ὁ τοῦ ΓΚ παραλληλογράμμου πρὸς τὸ ΚΘ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΓΔ εὐθείας πρὸς τὴν ΔΘ, ὁ δὲ τοῦ ΓΚ πρὸς ΚΘ λόγος σύγκειται ἐκ τῶν λοιπῶν, τουτέστιν ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΓΔ πρὸς ΔΚ, καὶ ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ· τὰ γὰρ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. Καὶ ὁ τῆς ΓΔ ἄρα πρὸς ΔΘ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΚ, καὶ τοῦ τῆς ΚΔ πρὸς ΔΘ. Ἀλλ' ἡ μὲν ΔΚ τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΔΘ τῇ ΗΕ· ὁ ἄρα τῆς ΓΔ πρὸς ΕΗ λόγος, τουτέστιν ὁ τῆς ΓΑ πρὸς ΑΕ, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΔ πρὸς ΔΖ, καὶ τοῦ τῆς ΔΖ πρὸς ΕΗ, τουτέστι τῆς ΖΒ πρὸς ΒΕ. Λόγος ἐκ δύο λόγων ἢ καὶ πλειόνων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσι τινὰ πηλικότητα λόγου. Ἐχέτω γὰρ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ λόγον δεδομένον, καὶ τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΕΖ λόγον, λέγω

Pour éclaircir cette théorie de la composition des raisons, (Fig. 65) prolongeons GD en T, et faisons DT égale à EH. Du point D menons DK perpendiculaire sur GT, et faisons cette perpendiculaire égale à DZ, puis complétons le parallélogramme LG. Alors, puisque la raison du parallélogramme GK au parallélogramme KT, est la même que celle de la droite GD à la droite DT, et que la raison de GK à KT est composée des autres raisons, c'est-à-dire de celle de GD à DK, et de celle de KD à DT, car les parallélogrammes équiangles sont entr'eux en raison composée des côtés; il s'ensuit que la raison de GD à DT est composée de celle de GD à DK, et de celle de KD à DT. Mais DK est égale à DZ, et DT à HE; donc la raison de la droite GD à la droite EH, c'est-à-dire de GA à AE, est composée de celle de GD à DZ, et de celle de DZ à EH, c'est-à-dire de ZB à EB. On dit qu'une raison est composée de deux ou de plusieurs, quand les valeurs des raisons étant multipliées produisent une certaine valeur de raisons. Car si la raison de AB à GD est donnée, ainsi que celle de GD à EZ, je dis que la raison de

AB à EZ est composée de celle de AB à GD, et de celle de GD à EZ; c'est-à-dire que si la valeur de la raison de AB à GD est multipliée par la valeur de la raison de GD à EZ, elle fera la valeur de la raison de AB à EZ. Par exemple (Fig. 66), soit d'abord AB double de GD, et GD triple de EZ. Puisque GD est triple de EZ, et que AB est double de GD, il s'ensuit que AB est sextuple de EZ. En effet, si nous doublons le triple d'une quantité, nous obtiendrons le sextuple. Car c'est là proprement la synthèse ou composition.

Ou bien autrement : puisque AB est double de GD, divisons AB en portions AH, HB égales chacune à GD; GD étant triple de EZ, et AH égale à GD, AH est donc triple de EZ. Par la même raison, HB est triple de EZ. Donc AB entier est sextuple de EZ. Donc la raison de AB à EZ résulte par le moyen terme GD, de celle de AB à GD, et de celle de GD à EZ.

Il en sera encore de même, si GD est moindre que chacune des quantités AB, EZ. Car (Fig. 67) soit maintenant AB triple de GD, et GD moitié de EZ; puisque GD est la moitié de EZ, et que AB est le triple de GD, il s'eusuit que AB vaut EZ et la moitié de EZ. Car si nous triplons la moitié d'un nombre, nous aurons ce nombre une fois et demie. Ou autrement encore : puisque AB est le triple de GD, et GD la moitié de EZ, EZ a donc le double de la valeur de la quantité GD dont AB a

ὅτι ὁ τοῦ AB πρὸς EZ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τοῦ AB πρὸς ΓΔ, καὶ τοῦ ΓΔ πρὸς EZ, τουτέστιν ὅτι ἐὰν ἡ τοῦ AB πρὸς τὸ ΓΔ λόγου πηλικότης πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ τὴν τοῦ ΓΔ πρὸς EZ, τοῦ λόγου πηλικότητα τὴν τοῦ AB πρὸς EZ ποιήσει. Ἔστω γὰρ πρότερον τὸ μὲν AB τοῦ ΓΔ μεῖζον, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ EZ, καὶ ἔστω τὸ μὲν AB τοῦ ΓΔ διπλάσιον, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ EZ τριπλάσιον. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΓΔ τοῦ EZ τριπλάσιόν ἐστι, τοῦ δὲ ΓΔ διπλάσιον τὸ AB, τὸ ἄρα AB τοῦ EZ ἔστιν ἑξαπλάσιον. Ἐπεὶ καὶ ἐὰν τὸ τριπλάσιον τινὸς διπλασιάσωμεν, γίνεται αὐτοῦ ἑξαπλάσιον· τοῦτο γάρ ἐστι κυρίως σύνθεσις.

Ἢ οὕτως· ἐπεὶ τὸ AB τοῦ ΓΔ ἐστὶ διπλάσιον, διηρείσθω τὸ AB εἰς τὰ τῷ ΓΔ ἴσα τὰ AH, HB. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΓΔ τοῦ EZ ἐστὶ τριπλάσιον, ἴσον δὲ τὸ AH τῷ ΓΔ· καὶ τὸ AH ἄρα τοῦ EZ τριπλάσιόν ἐστι. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ HB τοῦ EZ ἐστὶ τριπλάσιον· καὶ ὅλον ἄρα τὸ AB τοῦ EZ ἐστὶν ἑξαπλάσιον. Ὁ ἄρα τοῦ AB πρὸς τὸ EZ λόγος, σύγκειται διὰ τοῦ ΓΔ μέσου ὅρου ἔκ τε τοῦ τοῦ AB πρὸς τὸ ΓΔ λόγου, καὶ τοῦ τοῦ ΓΔ πρὸς EZ.

Ὁμοίως δὲ καὶ ἐὰν ἔλαττον ᾖ ἑκατέρου τῶν AB, EZ τὸ ΓΔ, τὸ αὐτὸ συναχθήσεται. Ἔστω γὰρ πάλιν τὸ μὲν AB τοῦ ΓΔ τριπλάσιον, τὸ δὲ ΓΔ, s″ τοῦ EZ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΓΔ s″ ἐστὶ τοῦ EZ, τοῦ δὲ ΓΔ τριπλάσιον τὸ AB, τὸ AB ἄρα ἡμιόλιον ἐστὶ τοῦ EZ. Ἐὰν γὰρ τὸ ἥμισυ τινὸς τριπλασιάσωμεν, ἕξει αὐτὸ ἅπαξ καὶ ἡμισάκις. Ἢ καὶ οὕτως· ἐπεὶ τὸ μὲν AB τοῦ ΓΔ ἐστὶ τριπλάσιον, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ EZ s″, οἱῶν ἄρα ἐστὶ τὸ AB ἴσον τῷ Γ, τριῶν, τοιούτων ἐστὶ τὸ EZ δύο· ὥστε ἡμιόλιον ἔσται τὸ AB τοῦ EZ· Ὁ ἄρα

τοῦ AB πρὸς τὸ ΓZ λόγος συνῆκται διὰ τοῦ ΓΔ μέσου ὅρου συγκείμενος, ἔκ τε τοῦ AB πρὸς ΓΔ λόγου, καὶ τοῦ τοῦ ΓΔ πρὸς EZ.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστω τὸ ΓΔ ἑκατέρου τῶν AB, EZ μεῖζον. Καὶ ἔστω τὸ μὲν AB τοῦ ΓΔ, s'' μέρος, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ EZ ἐπίτριτον. Ἐπεὶ οὖν οἵων ἐστὶ τὸ AB δύο, τοιούτων τὸ ΓΔ, τεσσάρων, οἵων δὲ τὸ ΓΔ τεσσάρων, τὸ EZ τριῶν, καὶ οἵων ἄρα τὸ AB δύο, τοιούτων τὸ EZ τρία. Συνῆκται ἄρα πάλιν ὁ τοῦ AB πρὸς EZ λόγος διὰ τοῦ ΓΔ μέσου ὅρου ὁ τῶν β πρὸς τὰ γ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν πτώσεων. Καὶ δῆλον ὡς ὅτι ἐὰν ἀπὸ τοῦ συγκειμένου λόγου εἰς ὁποιοῦν τῶν συντιθέντων διαιρεθῇ, ἑνὸς τῶν ἄκρων ἀφανισθέντος, ὁ λοιπὸς τῶν συντιθέντων καταλειφθήσεται.

Ἐξῆς δὲ καὶ δεύτερον θεώρημα ἐκτίθεται συντελοῦν καὶ αὐτὸ, ὡς ἔφαμεν, εἰς τὰς σφαιρικὰς ἀποδείξεις, ὅμοιον μὲν τῷ πρώτῳ, κατὰ διαίρεσιν δὲ αὐτοῦ τυγχάνον, οὗ ἡ πρότασις δύναται εἶναι τοιαύτη. Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας πεπερασμένας γωνίαν περιεχούσας, διαχθῶσι δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τῶν περάτων τέμνουσαι ἀλλήλας, καὶ τὰς τὴν γωνίαν περιεχούσας, ὁ τῶν τῆς μιᾶς τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν τμημάτων λόγος, ἀρχόμενος ἀπὸ τοῦ πρὸς τῷ κάτω πέρατι, σύγκειται ἔκ τε τῶν τμημάτων τῶν τῆς ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ πέρατος διαχθείσης, ἀρχομένων πάλιν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ πέρατος, καὶ τοῦ λόγου τοῦ ἀπολαμβανομένου τμήματος. ὑπὸ τῆς αὐτῆς διαχθείσης τῆς ἑτέρας τῶν περιεχουσῶν τὴν γωνίαν, πρὸς τῷ πέρατι αὐτῆς, καὶ αὐτῆς ὅλης. Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς AB, AΓ διήχθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ BE, ΓΔ, τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ

le triple, ainsi AB vaut trois fois la moitié de EZ; donc la raison de AB à EZ résulte par le moyen terme GD, de celle de AB à GD, et de celle de GD à EZ.

(Fig. 68). Faisons actuellement GD plus grande que chacune des quantités AB, EZ, et soit AB la moitié de GD, et GD le tiers en sus de EZ. Puisque des portions dont AB en contient deux, GD en contient quatre, et EZ trois, et qu'ainsi EZ a trois des portions dont AB en a deux, il en résulte que la raison de AB à EZ est, par le moyen terme GD, celle de 2 à 3. Il en sera de même dans tous les autres cas. Et il est clair que si de la raison composée, en quelques raisons composantes qu'elle soit partagée, on fait évanouir un des termes extrêmes, l'autre des composans restera toujours.

Ptolemée expose ensuite son second théorême dont il tire, comme nous l'avons dit, un grand avantage pour les solutions des problêmes sphériques, en procédant comme dans le premier, mais par diérèse. Voici en quoi il consiste : si sur deux droites finies qui embrassent un angle, on mène de leurs extrêmités deux droites qui s'entrecoupent et qui coupent celles qui embrassent l'angle, la raison des portions d'une des droites qui embrassent l'angle, à commencer du point de l'extrêmité inférieure, est composée des portions de la droite menée de cette extrêmité, commençant à cette même extrêmité, et de la raison de la portion comprise depuis la même autre des droites qui embrassent l'angle jusqu'à son extrêmité, et de cette droite entière. Car sur les deux droites AB, AG, soient (F. 69.) menées les deux BE, GD,

qui s'entrecoupent en Z, je dis que la raison de GE à EA, est composée de celle de GZ à ZD, et de celle de DB à BA. Car menons par A la parallèle AH à EZ, et prolongeons GD en H. Puisque EZ est parallèle à AH, GZ est à ZH comme GE est à EA. Mais d'après ce qui vient d'être dit, prenant ZD moyenne entre GZ et ZH, la raison de GZ à ZH est composée de celle de GZ à ZD, et de celle de ZD à ZH. Mais à la raison de ZD à ZH, est égale celle de DB à BA, à cause de BA et ZH menées sur les parallèles AH et EB, ce qui rend les triangles ADH, BDZ équiangles, et fait que HD est à DA comme ZD est à DB; et en changeant les moyens de place, HD à DZ, comme *permutando* AD à DB; et, *componendo*, ZH à HD comme BA à AD; *dividendo*, DB à BA comme DZ à HZ. Donc la raison de GZ à ZH, c'est-à-dire celle de GE à EA, est composée de celle de GZ à ZD, et de celle de DB à AB. Ainsi il est clair qu'ici pareillement au point où a commencé la raison composée, là aussi a commencé la première des raisons composantes, et qu'où celle-ci s'est terminée, la seconde a commencé, et la composée a fini avec elle. Or (Fig. 70) je dis qu'ici encore en général, tout restant dans le même arrangement, on démontre toujours de même, premièrement, que le rapport de BZ à ZE est composé de celui de BD à DA, et de celui de AG à GE. Car soit menée par A la parallèle AT à GD, et prolongez BE en T. Puisque le rapport de BZ à ZE, au moyen

τὸ Z, λέγω ὅτι τῆς ΓΕ πρὸς ΕΑ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΖ πρὸς ΖΔ λόγου, καὶ τοῦ τῆς ΔΒ πρὸς ΒΑ. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Α τῇ ΕΖ παράλληλος ἡ ΑΗ, καὶ διήχθω ἡ ΓΔ ἐπὶ τὸ Ε. Ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστιν ἡ ΕΖ τῇ ΑΗ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΖΗ. Ἀλλὰ ἀκολούθως ταῖς ἔμπροσθεν εἰρημένοις, τῶν ΓΖ, ΖΗ, μέσης λαμβανομένης τῆς ΖΔ, ὁ τῆς ΓΖ πρὸς ΖΗ λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΖ πρὸς ΖΔ λόγου, καὶ τοῦ τῆς ΔΖ πρὸς ΖΗ, ἀλλὰ τῷ τῆς ΔΖ πρὸς ΖΗ λόγῳ, ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τῆς ΔΒ πρὸς ΒΑ, διὰ τὸ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΗ, ΕΒ διῆχθαι τὰς ΒΑ καὶ ΖΗ, καὶ ἰσογώνια ποιεῖν τὰ ΑΔΗ, ΒΔΖ τρίγωνα, καὶ εἶναι ὡς τὴν ΗΔ πρὸς ΔΑ, οὕτω τὴν ΖΔ πρὸς ΔΒ, καὶ ἐναλλὰξ· ὡς τὴν ΗΔ πρὸς ΔΖ, οὕτω τὴν ΑΔ πρὸς ΔΒ. Καὶ συνθέντι, ὡς τὴν ΖΗ πρὸς ΗΔ, οὕτω τὴν ΒΑ πρὸς ΑΔ. Καὶ ἀνάπαλιν· ὡς τὴν ΔΗ πρὸς ΗΖ, οὕτω τὴν ΔΒ πρὸς ΒΑ. Ὁ ἄρα τῆς ΓΖ πρὸς ΖΗ λόγος, τουτέστιν ὁ τῆς ΓΕ πρὸς ΕΑ σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΖ πρὸς ΖΔ, καὶ τοῦ τῆς ΔΒ πρὸς ΑΒ. Καὶ φανερὸν ὅτι ὁμοίως καὶ ἐνταῦθα, ἀφ' οὗ ἤρξατο ὁ συντιθέμενος λόγος, ἀπὸ τούτου ἤρξατο καὶ ὁ πρῶτος τῶν συντιθέντων. Καὶ εἰς ὃ οὗτος κατέληξεν, ἀπὸ τούτου ἤρξατο ὁ δεύτερος τῶν συντιθέντων, καὶ κατέληξεν ἔνθα καὶ ὁ συντιθέμενος.

Λέγω δὴ πάλιν ὅτι καὶ ἐνταῦθα καθόλου ἐπὶ τῆς τοιαύτης τάξεως ἡ δεῖξις προχωρεῖ. Καὶ πρῶτον ὅτι ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΕ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΔ πρὸς ΔΑ, καὶ τοῦ τῆς ΑΓ πρὸς ΓΕ. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Α τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΑΘ, καὶ διήχθω ἡ ΒΕ ἐπὶ τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΕ λόγος, τῆς ΖΘ ἔξωθεν λαμβανομένης, σύγκειται ἔκ

τε τοῦ τῆς BZ πρὸς ZΘ, καὶ τοῦ τῆς ΘZ πρὸς ZE, ἀλλὰ τῷ μὲν τῆς BZ πρὸς ZΘ λόγῳ ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τῆς BΔ πρὸς ΔA, τῷ δὲ τῆς ΘZ πρὸς ZE, ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τοῦ AΓ πρὸς ΓE, διὰ τὸ ἰσογώνια εἶναι τὰ AEΘ, ZEΓ τρίγωνα· ὁ ἄρα τῆς BZ πρὸς ZE λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς BΔ πρὸς ΔA, καὶ τοῦ τῆς AΓ πρὸς ΓE.

Ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ἀνάπαλιν δειχθήσεται· ὁ τῆς AΓ πρὸς ΓE λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς AΔ πρὸς ΔB, καὶ τοῦ τῆς BZ πρὸς ZE. Καὶ πάλιν καὶ καθόλου ὡς ἂν ληφθῇ ἡ εἰρημένη τάξις τοῦ τε συντιθεμένου καὶ τῶν συντιθέντων, ὡς καὶ ἑξῆς ἐπὶ τῶν κατὰ μέρος πάλιν τοιούτων δείξεων φανερὸν ποιήσομεν.

Ἵνα γὰρ πάλιν καὶ διὰ τῶν γραμμῶν κατάδηλον γένηται τὸ τῆς συνθέσεως τῶν λόγων, ἤχθω διὰ τοῦ Z τῇ HΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ZΘ, καὶ κείσθω ἴση τῇ ZΔ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ HK παραλληλόγραμμον. Ἐπεὶ οὖν ὁ τοῦ ΓΘ παραλληλογράμμου πρὸς ΘH λόγος σύγκειται ἐκ τῶν πλευρῶν, τουτέστιν ἔκ τε τοῦ τῆς ΓZ πρὸς ZΘ, καὶ τοῦ τῆς ΘZ πρὸς ZH, ἀλλ' ὡς τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΘH, οὕτως ἡ ΓZ πρὸς τὴν ZH. Ὁ ἄρα τῆς ΓZ πρὸς τὴν ZH λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓZ πρὸς ZΘ λόγου, καὶ τοῦ τῆς ZΘ πρὸς ZH. Ἴση δὲ ἡ ZΘ τῇ ZΔ· ὁ ἄρα τῆς ΓZ πρὸς ZH λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓZ πρὸς ZΔ, καὶ τοῦ τῆς ΔZ πρὸς ZH. Ἀλλ' ὁ τῆς ΔZ πρὸς ZH λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΔB πρὸς BA, διὰ τὸ ἰσογώνια εἶναι, ὡς ἔφαμεν, τὰ ΔZB, AΔH τρίγωνα. Ὁ ἄρα τῆς ΓZ πρὸς ZH λόγος, τουτέστιν ὁ τῆς ΓE πρὸς AE, σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς ΓZ πρὸς ZΔ λόγου, καὶ τοῦ τῆς ΔB πρὸς BA.

Ἐξῆς μετὰ τὰ τοιαῦτα δύο εὐθύγραμμα,

de l'auxiliaire ZT, est composé de celui de BZ à ZT, et de celui de ZT à ZE, mais que le rapport de BD à DA, est le même que celui de BZ à ZT, et que celui de AG à GE est le même que celui de TZ à ZE, à cause des triangles équiangles AET, ZEG, donc la raison de BZ à ZE est composée de celle de BD à DA, et de celle de AG à GE.

On démontrera encore pareillement, (*convertendo*), que la raison de AG à GE est composée de celle de AD à DB, et de celle de BZ à ZE. Il en est généralement de même, si l'on conserve cette disposition du rapport composé et des composans, comme nous allons le démontrer en détail pour les cas particuliers.

Car pour faire entendre encore par une figure, la comparaison des raisons, menons par Z la perpendiculaire ZT à HG, et faisons-la égale à ZD, puis complétons le parallélograme. Alors, puisque la raison du parallélogramme GT au parllélogramme TH, est composée des côtés, c'est-à-dire de la raison de GZ à ZT, et de celle de ZT à ZH; et que comme le parallélogramme GT est au parallélogramme TH, ainsi GZ est à ZH, il s'ensuit que la raison de GZ à ZH est composée de celle de GZ à GT et de celle de ZT à ZH. Mais ZT est égale à DZ, donc la raison de GZ à ZH est composée de celle GZ à ZD, et de celle de ZD à ZH. Mais la raison de DZ à ZH est la même que celle de DB à BA, à cause des triangles équiangles DZB, ADH, comme nous l'avons dit. Donc la raison de GZ à ZH, c'est-à-dire celle de GE à AE, est composée de celle de GZ à ZD, et de celle de DB à BA.

Ensuite de ces propositions démontrées

par des figures rectilignes, il expose quatre lemmes qu'il démontre dans le cercle, et qui lui servent à résoudre les problêmes sphériques. L'énoncé du premier est que si sur la circonférence d'un cercle, on prend trois points quelconques en sorte que les arcs entre ces points soient chacun plus petits que la demi-circonférence, la droite qui soutend ces deux arcs, sera coupée par le rayon du cercle, de telle sorte que ses portions seront entr'elles en même raison que les soutendantes des doubles de chacun de ces deux arcs pris du point où commence chacune de ces portions. (Fig. 71), soit le cercle ABG dont le centre est D, prenons sur sa circonférence trois points quelconques A, B, G, tels que les arcs AG, BG, soient chacun plus petits que la demi-circonférence; ce qui s'entend aussi de tous les arcs que nous prendrons pareillement dans la suite; de sorte que quand nous dirons qu'il faut prendre trois points sur la circonférence du cercle, ils devront être à des distances l'un de l'autre, plus petites que la demi-circonférence. Joignons AG et DB. Je dis que comme la droite AE est à la droite EG, ainsi la soutendante du double de l'arc AB est à la soutendante du double de l'arc BG. Car soient abaissées des points A et G, sur le rayon DEB, les perpendiculaires AZ et ZH. Puisque AZ est parallèle à GH, et qu'elles sont coupées par la droite AEG, le triangle AEZ est donc équiangle au triangle GEH. Par conséquent, comme AZ est à GH, ainsi AE est à EG. Mais la raison de AZ à GH, est la même que celle de la soutendante du

λημμάτια ἐκτίθεται καὶ ἕτερα δ' κυκλικὰ, συντελοῦντα καὶ αὐτὰ πρὸς τὰς σφαιρικὰς δείξεις. Καὶ πρῶτον οὗ ἡ πρότασις δύναται εἶναι τοιαύτη· ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ τρίτα τυχόντα σημεῖα ἀφαιροῦντα μεταξὺ δύο περιφερείας, ἑκατέραν ἐλάσσονα ἡμικυκλίου, ἡ ὑποτείνουσα τὴν συναμφότερον περιφέρειαν εὐθεῖα οὕτω τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἐπὶ τὸ μεταξὺ τῶν ληφθέντων τριῶν σημείων ἐπιζευγνυμένης, ὥστε τὰ τμήματα αὐτῆς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν ταῖς ὑποτεινούσαις τὰς διπλασίονας ἑκατέρας τῶν εἰρημένων δύο περιφερειῶν, ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τῶν ἡγουμένων λαμβανομένων. Ἔστω γὰρ κύκλος ὁ ΑΒΓ, οὗ κέντρον τὸ Δ· καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ εἰλήφθω τρία τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, ὥστε ἑκατέραν τῶν ΑΒ, ΒΓ περιφερειῶν ἐλάσσονα εἶναι ἡμικυκλίου. Καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς δὲ τὸ ὅμοιον ὑπακουέσθω· ὥστε ὅταν λέγωμεν εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τρία τυχόντα σημεῖα, ἐλάττονας αὐτὰ ἀπολαμβάνειν ἡμικυκλίων περιφερείας τὰς μεταξὺ αὐτῶν. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἥ τε ΑΓ καὶ ἡ ΔΕΒ, λέγω ὅτι ἔστιν ὡς ἡ ΑΕ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως ἡ ὑποτείνουσα τὴν διπλασίονα τῆς ΑΒ περιφερείας εὐθεῖα πρὸς τὴν ὑποτείνουσαν τὴν διπλασίονα τῆς ΒΓ περιφερείας εὐθεῖαν. Ἤχθωσαν γὰρ κάθετοι ἀπὸ τῶν Α καὶ Γ σημείων ἐπὶ τὴν ΔΕΒ, αἱ ΑΖ, ΓΗ· καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐνέπεσεν ἡ ΑΕΓ, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕΖ τρίγωνον τῷ ΓΕΗ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΖ πρὸς ΓΗ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Ἀλλ' ὁ αὐτός ἐστι λόγος τῆς τε ΑΖ πρὸς ΓΗ, καὶ τῆς ὑποτεινούσης

εὐθείας τὴν διπλασίονα τῆς ΑΒ περιφερείας πρὸς τὴν ὑποτείνουσαν τὴν διπλασίονα τῆς ΒΓ περιφερείας εὐθεῖαν. Ἐπειδήπερ ἐὰν ἐκβάλωμεν ἐπὶ τὰς ἀντικειμένας περιφερείας τὰς ΑΖ, ΓΗ ὡς τὰς ΑΖΘ, ΓΗΚ· ἡ μὲν ΑΘ ὑποτείνουσα τὴν διπλασίονα τῆς ΑΒ περιφερείας, διπλασίων ἐστὶ τῆς ΑΖ εὐθείας, ἡ δὲ ΓΚ ὁμοίως τὴν διπλασίονα ὑποτείνουσα τῆς ΒΓ περιφερείας, διπλασίων ἐστὶ τῆς ΓΗ. Καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΘ ὑποτείνουσα τὴν διπλασίονα τῆς ΑΒ περιφερείας πρὸς τὴν ΓΗ ὑποτείνουσαν τὴν διπλαασίονα τῆς ΒΓ περιφερείας, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΓΗ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΓ· ὥστε καὶ ἡ τῆς ΑΕ πρὸς τὴν ΕΓ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΑΘ πρὸς ΓΚ, τουτέστι τῷ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΒ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΓ.

Ἐπιδέχεται δὲ πλείονας πτώσεις τὸ προκείμενον θεώρημα. Ὅταν μὲν γὰρ αἱ ΑΒ, ΒΓ περιφέρειαι ἄνισοι τυγχάνωσιν, ἔτι δὲ καὶ ἑκατέρα αὐτῶν ἐλάσσων ᾖ τεταρτημορίου, πεσοῦνται κάθετοι καθ' ἑτέρου καὶ ἑτέρου σημείου τῶν ἐπὶ τῆς ΒΔ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς προκειμένης καταγραφῆς. Ὅταν δὲ ἴσαι, κατὰ τοῦ αὐτοῦ σημείου πεσοῦνται ἐπὶ τῆς ΒΔ, ἐπ' εὐθείας ἀλλήλαις γινόμεναι, τῶν καθέτων τότε τῶν ΑΕ, ΕΓ τυγχανουσῶν, καὶ τῆς ΑΓ ὑποτεινούσης τὴν διπλασίονα ἑκατέρας τῶν ἴσων περιφερειῶν. Ὅταν δὲ ἡ μὲν αὐτῶν ᾖ τεταρτημορίου, ἡ δὲ ἐλάσσων, ἡ μὲν ἐπ' αὐτὸ τὸ Δ κέντρον πεσεῖται, ἡ δὲ, ἐπὶ τῆς ΒΔ. Ὅταν δὲ ἑκατέρα αὐτῶν τεταρτημορίου τυγχάνῃ, ἐπ' αὐτὸ τὸ Δ κέντρον καὶ ἀμφότεραι πεσοῦνται αἱ κάθετοι, ἐπ' εὐθείας ἀλλήλαις γινόμεναι, καὶ διάμετρον τοῦ κύκλου ἀποτελοῦσαι. Ὅταν δὲ μείζονες ὦσι τεταρτη-

double de l'arc AB à la soutendante du double de l'arc BG. En effet, si nous prolongeons jusqu'à la circonférence, les droites AZ, ZH, elles deviennent AZT, GHK; alors AT soutendante du double de l'arc AB, est double de la droite AZ; et pareillement, GK soutendante de l'arc BG, est double de GH. Et, comme AT soutendante du double de l'arc AB, est à GH soutendante du double de l'arc BG, ainsi AZ est à GH. Mais AE est à EG, comme AZ est à GH. Donc la raison de AE à EG est la même que celle de AT à GK, c'est-à-dire que la raison de la soutendante du double de l'arc AB, au double de l'arc BG.

Ce théorême a plusieurs cas. Si les arcs AB, BG, sont inégaux, et que chacun soit plus petit qu'un quart de cercle, les perpendiculaires tomberont sur différens points de BD, comme dans la présente figure. Mais s'ils sont égaux, elles tomberont sur un même point de BD, et feront une seule ligne droite, ces perpendiculaires se rencontrant alors, et AG soutendant le double de chacun des arcs égaux. Mais si l'un est d'un quart de cercle, et l'autre moindre, l'une tombera sur le centre D, et l'autre entre B et D. Si l'un et l'autre sont des quarts de cercle, les deux perpendiculaires tomberont sur le centre D, en faisant une seule ligne droite qui sera le diamètre du cercle. Mais s'ils sont plus grands qu'un quart de cercle, elles tomberont sur le prolongement

de BD, et dans tous les cas, la démonstration précédente y sera applicable. Au reste, Ptolemée prend toujours entre ces points des arcs plus petits que le demi-cercle, parce qu'il cherche le rapport des droites qui soutendent les doubles de ces arcs. Et si chacun étoit d'un demi-cercle, le double de chacun seroit la circonférence entière du cercle, laquelle n'a pas de soutendante. Et ce qui seroit encore plus impossible, ce seroit si l'on prenoit des arcs plus grands que le demi-cercle, leurs doubles étant plus grands que la circonférence entière.

(Fig. 72) A ce premier lemme démontré par des arcs circulaires, il fait succéder le second ainsi conçu : Si sur la circonférence d'un cercle on prend trois points quelconques, tels que les deux arcs qu'ils interceptent, soient chacun moindres que le demi-cercle, la somme de ces arcs étant donnée, ainsi que la raison des droites qui soutendent leurs doubles, chacun de ces deux arcs sera aussi donné. En effet, sur la circonférence du cercle ABG, soient pris trois points quelconques A, B, G, qui interceptent les deux arcs AB, BG, comme il a été dit, de sorte que l'arc ABG soit donné, ainsi que le rapport de la soutendante du double de l'arc AB, à la soutendante du double de l'arc BG, je dis que chacun des arcs AB, BG, est aussi donné. Car prenons le centre D du cercle, et joignant, conformément au lemme précédent, les droites AG, DB, menons encore du centre le rayon DA et la perpendiculaire DZ, l'arc AB étant plus grand que l'arc

μορίου, ἐπὶ τὴν ΒΔ προσεκβαλλομένην πεσοῦνται, τὸν εἰρημένον τρόπον τὴν προκειμένην ἀπόδειξιν περαίνουσαι. Παραλλάττει δὲ τὰς μεταξὺ τῶν εἰρημένων σημείων περιφερείας, ἐλάττονας ἡμικυκλίου, ἐπειδὴ τῶν ὑπὸ τὰς διπλασίονας αὐτῶν εὐθειῶν τὸν λόγον ἐπιζητεῖ. Καὶ ἐὰν ἑκατέρα αὐτῶν ἡμικυκλίου ᾖ, ἡ διπλασίων ἑκατέρας, ἡ ὅλη περιφέρεια τοῦ κύκλου ἐστὶν, ὑφ' ἣν εὐθεῖα οὐχ' ὑποτείνει. Ἔτι δὲ πολλῷ τὸ ἀδύνατον προχωρεῖ ἐπὶ τῶν μειζόνων ἡμικυκλίων ἀπολαμβανομένων περιφερειῶν, τῶν διπλασιόνων αὐτῶν μειζόνων γινομένων τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Τοῦ τοιούτου οὖν πρώτου κυκλικοῦ λημματίου προληφθέντος, ἐξέθετο καὶ δεύτερον κυκλικὸν λημμάτιον, οὗ πάλιν ἡ πρότασις δύναται εἶναι τοιαύτη· ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ τρία τυχόντα σημεῖα ἀπολαμβάνοντα μεταξὺ αὐτῶν δύο περιφερειῶν, ἑκατέραν ἐλάσσονα ἡμικυκλίου, ὥστε τὴν συναμφοτέραν εἶναι δεδομένην, καὶ ἔτι τὸν λόγον τῶν ὑποτεινουσῶν εὐθειῶν τὰς διπλασίους αὐτῶν, δοθήσεται καὶ ἑκατέρα τῶν ἐξ ἀρχῆς δύο περιφερειῶν. Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ, εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας τρία τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, ἀπολαμβάνοντα μεταξὺ αὐτῶν τὰς ΑΒ, ΒΓ περιφερείας τὸν εἰρημένον τρόπον, ὥστε συναμφότερον τὴν ΑΒΓ εἶναι δεδομένην, καὶ ἔτι τὸν λόγον τῆς ὑποτεινούσης εὐθείας τὴν διπλασίονα τῆς ΑΒ περιφερείας, πρὸς τὴν ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν τὴν διπλασίονα τῆς ΒΓ περιφερείας, λέγω ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΒΓ περιφερειῶν, δέδοται. Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ· καὶ ἐπιζευχθεισῶν ὁμοίως τῷ ἐπάνω λημματίῳ, τῆς τε ΑΓ καὶ ΔΘ, ἔτι ἐπεζεύχθω, καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ Δ κέντρου ἐπὶ τὸ Α, ἡ δὲ ΔΑ,

κάθετος δὲ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ ἤχθω ἡ ΔΖ, ὡς μείζονος δηλαδὴ οὔσης τῆς ΑΒ περιφερείας τῆς ΒΓ. Εἰ γὰρ ἦσαν ἴσαι ἡ κάθετος ἐπὶ τὸ Ε ἔπιπτεν, εἰ δὲ ἐλάττων ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ, ἐπὶ τῆς ΕΓ ἔπιπτεν. Ἐπεὶ οὖν δέδοται ἡ ΑΓ περιφέρεια, δέδοται ἄρα καὶ ἡ ς″ αὐτῆς, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΖ γωνία ὑπ' αὐτῆς δέδοται. Ἐὰν γὰρ προσεκβληθῇ ἡ ΔΖ, ἐπὶ τῆς διχοτομίας τῆς ΑΒΓ περιφερείας πεσεῖται, δέδοται δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ ὀρθὴ γωνία· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Α γωνία δοθήσεται. Δέδοται δὲ καὶ ἡ ΔΑ εὐθεῖα ἐκ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστιν ἡ ΑΖ ἡμίσεια τῆς ΑΓ δεδομένης ἐκ τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΒΓ περιφέρεια δέδοται. Καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῆς ΑΖ, ΖΔ, ὥστε καὶ ἡ λοιπὴ τοῦ ΑΔΖ τριγώνου πλευρὰ ἡ ΔΖ ἐστὶ δεδομένη· καὶ ὅλον δηλονότι τὸ ΑΔΖ τρίγωνον ἔστι δεδομένον. Καὶ ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΒ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΓ λόγος δοθείς, ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΓ λόγῳ, διὰ τὸ πρὸ τούτου, δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΓ λόγος. Δέδοται δὲ καὶ ὅλη ἡ ΑΓ εὐθεῖα· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΕ, ΕΓ ἔσται δεδομένη. Δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς δεδομένοις, ὅτι ἐὰν δεδομένον μέγεθος, εἰς δεδομένον λόγον διαιρεθῇ, ἑκάτερον τῶν τμημάτων, ἔσται δεδομένον. Ἢ καὶ οὕτως·

Ἐπεὶ δέδοται ὁ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΓ λόγος, καὶ συνθέντι δέδοται ὁ τῆς ΑΓ πρὸς ΓΕ λόγος, καὶ δέδοται ἡ ΑΓ, δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΓΕ. Δέδοται δὲ καὶ ΖΓ, ς″ οὖσα τῆς ΑΓ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΕ ἔσται δεδομένη. Δέδοται καὶ ἡ ΖΔ, καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ· δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΔΕ. Διὰ τοῦτο δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνία, ὡς ἐξῆς δείξομεν. Ἦν δὲ δεδομένη

BG, car s'ils étoient égaux, la perpendiculaire tomberoit en E, et si l'arc AB étoit plus petit que l'arc BG, elle tomberoit entre E et G. Puisque l'arc AG est donné, sa moitié est donc aussi donnée, et par conséquent aussi l'angle ADZ. Car si on prolonge DZ, cette droite tombera sur le point du milieu de l'arc ABG. Mais l'angle droit est donné, donc le troisième angle A sera donné. D'ailleurs le rayon DA est donné, et AZ est la moitié de AG donnée par la table des cordes, puisque l'arc ABG est donné. Et de plus, le carré de AD est égal à la somme des carrés de AZ et de ZD. Le troisième côté DZ du triangle ADZ est donc donné, et par conséquent tout le triangle ADZ est donné. Et puisqu'on suppose donnée la raison de la soutendante du double de l'arc AB à la corde du double de l'arc BG, raison égale à la raison de AE à la droite EG, par le lemme précédent, la raison de la droite AE à la droite EG sera donc aussi donnée. Mais la droite entière AG est donnée, par conséquent chacune des droites AE, EG, sera donnée. Car il a été prouvé dans les (*data*) données, que si une grandeur donnée est divisée en une raison donnée, chacune des portions sera donnée. Ou même prouvons-le de la manière suivante :

Puisque la raison de AE à EG est donnée, il s'ensuit par composition que la raison de AG à GE est donnée ; mais AG est donnée, donc GE est donnée. Ainsi ZG qui est la moitié de AG, étant donnée, ZE sera donc donnée. Mais ZD est donnée, ainsi que l'angle droit DZE, par conséquent DE est donnée. Et par là même l'angle EDZ est donné, comme nous le démontrerons par

la suite. Mais si l'angle ADZ étoit donné, l'angle entier ADB seroit donné, et par ce moyen aussi l'arc AB. Et si l'arc entier ABG est donné, l'arc BG restant sera donné. Et aussi, conséquemment aux cas énoncés précédemment, chacun des arcs AB, BG, sera donné. Or l'angle EDZ du cercle circonscrit au triangle rectangle EZD est donné de cette manière. Car imaginons ce cercle circonscrit. Il est clair que DE en sera le diamètre, puisque ce sera l'hypoténuse de l'angle droit Z; et puisque chacune des droites DE, EZ, est donnée en parties dont le diamètre du cercle ABG en contient 120, par conséquent EZ est donnée en parties dont le diamètre DE du cercle circonscrit, en contient 120. L'arc soutendu par cette corde EZ sera aussi donné, ainsi que l'angle EDZ qui, ayant son sommet dans la circonférence du cercle circonscrit, et étant d'un certain nombre de degrés dont deux angles droits à la circonférence, ne valent que la moitié des 360 degrés, valeur des quatre angles droits au centre, parce que deux angles étant à la circonférence, leurs cordes soutendent le cercle entier, au lieu que s'ils sont au centre, il en faut quatre pour soutendre la circonférence partagée en 360 degrés; et les segmens étant joints par les soutendantes tirées d'un angle droit à l'autre, la circonférence est ainsi divisée en 180 degrés pour un angle droit qui y a son sommet, et en 90 pour chaque angle droit qui a son sommet au centre.

Le troisième lemme exposé par Ptolemée, est que si l'on prend sur la circonférence d'un cercle trois points qui y comprennent des arcs plus petits, non-seulement

καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΖ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΒ γωνία ἔσται δεδομένη· διὰ δὴ τοῦτο καὶ ἡ ΑΒ περιφέρεια. Ἦν δὲ δεδομένη καὶ ὅλη ἡ ΑΒΓ περιφέρεια, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια ἔσται δεδομένη. Ἀκολούθως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἐπάνω εἰρημένων πτώσεων, δοθήσεται ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΒΓ περιφερειῶν. Δίδοται δὲ ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνία περιγραφομένου περὶ τὸ ΕΖΔ ὀρθογώνιον κύκλου τόν δε τὸν τρόπον· νενοήσθω γὰρ περιγεγραμμένος ὁ κύκλος· φανερὸν δὴ ὅτι ἡ ΔΕ διάμετρος ἔσται τοῦ κύκλου, διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τῷ Ζ γωνίαν. Καὶ ἐπεὶ δέδοται ἑκατέρα τῶν ΔΕ, ΕΖ, οἵων ἡ τοῦ ΑΒΓ κύκλου διάμετρος ρ̄κ̄, καὶ οἵων ἄρα ἡ ΔΕ διάμετρος τοῦ γραφομένου κύκλου ρ̄κ̄, δίδοται καὶ ἡ ΕΖ, ὥστε καὶ ἡ ἐπ' αὐτῆς περιφέρεια δοθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνία, ὡς πρὸς τῇ περιφερείᾳ οὖσα τοῦ περιγραφέντος κύκλου, οἵων αἱ δύο ὀρθαὶ τ̄ξ̄, καὶ τῶν ἡμίσεων, οἵων αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ τ̄ξ̄, ὡς πρὸς τῷ κέντρῳ τυγχάνειν, διὰ τὸ πρὸς μὲν τῇ περιφερείᾳ τυγχανουσῶν τῶν γωνιῶν ὑποτείνειν δύο ὀρθὰς τὸν ὅλον κύκλον, πρὸς δὲ τῷ κέντρῳ τέσσαρας· καὶ τοῦ ὅλου κύκλου εἰς τ̄ξ̄ μοῖρας διαιρουμένου, καὶ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὰ τμήματα ἐπιζευγνυμένων εὐθειῶν, τὴν μὲν πρὸς τῇ περιφερείᾳ ὀρθὴν γωνίαν εἰς ρ̄π̄ διαιρεῖσθαι, τὴν δὲ πρὸς τῷ κέντρῳ, εἰς ϛ̄.

Ἔτι δὲ καὶ τρίτον λημμάτιον ἐκτίθηται κυκλικὸν, οὗ ἡ πρότασις δύναται εἶναι τοιαύτη· Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ τρία σημεῖα, ἀφαιροῦντα μὴ μόνον ἑκατέραν

ἀλλὰ καὶ συναμφοτέρας τὰς μεταξὺ δύο περιφερείας ἐλάσσονας ἡμικυκλίου, ὥστε συμπίπτειν τὴν ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν ὑπὸ μίαν τῶν εἰρημένων περιφερειῶν τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου ἐπὶ τὸ λοιπὸν σημεῖον ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ, ἐκτὸς δηλονότι τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἔστω ὡς ἡ ὑποτείνουσα εὐθεῖα τὴν διπλασίονα τῆς συναμφοτέρας περιφερείας πρὸς τὴν ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν τὴν διπλασίαν τῆς μιᾶς περιφερείας τῆς πρὸς τῇ ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευχθείσῃ εὐθείᾳ, οὕτως ἡ ὅλη εὐθεῖα συμπίπτουσα τῇ διὰ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν ἀπολαμβανομένην αὐτῆς ἐκτὸς τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας τρία σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, ἀφαιροῦντα τὰς ΑΒ, ΒΓ περιφερείας μεταξὺ αὐτῶν, ὥστε ἐλάττονα εἶναι ἡμικυκλίου συναμφοτέραν τὴν ΑΓ. Καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΓΒ, ΔΑ, συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Ε, λέγω ὅτι ἔστιν ὡς ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ περιφερείας, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΒ, οὕτως ἡ ΓΕ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΕΒ. Ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Γ Β σημείων ἐπὶ τὴν ΔΑ κάθετοι αἱ ΓΗ, ΒΖ, παράλληλοι δηλονότι γινόμεναι, καὶ ὅμοιον ποιοῦσαι τὸ ΓΕΗ τρίγωνον τῷ ΒΕΖ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΒΖ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΒΖ, οὕτως ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΓ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΒ, διὰ τὸ πρῶτον κυκλικὸν θεώρημα. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ περιφερείας πρὸς τὴν διπλῆν τῆς ΑΒ, οὕτως ἡ ΓΕ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΕΒ.

Λέγω ὅτι κἂν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἡ σύμπτωσις γένηται, τὸ ὅμοιον συμβήσεται, τῶν περιφερειῶν ἀνάπαλιν λαμβανομένων. Συμπιπτέτωσαν γὰρ αἱ ΒΓ, ΑΔ κατὰ τὸ Κ, λέγω ὅτι ἔστιν ὡς ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΒ, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΚ

chacun, mais encore ensemble, que la demi-circonférence, de sorte que la corde d'un de ces arcs concourant avec le rayon mené à l'autre point, le rencontre, prolongé ainsi qu'elle hors du cercle, on aura cette analogie: Comme la soutendante du double de la somme des arcs, est à la soutendante du double de l'arc qui commence au point où passe le rayon, ainsi toute la droite qui rencontre le rayon prolongé, est à sa portion extérieure au cercle. Car soient pris sur le cercle ABG trois points A, B, G, avec les arcs interceptés plus petits, chacun et ensemble, que la demi-circonférence. Soit D le centre du cercle. Joignons GB et DA qui se rencontrent en E, je dis: comme la corde du double de l'arc GA, est à celle du double de l'arc AB, ainsi la droite GE est à la droite EB. Car soient menées (Fig. 73) des points G et B sur DA, les perpendiculaires GH et BZ parallèles entr'elles, et faisant le triangle GEH semblable au triangle BEZ, on aura: comme GH est à BZ, ainsi GE est à EB. Mais comme GH est à BZ, ainsi la corde du double de l'arc AG est à celle du double de l'arc AB, par le premier de ces trois théorêmes, donc aussi la droite GE est à la droite EB, comme la corde du double de l'arc GA est à celle du double de l'arc AB.

(Fig. 74) Je dis de plus, que si ces deux droites se rencontrent ailleurs, la même chose aura lieu, en prenant les arcs en sens contraire. Car, que BG, AD, se rencontrent en K, je dis que comme la corde du double de l'arc AB est à celle du double de l'arc AG, ainsi la droite BK est à la droite KG.

Car soient menées encore des points B et G, sur AK les perpendiculaires BZ, GH. D'après ce qui a été dit ci-devant, comme la droite BZ est à GH, ainsi BK est à KG. Mais comme BZ est à GH, ainsi la corde du double de l'arc BA est à la corde du double de l'arc AG, car chaque droite est moitié de chaque corde. Donc la droite BK est à la droite KG, comme la corde du double de l'arc BA est à la corde du double de l'arc AG.

πρὸς τὴν ΚΓ. Ἤχθωσαν γὰρ πάλιν ἀπὸ τῶν Β, Γ ἐπὶ τὴν ΑΚ κάθετοι αἱ ΒΖ, ΓΗ. Ἔστιν ἄρα πάλιν διὰ τὰ προειρημένα, ὡς ἡ μὲν ΒΖ πρὸς ΓΗ, οὕτως ἡ ΒΚ πρὸς ΚΓ· ὡς δὲ ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ, οὕτως ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΑ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΓ· ἡμίσεια γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΑ πρὸς τὴν διπλῆν τῆς ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΚ πρὸς ΚΓ.

Il est clair que dans les figures où les deux arcs forment ensemble le quart de cercle, la perpendiculaire abaissée de G sur AG, tombant sur le centre D, il arrivera que les deux angles en D et en G étant plus petits ensemble que deux droites, DA et BG se rencontreront comme dans la figure 74; et si l'arc AG est plus petit qu'un quart de cercle, les droites DA, BG se réuniront bien plutôt encore. Elles se couperoient ausssi. Le problême seroit toujours le même, si l'arc AG étoit plus grand qu'un quart de cercle, et que les deux angles G et D fussent moindres que deux droites; mais s'ils sont plus grands, elles se rencontreront en des points opposés, et la raison sera inverse. Si au contraire AD prolongée en T, fait AB égal à GT, la droite BG étant parallèle à AT, le théorême n'aura plus lieu, ni dans le cas où les deux arcs AB, BG, sont plus grands ensemble que la demi circonférence, car les droites se rencontreront alors en dedans du cercle, de même que si les arcs faisoient ensemble la demi-circonférence. Car les droites tomberoient alors sur le même point de l'arc, comme dans ces figures. C'est pourquoi nous démontrerons particulièrement que celles de ces figures où les droites rendent ce théorême inapplicable, par leur manière de se rencontrer, sont inutiles et

Δῆλον δὲ ὅτι ἐφ' ὧν καταγραφῶν συναμφοτέρα ἡ ΑΒΓ τεταρτημορίου τυγχάνει, τῆς ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΑΔ καθέτου πιπτούσης ἐπὶ τὸ Δ κέντρον, συμπεσοῦνται αἱ ΔΑ, ΒΓ, ἐλαττόνων δύο ὀρθῶν γινομένων τῶν πρὸς τοῖς Δ Γ γωνιῶν, ὡς ἐπὶ τῆς ὑποκειμένης καταγραφῆς. Πολλῷ δὲ μᾶλλον ἐὰν ἐλαττόνων τεταρτημορίου τυγχάνῃ ἡ ΑΓ, συμπεσοῦνται αἱ ΔΑ, ΒΓ εὐθεῖαι. Ὁμοίως δὲ κἂν μείζων τεταρτημορίου τυγχάνῃ ἡ ΑΓ, αἱ δὲ πρὸς τοῖς Γ Δ γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονες τυγχάνωσι, συμπεσοῦνται, καὶ συναθήσεται τὸ πρόβλημα· ἐφ' ὧν δὲ μείζονες εἰσὶ δύο ὀρθῶν, ἐπὶ τὰ ἀντικείμενα συμπεσοῦνται, καὶ ὁ ἀνάπαλιν λόγος συναθήσεται. Ἐφ' ὧν δὲ ἐκβαλλομένη ἡ ΑΔ ὡς ἐπὶ τὸ Θ, ἴσην ποιεῖ τὴν ΑΒ τῇ ΓΘ, παραλλήλου γινομένης τῆς ΒΓ εὐθείας τῇ ΑΘ, ἀσύνατον ἔσται τὸ θεώρημα. Καὶ ἔτι ἐφ' ὧν αἱ ΑΒ, ΒΓ συναμφότεραι, μείζονες γίνονται ἡμικυκλίου, ἐντὸς γὰρ συμπεσοῦνται αἱ εὐθεῖαι. Καὶ ἔτι πάλιν ἐφ' ὧν ἡμικύκλιοι τυγχάνωσιν· ἐπὶ γὰρ τοῦ αὐτοῦ σημείου τῆς περιφερείας συμπεσοῦνται αἱ εὐθεῖαι ὡς ἐπὶ τῶν ὑποκειμένων πάλιν καταγραφῶν. Διὸ δείξομεν ἐπὶ τῶν κατὰ μέρος δείξεων, ὅτι οὐ προσχρῆται ταῖς οὕτως

ἀσύγκατον ποιούσαις τὸ πρόβλημα, ἀλλὰ ταῖς ἐκτὸς συμπιπτούσαις.

Ετι δὲ ἑξῆς καὶ τέταρτον λημμάτιον κυκλικὸν ὁμοίως ἐκτίθεται, οὗ ἡ πρότασις δύναται εἶναι τοιαύτη· ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ τρία σημεῖα, ἀφαιροῦντα δύο περιφερείας τὰς μεταξὺ αὐτῶν, ὥστε συναμφοτέραν ἐλάσσονα εἶναι ἡμικυκλίου, καὶ τὴν ἐπὶ τὰ ἑξῆς δύο σημεῖα ἐπιζευγνυμένην εὐθεῖαν συμπίπτειν τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἐπὶ τὸ λοιπὸν σημεῖον ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, καὶ δοθῇ ἡ ἐπὶ τῆς ἐπιζευχθείσης ἐπὶ τὰ ἑξῆς δύο σημεῖα εὐθείας περιφέρεια, καὶ ἔτι ὁ λόγος ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς συναμφοτέρας περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς λοιπῆς, καὶ αὐτὴ ἡ λοιπὴ περιφέρεια δοθήσεται.

Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ τῆς περιφερείας εἰλήφθω τρία σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, ἀφαιροῦντα συναμφοτέρας τὰς ΑΒ, ΒΓ ἐλάττονας ἡμικυκλίου, ὥστε τὴν ΒΓ εἶναι δεδομένην. Καὶ ἔτι τὸν λόγον τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΒ, λέγω ὅτι καὶ αὐτὴ ἡ ΑΒ δέδοται. Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΑΔ, ΓΒ, ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΓΒ εὐθεῖαν κάθετος ἤχθω ἡ ΔΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ. Ἐπεὶ οὖν ἡ ΒΓ περιφέρεια δέδοται, καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΖ γωνία τὴν ς″ αὐτῆς ὑποτείνουσα δεδομένη ἔσται. Δέδοται δὲ καὶ ἡ ΒΓ εὐθεῖα ἐκ τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει ἡ ΔΖ· καὶ ἡ ς″ ἄρα αὐτῆς ἡ ΒΖ δέδοται· δέδοται δὲ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΔΒ. Καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς ΔΒ, ἴσον τοῖς ἀπὸ ΒΖ, ΖΔ· δέδοται ἄρα καὶ ἡ

qu'on n'a besoin que des cas où ces droites se rencontrent hors du cercle.

Ptolemée propose ensuite son quatrième lemme qu'on peut rendre en ces mots : si (Fig. 75) sur la circonférence d'un cercle, on prend trois points qui interceptent deux arcs dont la somme soit moindre que le demi-cercle, et que la droite qui joint les deux derniers points, rencontre le rayon prolongé par l'autre point hors de la circonférence du cercle, et que l'arc soutendu par la droite qui joint les deux derniers points, soit donné, la raison de la soutendante du double des deux arcs à celle de l'autre arc, sera aussi donnée, ainsi que l'autre arc.

Car prenant les trois points ABG, sur la circonférence du cercle ABG, tels qu'ils interceptent les deux arcs AB, BG plus petits que le demi-cercle, de sorte que l'arc BG soit donné, et aussi le rapport de la soutendante du double de l'arc GA au double de celle de l'arc AB, je dis que l'arc AB est donné. Soient en effet, D le centre du cercle, et les droites AG, GB prolongées et se rencontrant en E. Menons du point D sur la droite GB la perpendilaire DZ, et joignons DB, puisque l'arc BG est donné, l'angle BDZ qui en comprend la moitié, sera aussi donné. Mais la droite BG est donnée par la table des cordes. Cette droite est coupée en deux portions égales par DZ, donc sa moitié BZ est aussi donnée, mais le rayon DB est aussi donné, et le carré fait sur DB est égal à la somme des carrés faits sur BZ et ZD, par conséquent ZD est donnée,

ainsi que tout le triangle rectangle ZDB. Et puisqu'on a la raison de GE à EB, égale à celle de la corde du double de l'arc GA à celle du double de l'arc AB, on connoît donc aussi la raison de EG à GB. Car si une grandeur est en certain rapport donné relativement à une de ses portions, on aura par-là son rapport à l'autre portion. Or GB est donné, donc EG est donnée, et par conséquent BE sera aussi donnée. Ou bien autrement : puisque la raison de EG à EB est donnée, et que GB est donnée, donc BE est aussi donnée. Mais BZ est donnée, donc la droite EZ sera donnée. Mais ZD est donnée, et la somme des carrés de EZ et de ZD est égale au carré de ED, donc ED est donnée. De sorte que le triangle rectangle EZD sera donné, ainsi que l'angle ZDE dans la circonférence du cercle circonscrit au triangle rectangle ZDE. Mais l'angle ZDB étoit donné, donc l'angle central BDA sera donné, ainsi que l'arc AB.

De ces lemmes démontrés pour le cercle, par des lignes droites, Ptolemée passe au théorême qui contient pour la sphère deux propositions, l'une qui procède par diérèse, et l'autre par synthèse. La première peut s'énoncer en ces mots: Si, sur la surface d'une sphère, on décrit deux arcs de grands cercles qui s'entrecoupent, et que depuis leur point d'intersection, soient pris sur chacun, des segmens moindres que la demi-circonférence, et que par les points où ils se terminent on décrive entre les premiers arcs, d'autres arcs de grands cercles, moindres encore que la demi-circonférence, et qui s'entrecoupent et coupent les premiers, la raison de la corde du double d'un segment compris

ΖΔ, καὶ ὅλον τὸ ΖΔΒ τρίγωνον ὀρθογώνιον. Καὶ ἐπεὶ ὁ τῆς ΓΕ εὐθείας πρὸς ΕΒ λόγος δέδοται, ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΒ δεδομένης· δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς ΕΓ πρὸς ΓΒ λόγος. Ἐὰν γὰρ μέγεθος πρὸς ἑαυτοῦ τὶ μέρος λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ πρὸς τὸ λοιπὸν λόγον ἕξει δεδομένον, καὶ δέδοται τὸ ΓΒ, δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΕΓ, ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ΒΕ ἔσται δεδομένη. Ἢ καὶ οὕτως· ἐπεὶ ὁ τῆς ΕΓ πρὸς ΕΒ λόγος δέδοται, καὶ δέδοται ἡ ΓΒ, δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΒΕ· δέδοται δὲ καὶ ἡ ΒΖ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΕΖ ἔσται δεδομένη. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΖΔ δέδοται, καὶ ἔσται τὰ ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΔ, ἴσα τῷ ἀπὸ τῆς ΕΔ· δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΕΔ· ὥστε καὶ τὸ ΕΖΔ τρίγωνον ὀρθογώνιον ἔσται δεδομένον, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΔΕ γωνία ὁμοίως, περὶ τὸ ΖΔΕ τρίγωνον ὀρθογώνιον γραφομένου κύκλου. Ἐδέδοτο δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ γωνία, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΔΑ γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ ἔσται δεδομένη, ὥστε καὶ ἡ ΑΒ περιφέρεια.

Τούτων οὖν τῶν δύο εὐθυγράμμων καὶ τεσσάρων κυκλικῶν λημματίων προληφθέντων, ἐξῆς ἐκτίθεται σφαιρικὸν θεώρημα, ἐν ᾧ δύο προτάσεων ἀπόδειξιν ποιεῖται· μιᾶς μὲν κατὰ διαίρεσιν, ἑτέρας δὲ κατὰ σύνθεσιν. Καὶ πρώτην τὴν κατὰ διαίρεσιν, ἥτις δύναται εἶναι τοιαύτη· Ἐὰν ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας γραφῶσι δύο μεγίστων κύκλων περιφέρειαι, τέμνουσαι ἀλλήλας, καὶ ἀπὸ τῆς τομῆς αὐτῶν ἀπολη φθῇ ἀφ' ἑκατέρας ἐλάσσων ἡμικυκλίου, καὶ διὰ τῶν γενομένων σημείων γραφῶσι μεταξὺ τῶν δύο μεγίστων κύκλων περιφέρειαι ἐλάττονες πάλιν ἡμικυκλίου, τέμνουσαι ἀλλήλας, καὶ τὰς ἀπολη φθείσας περιφερείας, ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τοῦ ἑνὸς τμή-

ματος τοῦ ἀπὸ τοῦ πέρατος τῶν ἀπολῃφθεισῶν πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τοῦ λοιποῦ αὐτῆς τμήματος λόγος, συνῆπται ἔκ τε τοῦ λόγου τῶν ὑπὸ τὰς διπλασίονας τῶν τμημάτων τῆς γραφείσης ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς εἰρημένης μιᾶς τῶν ἐξ ἀρχῆς ἀπολῃφθεισῶν ἡγουμένης, λαμβανομένης τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τοῦ ἀπὸ τοιούτου πέρατος τμήματος· καὶ ἔτι τοῦ λόγου τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τοῦ τμήματος τῆς λοιπῆς τῶν ἐξ ἀρχῆς ἀπολῃφθεισῶν τοῦ πρὸς τῷ πέρατι αὐτῆς πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ὅλης.

depuis l'extrémité d'un des premiers arcs, à la corde du double de l'autre segment du même arc, est composée de la raison de la corde du double du segment de celui des seconds arcs qui est mené depuis la même extrémité du premier arc jusqu'à l'autre second arc, à la corde du double du reste de ce second arc jusqu'à l'autre premier arc, et de la raison de la corde du double du segment de l'autre premier arc jusqu'à son interersection par le même second arc, à la corde du double de ce même autre premier arc tout entier.

Γεγράφθωσαν γὰρ ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας μεγίστων κύκλων περιφέρειαι, ὥστε εἰς δύο τὰς AB, AΓ δύο γραφείσης τὰς BE καὶ ΓΔ τέμνειν ἀλλήλας κατὰ τὸ Z σημεῖον. Ἔστω δὲ ἑκάτερα αὐτῶν ἐλάσσων ἡμικυκλίου. Τὸ δ' αὐτὸ καὶ ἐπὶ τῶν ὁμοίων πασῶν καταγραφῶν ὑπακουέσθω· λέγω ὅτι, ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓE περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς EA λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓZ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ZΔ, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΔB πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς BA. Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ H· τὸ αὐτὸ ἄρα ἔσται καὶ τῶν κύκλων· μέγιστοι γὰρ ὑπόκεινται. Καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὰς BZE τομὰς τῶν κύκλων, ἥ τε HB καὶ ἡ HZ καὶ HE. Καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ AΔ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ HB ἐκβληθείσῃ καὶ αὐτῇ κατὰ τὸ Θ σημεῖον. Ὁμοίως δὲ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΔΓ καὶ AΓ τεμνέτωσαν τὰς HZ καὶ EH κατὰ τὰ K καὶ Λ σημεῖα, διὰ τὸ ἐν δυσὶν ἅμα εἶναι ἐπιπέδοις, τοῦ τε AΓΔ τριγώνου καὶ τοῦ BZE κύκλου, ὡς ἑξῆς δείξομεν, ἥτις ἐπιζευχθεῖσα ποιεῖ τὴν ἐπὶ τῶν πρώτων δύο εὐθυγράμμων λημματίων

(Fig. 75) Car soient décrits sur la surface d'une sphère, des arcs de grands cercles, sur deux desquels AB et AG tombent deux autres arcs BE et GD qui s'entrecoupent au point Z. Que chacun de ces arcs soit plus petit que la demi-circonférence, ce qui s'entend de toutes les constructions pareilles, je dis que la raison de la corde du double de l'arc GE à la corde du double de l'arc EA, est composée de la raison de la corde du double de l'arc GZ à la corde du double de l'arc ZD, et de la raison de la corde du double de l'arc DB à la corde du double de l'arc BA. En eflet, soit H le centre de la sphère, ce sera aussi celui de ces cercles, car ils sont supposés être tous de grands cercles ; et de ce centre soient menées aux sections B, Z, E de ces cercles, les droites HB, HZ, HE, et soit la droite AD prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre HB au point T. Pareillement, que les droites DG et AG coupent les rayons HZ en K, et HE en L; la droite qui est tout à la fois dans les deux plans du triangle AGD, et du cercle BZE, comme nous le prouverons, se trouvant dans le cas de la démonstration et de la construction des deux premiers lemmes représentés par des figures

rectilignes, c'est-à-dire où sur deux droites TA et G sont menées les droites TL et GD qui s'entrecoupent en K, alors la raison de GL à LA, est composée de la raison de GK à KD, et de celle de DT à TA. Mais comme GL est à LA, ainsi la corde du double de l'arc GE est à la corde du double de l'arc EA, par le premier des lemmes construits pour le cercle; car ayant pris sur la circonférence du cercle AEG, trois points quelconques A, E, G qui comprennent des arcs moindres que la demi-circonférence, si menant du centre H, le rayon HE, au point intermédiaire E, et joignant par la droite AG les deux autres points A, G, nous abaissons des perpendiculaires sur le rayon HE, nous aurons, comme nous venons de le dire, la même figure que dans le premier des lemmes construits pour le cercle. F pour les mêmes raisons, comme KG est à KD, ainsi la corde du double de GZ est à la corde du double de ZD. Mais comme DT est à TA, ainsi la corde du double de l'arc DB est à la corde du double de l'arc BA, en prenant réciproquement le troisième des lemmes construits pour le cercle. Par conséquent la raison de la corde du double de l'arc GE à la corde du double de l'arc EA, est composée de la raison de la corde du double de l'arc ZG à la corde du double l'arc ZD, et de la raison de la corde du double de l'arc DB à la corde du double de l'arc BA.

Prouvons maintenant que les points K, T, sont dans les deux plans du triangle ADG, et du cercle BZE: puisque (Fig. 76) les points K, L, sont sur les côtés GA, GD, du triangle ADG, et le point D sur l'arc AD prolongé au-delà, il s'ensuit que les points T, K, L sont dans

ἀπόδειξίν τε καὶ καταγραφὴν, τουτέστιν εἰς δύο εὐθείας τὰς ΘΑ καὶ ΑΓ, δύο διαχθείσας τὰς ΘΛ καὶ ΓΔ, τεμνούσας ἀλλήλας κατὰ τὸ Κ, καὶ δηλαδὴ τὸν τῆς ΓΛ εὐθείας πρὸς τὴν ΛΑ λόγον συνῆφθαι ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΚ πρὸς ΚΔ, καὶ τοῦ τῆς ΔΘ πρὸς ΘΑ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΛ πρὸς ΛΑ, οὕτως ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΕ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΕΑ, διὰ τὸ πρῶτον κυκλικὸν λημμάτιον. Ἐπὶ γὰρ τῆς τοῦ ΑΕΓ κύκλου περιφερείας εἴληπται τρία τυχόντα σημεῖα, τὰ Α, Ε, Γ, ἀπολαμβάνοντα περιφερείας ἐλάττονας ἡμικυκλίου, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τοῦ Η ἐπὶ τὸ μέσον σημεῖον τὸ Ε, ἐπέζευκται ἡ ΗΕ, καὶ ἔτι ἐπὶ τὰ λοιπὰ δύο σημεῖα, ἡ ΑΓ. Καὶ δῆλον ὡς ὅτι ἐὰν ἀπὸ τῶν Α, Γ σημείων ἐπὶ τὴν ΗΕ καθέτους ἀγάγωμεν, ἡ αὐτὴ ἔσται καταγραφὴ, ὡς ἔφαμεν, τῇ τοῦ πρώτου κυκλικοῦ λημματίου. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ ΚΓ πρὸς ΚΔ, οὕτως ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΖ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΔ. Ὡς δὲ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΑ, οὕτως ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΔΒ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΑ, διὰ τὴν ἀνάπαλιν λῆψιν τοῦ τρίτου κυκλικοῦ λημματίου. Καὶ ὁ λόγος ἄρα ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΕ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΕΑ, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΖ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΔ, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΔΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΑ.

Ὅτι δὲ τὰ Θ, Κ σημεῖα ἐν ὄυσίν εἰσιν ἐπιπέδοις, τῷ τε τοῦ ΑΔΓ τριγώνου καὶ τῷ τοῦ ΒΖΕ κύκλου, δείξομεν οὕτως· ἐπεὶ γὰρ τὰ μὲν ΚΛ ἐπὶ τῶν ΓΑ, ΓΔ πλευρῶν εἰσὶν τοῦ ΑΔΓ τριγώνου, τὸ δὲ Ε ἐπὶ τῆς ΑΔ προσεκβληθείσης, τὰ ἄρα Θ, Κ, Λ, σημεῖα ἐν τῷ τοῦ

ΑΔΓ τριγώνου εἰσὶν ἐπιπέδῳ. Πάλιν ἐπεὶ τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΒΖΕ κύκλου, καὶ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ ἡ ΗΕ, ΗΖ, ΗΒ, ἐν τῷ τοῦ κύκλου εἰσὶν αὗται ἐπιπέδῳ· καὶ ἔστι τὸ μὲν Θ ἐπὶ τῆς ΗΒ ἐκβληθείσης, τὸ δὲ Κ ἐπὶ τῆς ΗΖ, τὸ δὲ Λ ἐπὶ τῆς ΗΕ, ὥστε τὰ Θ, Κ, Λ σημεῖα ἐν τῷ διὰ τοῦ ΒΕΖ κύκλου εἰσὶν ἐπιπέδῳ. Ἐδείχθησαν δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ τοῦ ΑΓΔ τριγώνου ἐπιπέδῳ· ἐπὶ τῆς κοινῆς ἄρα τομῆς εἰσὶ τῶν εἰρημένων ἐπιπέδων· ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσίν.

Ἀλλὰ δὴ ἐπὶ τῆς ἀφ' ἑκατέρας περιφερείας ἐλάσσονες ἡμικυκλίου, καὶ διὰ τῶν γενομένων σημείων γραφῶσι πάλιν μεταξὺ αὐτῶν ἀπολαμβανόμεναι μεγίστων κύκλων περιφέρειαι ἐλάττονες ἡμικυκλίου, τέμνουσαι ἀλλήλας, καὶ τὰς ἐξ ἀρχῆς ἀπολειφθείσας περιφερείας, ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς μιᾶς τῶν ἐξ ἀρχῆς ἀπολειφθεισῶν πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τοῦ τμήματος αὐτῆς τοῦ πρὸς τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐξ ἀρχῆς περιφερειῶν λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς γραφείσης ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς εἰρημένης μιᾶς τῶν ἐξ ἀρχῆς περιφερειῶν, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τοῦ τμήματος αὐτῆς τοῦ πρὸς τῇ λοιπῇ τῶν ἐξ ἀρχῆς περιφερειῶν, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τοῦ τμήματος τῆς λοιπῆς τῶν γραφεισῶν τοῦ πρὸς τῷ πέρατι τῆς λοιπῆς τῶν ἐξ ἀρχῆς, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ὅλης λοιπῆς τῶν γραφεισῶν, τουτέστιν ὡς ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, λέγω ὅτι ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΕ λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΔΖ, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΒ, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΕ.

le plan du triangle ADG. En outre, puisque H est le centre du cercle BZE, et que les rayons HE, HZ, HB sont dans le plan de ce cercle, le point T étant sur le prolongement du rayon HB, le point K sur HZ, et le point L sur HE, il s'ensuit que ces points T, K L, sont dans le plan du cercle BZE. Mais il vient d'être démontré qu'ils sont aussi dans le plan du triangle AGD. Donc ils sont dans la section commune de ces plans, et par conséquent ils sont en ligne droite.

Maintenant, sur ces arcs plus petits chacun que la demi-circonférence, et par les mêmes points, menant encore entre les premiers, d'autres arcs plus petits aussi chacun que la demi-circonférence, qui s'entrecoupent, et qui coupent les autres arcs qui sont les premiers, la raison de la corde du double de son segment pris de la section commune des premiers arcs, est composée de la raison de la corde du double de celui des seconds arcs qui est décrit depuis l'extrémité de ce même premier arc, à la corde du double de son segment qui est contigu à l'autre premier arc, et de la raison de la corde de l'arc double de l'arc des segmens jusqu'à l'extrémité de l'autre premier arc, à la corde du double de ce même second arc, tout entier. C'est-à-dire, comme dans la même figure, que la raison de la corde du double de l'arc GA à la corde du double de l'arc AE, est composée de la raison de la corde du double de l'arc GD à la corde du double de l'arc ZD, et de la raison de la corde du double de l'arc ZE à la corde du double de l'arc BE.

(Fig.77) Car soient prolongées les droites GE et HA, jusqu'à ce qu'elles se réunissent en K; et les droites EZ, HB, jusqu'en M; et pareillement encore les droites GZ, HD, jusqu'en L. Puisque les points K, L, M, sont dans le plan du triangle GZE, car ils sont sur ses côtés prolongés; et qu'ils sont aussi dans le plan du cercle, car ils sont sur les droites menées de son centre, ils sont par conséquent dans la commune section de ces plans, ils sont en ligne droite. C'est pourquoi la droite KLM étant menée par ces trois, les droites GL, ME, menées sur KM, GM, s'entrecoupent en Z. Et comme dans le prmier lemme cónstruit en lignes droites par synthèse, la raison de la droite GK, à la droite KE, est composée de la raison de la droite GL à la droite LZ, et de la raison de la droite ZM à la droite ME. Mais la raison de la droite GK à la droite KE, suivant le troisième lemme construit pour le cercle, est la même que celle de la corde du double de l'arc GA à la corde du double de l'arc AE. Et d'après les mêmes principes, la raison de la droite GL à la droite LZ, est la même que celle de la corde du double de l'arc GD à la corde du double de l'arc DZ. Et la raison de la droite ZM à la droite ME, est aussi la même que la raison de la corde du double de l'arc ZB à la corde du double de l'arc BE. Donc la raison de la corde du double de l'arc AG à la corde du double de l'arc AE, est composée de la raison de la corde du double de l'arc GD à la corde du double de l'arc DZ, et de la raison de la corde du double de l'arc ZB à la corde de l'arc BE.

Il est évident qu'autant il y a ici de cas pour les lemmes qui ont servi à démontrer

Ἐπιζευχθεῖσαι γὰρ αἱ ΓΕ, ΗΑ, ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ, καὶ ἔτι αἱ ΕΖ, ΗΒ ἐπιζευχθεῖσαι συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Μ. Καὶ ὁμοίως πάλιν αἱ ΓΖ, ΗΔ ἐπιζευχθεῖσαι, συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Λ. Ἐπεὶ οὖν τὰ Κ, Λ, Μ σημεῖα ἐν τῷ διὰ τοῦ ΓΖΕ τριγώνου εἰσὶν ἐπιπέδῳ (ἐπὶ γὰρ τῶν προσεκβληθεισῶν αὐτοῦ πλευρῶν εἰσιν), εἰσὶ δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ τοῦ ΑΔΒ κύκλου ἐπιπέδῳ (ἐπὶ γὰρ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ προσεκβληθεισῶν εἰσὶν), ὥς' ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς εἰσὶ τῶν εἰρημένων ἐπιπέδων. Ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσὶ τὰ Κ, Λ, Μ σημεῖα. Καὶ διὰ τοῦτο, ἐπιζευχθείσης τῆς ΚΛΜ εὐθείας, γίνονται εἰς δύο τὰς ΓΚ, ΚΜ δύο διηγμέναι αἱ ΓΛ, ΜΕ, τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ Ζ. Καὶ ὡς ἐπὶ τοῦ πρώτου εὐθυγράμμου λημματίου κατὰ σύνθεσιν, ὁ τῆς ΓΚ εὐθείας πρὸς τὴν ΚΕ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΛ πρὸς ΛΖ, καὶ τοῦ τῆς ΖΜ πρὸς ΜΕ· ἀλλ' ὁ τῆς ΓΚ πρὸς ΚΕ λόγος διὰ τὸ τρίτον κυκλικὸν λημμάτιον, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΕ. Ὁ δὲ τῆς ΓΛ πρὸς ΛΖ, διὰ τὰ αὐτὰ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΔ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΔΖ. Ὁ δὲ τῆς ΖΜ πρὸς ΜΕ ὁμοίως ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΕ· ὁ ἄρα τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΕ λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΔΖ, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΕ.

Δῆλον δ' ὡς ὅτι καὶ ὅσαι τῶν εἰς τὰ τοιαῦτα θεωρήματα ληφθέντων λημματίων εἰσὶ

πτώσεις, τοσαῦται καὶ αὐτῶν τῶν θεωρημάτων. Καὶ φανερὸν καὶ ἐπὶ τούτων τῶν δύο σφαιρικῶν δείξεων, ὅτι ἀφ' οὗ ἂν ἄρχηται ὁ συντιθέμενος τῶν λόγων, ἀπὸ τούτου καὶ ὁ πρῶτος τῶν συντιθέντων, καὶ εἰς ὃ οὗτος λήγει, ἀπὸ τούτου ἄρχεται ὁ δεύτερος τῶν συντιθέντων, καὶ λήγει ἔνθα καὶ ὁ συντιθέμενος ἔληγε.

Πλειόνων οὖν πτώσεων ἐπὶ τοῦ θεωρήματος, ὡς ἔφαμεν, τυγχανουσῶν, μίαν ἢ δύο ἐκθησόμεθα, δι' ὧν καὶ αἱ λοιπαὶ εὐκατανόητοι γενήσονται. Ἐκκείσθω γὰρ ἡ ὁμοία τῇ ἐπὶ τῶν περιφερειῶν καταγραφῇ· καὶ ἡ μὲν ΓΕ συμπιπτέτω ὡσαύτως τῇ ΗΑ κατὰ τὸ Κ, ἡ δὲ ΖΕ τῇ ΒΗ ἐπὶ τὰ ἀντικείμενα τῆς ἐπάνω καταγραφῆς κατὰ τὸ Λ, ἡ δὲ ΖΓ τῇ ΔΗ ὁμοίως ἐπὶ τὰ ἀντικείμενα κατὰ τὸ Μ. Ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσὶ τὰ Κ, Λ, Μ σημεῖα, διὰ τὸ πάλιν ἓν τε τῷ τοῦ ΖΓΕ τριγώνου ἐπιπέδῳ αὐτὰ τυγχάνειν, ἐπειδήπερ καὶ ἐπὶ τῶν πλευρῶν αὐτοῦ ἐκβληθεισῶν τυγχάνουσι, καὶ ἐν τῷ τοῦ ΑΔΒ κύκλου ἐπιπέδῳ. Ἐπειδήπερ πάλιν ἐπὶ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου ἐκβληθεισῶν εἰσὶν, ἥτις ἐπιζευχθεῖσα ποιεῖ εἰς δύο τὰς ΜΚ, ΜΖ, δύο διαχθείσας τὰς ΓΚ, ΛΖ τέμνειν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε. Καὶ καθάπερ ἐπάνω ἐπὶ τῆς τῶν εὐθειῶν καταγραφῆς ἐδείκνυμεν, ὡς ὁ τῆς ΓΚ πρὸς ΚΕ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΜ πρὸς ΜΖ, καὶ τοῦ τῆς ΖΛ πρὸς ΛΕ. Ἀλλὰ τῷ μὲν τῆς ΓΚ πρὸς ΚΕ λόγῳ ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΕ. Τῷ δὲ τῆς ΓΜ πρὸς ΜΖ, ὁ αὐτός ἐστιν ἀνάπαλιν τῇ ἐπὶ τῶν περιφερειῶν εἰρημένῃ ἐπὶ τῇ τοῦ τρίτου κυκλικοῦ λημματίου πτώσει, ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΔ περιφερείας πρὸς τὴν διπλῆν τῆς ΖΔ·

ces théorêmes, autant il y en a pour ces théorêmes. On voit clairement par ces deux démonstrations sphériques, que la première des raisons composantes commence où commence la raison composée, et qu'où la première composante finit, là commence la seconde des raisons composantes, laquelle finit où la composée se termine.

Ce théorême ayant plusieurs cas, comme nous l'avons dit, nous en exposerons un ou deux par le moyen desquels tous les autres deviendront aisés à comprendre. (Fig. 78) Que dans une figure décrite pareillement sur des arcs, GE rencontre de même HA en K, et que ZE se réunisse à BH en un point L, au contraire de la figure précédente; qu'au contraire encore ZG et DH se réunissent en M. Les points K, L, M sont donc en ligne droite, puisqu'ils sont toujours dans le plan du triangle ZGE, étant sur les côtés prolongés de ce triangle. Ils sont aussi dans le plan du cercle ADB, puisqu'ils sont sur les rayons prolongés de ce cercle. La droite qui joint ces trois points, fait que les droites GK, LZ, menées sur les droites MK, MZ, s'entrecoupent en E. Et conformément à ce que nous avons démontré ci-dessus dans la figure composée de lignes droites, la raison de GK à KE est composée de la raison de GM à MZ, et de celle de ZA à LE. Mais à la raison de GK à KE est égale celle de la corde du double de l'arc GA à la corde du double de l'arc AE; et à la raison de la droite GM à la droite MZ, est égale la raison de la corde du double de l'arc GD, à la corde du double de l'arc DZ, par la proposition converse de celle du troisième lemme construit pour le cercle; et à la raison de ZL à LE est pareillement égale celle de la corde du double de l'arc ZB à la corde du

double de l'arc BE. Ainsi donc, la raison de la corde du double de l'arc AG à la corde du double de l'arc AE, est composée de la raison de la corde du double de l'arc GD à la corde du double de l'arc DZ, et de la raison de la corde du double de l'arc ZB à la corde du double de l'arc BE.

Nous allons maintenant appliquer la même démonstration à l'autre cas. Que GE rencontre encore HA en K; et GZ, HD en M; et GH, EZ en L, comme dans la figure suivante. (F. 79). Il est clair que les points K, M, L sont encore en ligne droite, parce qu'ils sont dans le plan du triangle GEZ, et dans celui du cercle ADB. La droite qui les joint, fait que les deux droites GM, LE, menées sur LK, GK, s'entrecoupent en Z, et par là, comme nous l'avons montré plus haut, la raison de la droite GK à KE, est composée de celle de GM à MZ et de celle de ZL à LE, mais à la raison de GK à KE est égale celle de la corde du double de l'arc GA à la corde du double de l'arc AE; et la raison de la droite GM à la droite MZ, est la même que la raison de la corde du double de l'arc GZ à la corde du double de l'arc DZ, et la raison de la droite ZL à la droite LE, est égale à celle de la corde du double de l'arc ZB à la corde du double de l'arc BE. Par conséquent, la raison de la corde du double de l'arc AG à la corde du double de l'arc AE, est composée de la raison de la corde du double de l'arc GD à la corde du double de l'arc DZ, et de la raison de la corde du double de l'arc ZB à la corde du double de l'arc BE. La même chose se démontre pour

τῷ δὲ τῆς ΖΛ πρὸς τὴν ΛΕ, ὁ αὐτός ἐστιν ὁμοίως ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΕ. Καὶ οὕτως ἄρα ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΓ λόγος πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΑΕ, συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΔΖ, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν της ΖΒ, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΕ.

Ἐξῆς δὲ καὶ ἐπὶ ἑτέρας πτώσεως τὴν αὐτὴν δεῖξιν ποιησόμεθα. Συμπιπτέτω γὰρ πάλιν, ἡ μὲν ΓΕ τῇ ΗΑ κατὰ τὸ Κ, ἡ δὲ ΓΖ τῇ ΗΔ κατὰ τὸ Μ, ἡ δὲ ΓΗ τῇ ΕΖ κατὰ τὸ Λ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς ἑξῆς καταγραφῆς. Καὶ φανερὸν πάλιν ὅτι ἐπ' εὐθείας εἰσὶ τὰ Κ, Μ, Λ σημεῖα, διὰ τὸ ὁμοίως ἔν τε τῷ ΓΕΖ τριγώνου εἶναι ἐπιπέδῳ, καὶ ἐν τῷ τοῦ ΑΔΒ κύκλου· ἥτις πάλιν ἐπιζευχθεῖσα ποιεῖ εἰς δύο τὰς ΛΚ, ΓΚ διαχθείσας τὰς ΓΜ, ΛΕ, τέμνειν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ζ, καὶ διὰ τοῦτο, ὡς ἔμπροσθεν ἐδείξαμεν, ὁ τῆς ΓΚ εὐθείας πρὸς ΚΕ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΜ πρὸς ΜΖ, καὶ τοῦ τῆς ΖΛ πρὸς ΛΕ. Ἀλλὰ τῷ μὲν τῆς ΓΚ πρὸς ΚΕ λόγῳ, ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΕ. Τῷ δὲ τῆς ΓΜ εὐθείας πρὸς ΜΖ, ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΖ περιφερείας πρὸς τὴν διπλῆν τῆς ΔΖ. Τῷ δὲ τῆς ΖΛ εὐθείας πρὸς τὴν ΛΕ, ὁ αὐτός ἐστιν ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΒ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΕ. Ὁ ἄρα τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΕ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΔΖ, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΕ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν πτώσεων.

τὸ αὐτὸ τοῦτο δειχθήσεται ἐπ' εὐθειῶν τυγχανόντων τῶν Κ, Λ, Μ σημείων,

Ἔστι δὲ καὶ ἄνευ τῆς ἐπὶ τῶν εὐθειῶν ἐπιπέδου καταγραφῆς, ἐκ τῆς κατὰ διαίρεσιν δείξεως προχειρότερον ἐπιλογίσασθαι τὴν κατὰ σύνθεσιν τῶν περιφερειῶν ἀπόδειξιν, προληφθέντος ἡμῖν βραχέως τοιούτου λημματίου.

Ἔστω ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ΑΓ, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ τυχὸν σημεῖον τὸ Β, λέγω ὅτι ἡ ὑποτείνουσα τὴν διπλῆν περιφέρειαν της ΑΒ περιφερείας, ὑποτείνει καὶ τὴν διπλην της ΒΓ, καὶ ἔστιν αὐτόθεν φανερόν. Ἐὰν γὰρ ἀναπληρώσαντες τὸν κύκλον κάθετον ἀπὸ τοῦ Β ἀγαγόντες ἐπὶ τὴν ΑΓ προσεκβάλωμεν ἐπὶ τὸ Ε, ἡ ΒΕ εὐθεῖα ὑποτείνουσα τὴν ΒΑΕ διπλην οὖσαν της ΒΑ, ὑποτείνει καὶ τὴν ΒΓΕ, διπλην οὖσαν της ΒΓ.

Τούτου προληφθέντος, ἐκκείσθω ἡ αὐτὴ τῶν περιφερειῶν καταγραφὴ, καὶ συμπεπληρώσθω τὰ ΓΑΗ, ΓΔΗ ἡμικύκλια. Ἐπεὶ οὖν εἰς δύο τὰς ΕΗ, ΕΒ περιφερείας, δύο διημέναι εἰσὶν αἱ ΗΔΖ, ΒΔΑ, τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ Δ, ὁ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΗΑ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΑΕ λόγος, συνηπται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλην της ΗΔ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΔΖ, καὶ τοῦ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΖΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΒΕ· τοῦτο γὰρ δέδεικται. Ἀλλ' ἡ μὲν ὑποτείνουσα τὴν διπλην της ΗΑ, ὑποτείνει καὶ τὴν διπλην της ΑΓ λοιπὴν οὖσαν εἰς τὸν ὅλον κύκλον, ἡ δὲ ὑποτείνουσα τὴν διπλην της ΗΔ ὑποτείνει καὶ τὴν διπλην της ΓΔ· ὥστε καὶ ὁ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΓΑ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΑΕ λόγος συνηπται ἔκ τε τοῦ της ὑπὸ τὴν

les autres cas, les points KLM étant en ligne droite.

On peut démontrer plus facilement par la méthode de diérèse, sans le secours d'un plan formé par des lignes droites, cette composition de raisons au moyen d'un petit lemme préliminaire.

(Fig. 80). Soit le demi-cercle ABG décrit sur le diamètre AG, et prenons sur la circonférence un point quelconque B : je dis que la corde du double de l'arc AB soutend le double de l'arc BG. Ce qui est clair par soi-même; car si nous complétons le cercle, la perpendiculaire abaissée de B sur AG, et prolongée en E, est une ligne droite BE qui soutend l'arc BAE double de l'arc BA, et l'arc BGE double de l'arc BG.

Cela posé, reprenons (Fig. 81) la figure qui représente les arcs construits comme ci-dessus, et complettons les demi-cercles GAH, GDH. Puisque les arcs menés sur les deux arcs EH, EB, sont les deux ADZ, BDA qui se coupent l'un l'autre en D, la raison de la corde du double de l'arc HA à la corde du double de l'arc AE, est composée de la raison de la corde du double de l'arc HD à la corde du double de l'arc DZ, et de la raison de la corde du double de l'arc ZB à la corde du double de l'arc BE. Car cela a été prouvé. Mais la corde du double de HA soutend le double de l'arc AG, qui est son supplément au cercle entier; et la corde qui soutend le double de HD, soutend aussi le double de GD. Par conséquent la raison de la corde du double de l'arc AG à la corde du double de l'arc AE, est composée de la raison de la corde du double de l'arc GD à la corde du double de l'arc

DZ, et de la raison de la corde du double de l'arc ZB à la corde du double de l'arc BE.

Nous avons dit que de plusieurs cas nous n'en prendrons que quelques-uns pour en faire des applications de cette figure qui feront entendre tous les autres. (Fig. 81.) Montrons donc actuellement dans cette même figure, que par synthèse comme par diérèse, la raison de la corde du double de GD à la corde du double de DZ, est composée de la raison de la corde du double de l'arc GA à la corde du double de l'arc AE, et de la corde du double de l'arc EB à la corde du double de l'arc BZ. En effet, en conservant le même ordre dans les termes, la raison de l'arc HD à la corde du double de l'arc DZ, est composée de la raison de la corde du double de l'arc HA à la corde du double de l'arc AE, et de la raison de la corde du double de l'arc EB à la corde du double de l'arc BZ. Mais la corde qui soutend le double de l'arc HG, soutend aussi le double de l'arc GD, et la corde qui soutend le double de l'arc HA soutend aussi le double de l'arc AG. Donc la raison de la corde du double de l'arc GD à la corde du double de l'arc DZ, est composée de la raison de la corde du double de l'arc GA à la corde du double de l'arc AE, et de la raison de la corde du double de l'arc EB à la corde du double de l'arc BZ.

Dans la même figure, pour ce qui se prouve par diérèse, la même chose se démontre encore par la conversion des termes, savoir : que la raison de la corde du double de ZD à la corde du double de DG, est composée de la raison de la corde du double de l'arc ZB à la corde du double de l'arc BE, et de la raison de la corde du double de l'arc EA à la corde du dou-

διπλην της ΓΔ, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΔΖ, καὶ τοῦ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΖΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΒΕ.

Ὅτι δὲ, ὡς ἔφαμεν, ἀπὸ πλειόνων πτώσεων καὶ ἐπὶ τῆς τοιαύτης καταγραφῆς ὀλίγας ἐκθησόμεθα καὶ τὰς λοιπὰς εὐκατανοήτους ἡμῖν ποιεῖν δυναμένας. Καὶ δέον ἔστω πάλιν ἐκ τῆς κατὰ διαίρεσιν λήψεως δεῖξαι, ὅτι κατὰ σύνθεσιν ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΔΖ λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπο τὴν διπλῆν τῆς ΓΑ προς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΑΕ, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΕΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν της ΒΖ. Ἐπεὶ γὰρ, κατὰ τὴν εἰρημένην ἡμῖν τάξιν, ὁ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΗΔ προς τὴν ὑπο τὴν διπλην της ΔΖ, σύγκειται ἔκ τε τοῦ της ὑπο τὴν διπλην της ΗΑ προς τὴν ὑπο τὴν διπλην της ΑΕ, καὶ τοῦ της ὑπο τὴν διπλην της ΕΒ προς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΒΖ. Ἀλλ' ἡ μὲν τὴν διπλην της ΗΔ ὑποτείνουσα, ὑποτείνει καὶ τὴν διπλην της ΓΔ, ἡ δὲ τὴν διπλην της ΗΑ ὑποτείνουσα, ὑποτείνει καὶ τὴν διπλην της ΑΓ· ὁ ἄρα της ὑπὸ τὴν διπλην της ΓΔ προς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΔΖ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΓΑ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΑΕ, καὶ τοῦ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΕΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΒΖ.

Πάλιν ἐπὶ της αὐτης καταγραφης ἐκ τοῦ κατὰ διαίρεσιν λόγου, λέγω ὅτι καὶ ἀναστρέψαντι, ὁ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΖΔ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΔΓ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΖΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΒΕ, καὶ τοῦ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΕΑ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΑΓ. Πάλιν γὰρ ἐπὶ τοῦ κατὰ διαίρεσιν λόγου, ἐπεὶ ὁ της ὑπὸ τὴν διπλην

της ΖΔ, προς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΔΗ λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΖΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΒΕ, καὶ τοῦ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΕΑ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΑΗ. Ἀλλ' ἡ μὲν τὴν διπλην της ΗΔ ὑποτείνουσα, ὑποτείνει καὶ τὴν διπλῆν τῆς ΑΓ. Ὁ ἄρα τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΔ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΔΓ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν της ΖΒ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΒΕ, καὶ τοῦ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΕΑ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΑΓ. Ὡσαύτως δὲ καὶ αἱ λοιπαὶ ἡμῖν πτώσεις ἀποδειχθήσονται, ἀναπληρουμένων τῶν ΒΔΑ, ΒΖΕ ἡμικυκλίων.

ble de l'arc AG. Car dans la proportion par diérèse, la raison de la corde du double de l'arc ZD à la corde du double de l'arc DH, est composée de la raison de la corde du double de l'arc ZB, à la corde du double de l'arc BE, et de la raison de la corde du double de l'arc EA à la corde du double de l'arc AH. Mais la corde du double de HD soutend aussi le double de AG, donc la raison de la corde du double de ZD à la corde du double de GD, est composée de la raison de la corde du double de ZB à la corde du double de BE, et de la raison de la corde du double de EA à la corde du double de GA. Nous démontrerions encore de même tous les autres cas, en complétant les demi-cercles BDA, BZE.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΒ.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥ ΙΣΗΜΕΡΙΝΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΛΟΞΟΥ ΚΥΚΛΟΥ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΩΝ

Ἀποδειξας ἐκ της διὰ τῶν ὀργάνων παρατηρήσεως τὴν μεταξὺ τῶν δύο πόλων περιφέρειαν μοιρῶν τυγχάνουσαν κγ̄ νά κ″, ἐπὶ τοῦ δι' αὐτῶν γραφομένου μεγίστου κύκλου, ἥτις ἦν καὶ ὁ της ὅλης ἐγκλίσεως, ἤτοι λοξώσεως τοῦ ζωδιακοῦ πρὸς τὸν ἰσημερινόν. Καὶ ἐπαγαγὼν, ὅτι ἀκολούθου τε ὄντος καὶ τὰς κατὰ μέρος γινομένας πηλικότητας τῶν λοξώσεων ἀποδεικνύναι ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ τῶν διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλου τμημάτων, ἐκθησόμεθα λημμάτια ὀλίγα καὶ χρήσιμα πρός τε τὴν τοιαύτην πραγματείαν, καὶ ἔτι πρὸς πάσας σχεδὸν τὰς πραγματείας καὶ σφαιρικὰς ἀποδείξεις, ἐκθέμενος τὰ τοιαύτα λημμάτια. Καὶ συναγαγὼν δι' αὐτῶν τὸ προληφθὲν σφαιρικὸν

CHAPITRE XII.

DES ARCS COMPRIS ENTRE L'ÉQUATEUR ET LE CERCLE OBLIQUE.

Ptolemée ayant démontré, d'après l'observation faite à l'aide des instrumens, que l'arc compris entre les deux poles est de $23^d\ 51'\ 20''$, sur le grand cercle qui passe par ces poles, intervalle qui est la grandeur de toute l'inclinaison ou obliquité du zodiaque sur l'équateur, dit ensuite: L'ordre établi dans le plan de cet ouvrage demandant que conséquemment à ce qui précède, nous démontrions les valeurs respectives des obliquités sur le cercle qui passe par les poles de l'équateur et par les sections du cercle qui ceint le zodiaque par le milieu de sa largeur, nous exposerons d'abord des lemmes courts et utiles pour cet objet, et pour la plupart des questions relatives aux problêmes sphériques. Après avoir exposé ces lemmes, et

y avoir joint la démonstration du théorême sphérique que nous venons d'expliquer, tant par diérèse que par synthèse, il dit encore :

Tout cela étant démontré, nous donnerons les valeurs des arcs proposés ci-dessus : je veux dire des obliquités particulières, tellement qu'étant donné un point du cercle qui ceint le zodiaque dans toute sa circonférence, nous puissions prendre sur le grand cercle qui passe par ce point et par les poles de l'équateur, la grandeur de la distance de ce même point à l'équateur, en commençant tous les arcs au point de l'intersection de l'équateur et du cercle mitoyen du zodiaque; par ce moyen, le lieu du soleil sur quelque point du zodiaque étant donné pour un certain temps, nous trouverons aisément sa distance à l'équateur en latitude, en la calculant sur un des quarts du cercle. Représentant donc par ABGD le grand cercle qui passe par les poles de l'équateur et du cercle mitoyen du zodiaque, par AEG la demi-circonférence de l'équateur, et par BED celle du zodiaque, de sorte que E soit le point du printemps, c'est-à-dire le premier du bélier; B le point tropique d'hiver, ou le commencement du capricorne, et le point D le point tropique d'été, ou le commencement du cancer. Et prenant sur le zodiaque l'arc EH de 30 degrés, et décrivant par le pole Z de l'équateur, et par le point donné du zodiaque, l'arc ZHT de grand cercle, Ptolemée démontre combien l'arc HT, distance du trentième degré du cercle oblique à l'équateur, contient de degrés des 360 de la circonférence entière. Et avant que de procéder à cette démonstration, il nous

θεώρημα, κατά τε διαίρεσιν καὶ κατὰ σύνθεσιν, ἑξῆς περὶ τῶν κατὰ μέρος λοξώσεων τὸν λόγον ποιεῖται· καὶ φησί·

Τούτου προεκτεθέντος ποιησόμεθα τὴν τῶν προκειμένων περιφερειῶν ἀπόδειξιν, λέγω δὴ τῶν κατὰ μέρος λοξώσεων· οἷον· πῶς ἂν δοθέντος τινὸς τμήματος τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων, τὴν πηλικότητα της ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἀποστάσεως αὐτοῦ λάβωμεν ἐπὶ τοῦ γραφομένου κύκλου δι' αὐτοῦ καὶ τῶν τοῦ ἰσημερινοῦ πόλων, τὴν ἀρχὴν ἀπὸ κοινης τομης τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ διὰ μέσων παραλαμβάνοντες. Ἵνα κἂν τοῦ ἡλίου κατά τινα χρόνον ἐπί τινος τμήματος τοῦ ζωδιακοῦ τυγχάνοντα ἐφοδεύωμεν, ἐξ εὐχεροῦς λαμβάνομεν καὶ τὴν ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ κατὰ πλάτος αὐτοῦ παραχώρησιν, ἐφ' ἑνὸς τεταρτημορίου τὴν σκέψιν ποιησάμενοι. Ἐκθέμενος οὖν τὸν δι' ἀμφοτέρων τῶν πόλων τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων, μέγιστον κύκλον τὸν ΑΒΓΔ, καὶ ἰσημερινοῦ μὲν ἡμικύκλιον τὸ ΑΕΓ, ζωδιακοῦ δὲ τὸ ΒΕΔ· ὥστε τὸ μὲν Ε σημεῖον γίνεσθαι ἐαρινὸν, τουτέστι τὴν ἀρχὴν τοῦ κριοῦ, τὸ δὲ Β χειμερινὸν τροπικὸν, ἤτοι τὴν ἀρχὴν τοῦ αἰγόκερω, τὸ δὲ Δ θερινὸν, δηλονότι τὴν ἀρχὴν τοῦ καρκίνου. Καὶ ἀπειλημφὼς ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ τὴν ΕΗ περιφέρειαν μοιρῶν λ̄, καὶ γράψας διὰ τοῦ Ζ πόλου τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ δεδομένου τμήματος τοῦ ζωδιακοῦ τοῦ μεγίστου κύκλου περιφέρειαν τὴν ΖΗΘ, ἀποδείκνυσι δηλαδὴ τὴν ΗΘ περιφέρειαν, ἣν λελόξωται ἡ τριακονταμοιρία τοῦ διὰ μέσων ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ πόσων ἐστὶ τμημάτων, οἵων ἐστὶν ὅλος ὁ κύκλος τξ̄. Ἔπειτα μέλλων τὴν τοιαύτην ἀπόδειξιν ποιεῖσθαι, εἰς ὑπό-

μνησιν ἡμᾶς ἄγει λέγων· ὅτι καθόλου ὅταν λέγωμεν περιφέρειαν τινὰ ἢ εὐθεῖαν μοιρῶν εἶναι τινῶν ἢ τμημάτων, ἐπὶ μὲν τῶν περιφερειῶν τοιούτων φαμὲν οἵων ὁ κύκλος τξ̄, ἐπὶ δὲ τῶν εὐθειῶν, οἵων ἡ διάμετρος ρκ̄. Καὶ ἑξῆς τὴν ἀπόδειξιν ποιούμενος, προσχρῆται τῷ ἐκτεθειμένῳ σφαιρικῷ θεωρήματι ἐπὶ τῆς κατὰ σύνθεσιν ἀποδείξεως οὕτως·

Ἐπεὶ ἐν καταγραφῇ μεγίστων κύκλων, εἰς δύο περιφερείας τὰς AZ καὶ AE, δύο διηγμέναι εἰσὶν, ἥ τε ZΘ καὶ ἡ EB, τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ H, ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ZA πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς AB λόγος, συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ZΘ πρὸς τὴν διπλῆν τῆς ΘK, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς HE πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της EB. Ἀλλ' ἡ μὲν της ZA περιφερείας διπλη μοιρῶν ἐστιν ρπ̄· ἡ γὰρ ZA ἐκ τοῦ πόλου οὖσα ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν, τῶν τοῦ τεταρτημορίου ἐστὶ μοιρῶν ϟ· ὥστε καὶ ἡ διπλη αὐτης ἔσται ρπ̄, ἡ δὲ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα, τμημάτων ρκ̄· ἡ δὲ της AB περιφερείας διπλη, κατὰ τὸν συμπεφωνημένον ἡμῖν τοῦ Ἐρατοσθένους λόγον, τὸν τῶν πγ̄ πρὸς τὰ ιᾱ, μοιρῶν ἐστὶ μζ̄ μβ′ μ″· ἡ δὲ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα, τμημάτων μῆ̄ λα′ νε″. Καὶ πάλιν ἐπεὶ ἡ HE περιφέρεια ὑπόκειται μοιρῶν λ̄, ἡ ἄρα διπλη αὐτης ἔσται μοιρῶν ξ̄, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα τμημάτων ξ̄. Ἔστι δὲ καὶ ἡ διπλη της EB, μοιρῶν ρπ̄· καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα τμημάτων ρκ̄, ἐπειδήπερ ἡ EB τεταρτημορίου ἐστὶ, διὰ τὸ δύο μεγίστους κύκλους, τόν τε AEZ ἰσημερινὸν, καὶ τὸν BEΔ ζωδιακὸν τέμνειν ἀλλήλους εἰς ἡμικύκλιον, καὶ τὸν ABΓΔ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν ὄντα, τέμνειν τὰ ἀπειλημμένα αὐτῶν ἡμικύκλια δίχα. Ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῶν ρπ̄ πρὸς

rappelle que généralement quand nous disons qu'un arc ou une droite vaut un certain nombre de degrés ou de parties, cela s'entend pour les arcs, des degrés dont le cercle en a 360; et pour les droites, des parties dont le diamètre en a 120. Puis, pour sa démonstration, il employe le théorême sphérique par synthèse, de la manière suivante (Fig. 82):

Dans la figure des grands arcs, ZT et EB qui s'entrecoupent en H, étant menés sur les arcs AE et AZ, la raison de la corde du double de AZ à la corde du double de AB, est composée de la raison de la corde de ZT à la corde du double de TK, et de celle de la corde du double de HE à la corde du double de EB. Mais l'arc double de AZ est de 180 degrés, car l'arc ZA mené du pole sur l'équateur, a pour valeur les 90 degrés du quart de cercle, dont le double est 180^d, et la soutendante 120^p. Mais l'arc double de AB, suivant le rapport que j'ai cité d'Eratosthène, de 83 à 11, est de $47^d\ 42'\ 40''$, et sa corde est de $48^p\ 51'\ 55''$. Et puisque l'arc HE est supposé de 30 degrés, il s'ensuit que son double est de 60 degrés, et sa corde de 60 parties. Or le double de EB est de 180^d, et sa corde est de 120^p, puisque EB est un quart de cercle, les deux grands cercles AEZ et BED de l'équateur et du zodiaque s'entrecoupant en demi-cercles; et le cercle qui passe par leurs poles, coupant en deux également ces demi-cercles. Par conséquent, si de la raison de 120 à 48^p $31'\ 55''$, c'est à-dire, si de la raison de la

corde du double de ZA à la corde du double de AB, nous ôtons la raison de 60 à 120, c'est-à-dire la raison de la corde du double de HE à la corde du double de EB, il restera la raison de la corde du double de ZT à la corde du double de TH, laquelle est celle de 120ᵖ à 24ᵖ 15′ 57″. Or le double de l'arc ZT est de 180ᵈ, et sa corde est de 120 parties; donc la corde du double de l'arc TH est de 24ᵖ 15′ 57″ de ces mêmes parties. Portant cette quantité dans la table des cordes, nous trouverons que l'arc auquel elle répond, double de TH, est de 23ᵈ 19′ 59″, dont la moitié est 11ᵈ 40′ à peu près. Et en général, dans ces démonstrations, il faut avoir cinq grandeurs données de droites pour chercher la sixième, à quoi on pourra appliquer cette méthode. Or il est certain d'après le théorème démontré pour le cercle, que, comme nous l'avons fait voir, si de deux arcs AB, BZ, ou ZH, HT, ou EH, HB, compris entre trois points, et faisant ensemble un quart de cercle, les droites comme AB se rencontrant avec le rayon EZ prolongé, ainsi que nous l'avons prouvé précédemment dans cette démonstration et dans les autres semblables, il en résulte un théorême pareil à celui qui a été exposé, provenant de l'application des lemmes au théorême sphérique.

Il est de même évident que si de la raison de 120ᵖ à 48ᵖ 51′ 55″, nous ôtons celle de 60 à 120, reste la raison de 120 à 24ᵖ 15′ 57″. Car puisque trois nombres étant donnés, il est toujours possible d'en trouver un quatrième proportionnel, ayant ici trois nom-

τὰ μᾱ λά νε″ λόγου, τουτέστι τοῦ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΖΑ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΑΒ; ἀφέλωμεν τὸν τῶν ξ̄ πρὸς τὰ ρκ̄, τουτέστι τὸν της ὑπὸ τὴν διπλην της ΗΕ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΕΒ, καταλειφθήσεται ὁ λόγος ὁ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΖΘ πρὸς τὴν ὑπο τὴν διπλην της ΘΗ, ὁ τῶν ρκ̄ πρὸς τὰ κδ̄ ιέ νζ″. Καὶ ἔστιν ἡ μὲν διπλη της ΖΘ περιφερείας μοιρῶν ρπ̄· ἡ δὲ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα τμημάτων ρκ̄· καὶ ἡ ὑπο τὴν διπλην ἄρα της ΘΗ περιφερείας τῶν αὐτῶν τμημάτων ἐστὶν κδ̄ ιέ νζ″, ἥντινα εἰσαγαγόντες εἰς τὸν κανόνα τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, εὑρήσομεν τὴν ἐπ' αὐτης περιφέρειαν, τουτέστι τὴν διπλην της ΘΗ, μοιρῶν κγ̄ ιθ′ νθ″, ἧς τὴν ς″ λαβόντες, ἕξομεν αὐτὴν τὴν ΗΘ περιφέρειαν μοιρῶν ιᾱ μ′ ἔγγιστα. Καὶ καθόλου τῶν τοιούτων ἀποδείξεων, πέντε μεγέθη εὐθειῶν ἔχειν δεῖ δεδομένα, καὶ ἕκτον ἐπιζητεῖν· οὕτω γὰρ τοιαύτη ἀπόδειξις προχωρήσει. Καὶ φανερὸν ὅτι, καθάπερ ἐπὶ τοῦ κυκλικοῦ θεωρήματος ἐδηλοῦμεν, τῶν ἀπολημφθεισῶν δύο περιφερειῶν μεταξὺ τῶν τριῶν σημείων συναμφοτέρων τεταρτημορίου τυγχανόντων, ὡς τῶν ΑΒ, ΒΖ, ἢ τῶν ΖΗ, ΗΘ, καὶ ἔτι τῶν ΕΗ, ΗΒ, καὶ συμπιπτουσῶν τῶν εὐθειῶν ὡς της ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β, τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὸ Ζ, ὡς ἔμπροσθεν ἀπεδείκνυμεν, καὶ τῶν ὁμοίων, συνίσταται τὸ θεώρημα, ἀκολούθως τῷ προεκτεθειμένῳ ἐκ της συμπλοκης τῶν λημματίων σφαιρικῷ θεωρήματι.

Ὃν δε τρόπον ἐὰν ἀπο τοῦ λόγου τοῦ τῶν ρκ̄ πρὸς τὰ μη̄ λά νε″, ἀφέλωμεν τὸν τῶν ξ̄ πρὸς τὰ ρκ̄, καταλείπεται ὁ τῶν ρκ̄ πρὸς τὰ κδ̄ ιέ νζ″, οὕτω γίνεται δηλον. Ἐπεὶ γὰρ τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων δυνατόν ἐστι

τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. Ἔχομεν δὲ τρεῖς ἀριθμοὺς τόν τε ξ̄ καὶ ρ̄κ̄ καὶ μ̄η̄ λά νε″, καὶ τέταρτον ἀνάλογον ἐπιζητοῦμεν, καὶ ἔστιν ὁ ὑπὸ ᾱ καὶ δ̄ ἴσος τῷ ὑπὸ β̄ καὶ γ̄, τάσσομεν ὡς ᾱ τὸν ρ̄κ̄, καὶ β̄ τὸν ξ̄, καὶ γ̄ τὸν μ̄η̄ λά με″. Καὶ πολλαπλασιάσαντες τὸν β̄ ἐπὶ τὸν γ̄, τουτέστι τὸν ξ̄ ἐπὶ τὸν μ̄η̄ λά νε″, καὶ τὰ γενόμενα βϡιᾱ νε′ μερίσαντες παρὰ τὸν ρ̄κ̄, ἕξομεν τὸν τέταρτον ἀνάλογον, κδ̄ ιε′ νζ″. Καὶ γέγονε κατὰ τὴν ἀνάπαλιν τάξιν, ὡς κδ̄ ιε′ νζ″ πρὸς μ̄η̄ λά νε″, οὕτως ξ̄ πρὸς ρ̄κ̄.

ρκ· ξ̄ μ̄η̄ λά νε″. βϡκᾱ νε′.

ρκ

κδ̄· ιε′ νζ″.

Καὶ ἐπεὶ τοῦ κδ̄ ιε′ νζ″ μέσου λαμβανομένου ὁ τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὰ μ̄η̄ λά νε″ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὰ κδ̄ ιε′ νζ″, καὶ τοῦ τῶν κδ̄ ιε′ νζ″, πρὸς τὰ μ̄η̄ λά νε″. Ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὰ μ̄η̄ λά νε″ λόγου ἀφέλωμεν τὸν τῶν κδ̄ ιε′ νζ″ πρὸς τὰ μ̄η̄ λά νε″, τουτέστι τὸν τῶν ξ̄ πρὸς τὰ ρ̄κ̄, καταλειφθήσεται ὁ λόγος τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὰ κδ̄ ιε′ νζ″, ὅς ἐστι τῆς ὑπεροχῆς τῆς διπλῆς τῆς ΖΘ πρὸς ὑπεροχὴν τὴν διπλῆν τὴν ΘΗ, καὶ ἔστιν ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΘ τμημάτων ρ̄κ̄, καὶ ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν ἄρα τῆς ΘΚ ἔσαι κδ̄ ιε′ νζ″. Ἡ δὲ ἐπ' αὐτῆς περιφέρεια, τουτέστιν ἡ διπλῆ τῆς ΘΗ περιφερείας, μοιρῶν κ̄γ̄ ιθ′ νθ″· αὐτὴ δὲ ἡ ΘΗ, ιᾱ λθ′ νθ″, αἵτινες καὶ παράκεινται ἐν τῷ τῆς λοξώσεως κανονίῳ, κατὰ τὸ δεύτερον σελίδιον ταῖς τοῦ ζωδιακοῦ καὶ κατὰ τὸ πρῶτον σελίδιον ἐκκειμέναις μοίραις λ̄. bres, savoir 60, 120, et 48ᵖ 31′ 55″; si nous cherchons le quatrième en proportion avec eux, le produit du premier par le quatrième étant égal à celui du second par le troisième, nous placerons 120 le premier, 60 le second, 48. 31′ 55″ le troisième, et multipliant le second par le troisième, c'est-à-dire 60 par 48. 31′ 55″, et divisant le produit 2921 55′ par 120, nous aurons pour quatrième terme proportionnel 24. 15′ 57″, et en renversant l'ordre des termes, comme 24. 15′ 57″ sont à 48. 31′ 55″, ainsi 60 sont à 120.

120 : 60 :: 48, 31′ 55″ : 2921, 55′

120

24, 15′, 57.

Et puisque 24. 15′ 57″ étant pris pour un milieu, la raison de 120 à 48. 31′ 55″ est composée de celle de 120 à 24. 15′ 57″, et de celle de 24 15′ 57″ à 48 31′ 55″, il s'ensuit que si de la raison de 120 à 48 31′ 55″ nous ôtons celle de 24 15′ 57″ à 48 31′ 55″, c'est-à-dire celle de 60 à 120, restera la raison de 120 à 24 15′ 57″, laquelle est celle du double trop grand de ZT au double trop grand de TH. Or la corde du double de ZT est de 120ᵖ, donc la corde du double de TH est de 24 15′ 57″; mais l'arc que celle-ci soutend, c'est-à-dire le double de TH, est de 23ᵈ 19′ 59″, TH est donc de 11ᵈ 39′ 59″ qui, dans la seconde colonne de la table d'obliquité, répondent aux 30 degrés du zodiaque marqués dans la première colonne. Et

il y a pour dernier extrême, soustraction de la raison 24ᵈ 15′ 48 à 57″ à 51ᵈ 55′, et addition pour le premier. Puisque dans la démonstration graphique on a ôté, de deux raisons composantes, la seconde, et laissé la première.

Voulant encore dans la même figure, montrer de combien 60 degrés du zodiaque sont éloignés de l'équateur par l'obliquité du premier de ces cercles sur l'autre, Ptolemée dit : Soit actuellement EH l'arc de 60 degrés du zodiaque, de sorte que la raison de la corde du double de l'arc ZA à la corde du double de l'arc AB, demeurant celle de 120ᵖ à 48ᵖ 31′ 55″, et la corde du double de l'arc ZT étant toujours de 120ᵖ, le double de l'arc EH soit 120ᵈ, et sa corde 103ᵖ 55′ 23″. Alors si de la raison de 120ᵖ à 48ᵖ 31′ 55″ nous ôtons la raison de 103ᵖ 55′ 23″ à 120ᵖ, restera la raison de la corde du double de ZT à la corde du double de TH, laquelle est celle de 120ᵖ à 42ᵖ 1′ 48″. Or la corde du double de ZT est de 120ᵖ, donc celle du double de TH est de 42ᵖ 1′ 48″. Mais l'arc soutendu par celle-ci, c'est-à-dire le double de l'arc TH sert de 41ᵈ 9′ 18″, par conséquent sa moitié, ou l'arc TH, est de 20ᵈ 30′ 9″.

On a calculé par cette méthode les grandeurs des arcs d'un seul quart de cercle du zodiaque, de degré en degré, depuis l'équateur, comme est l'arc TH, parce que les mêmes grandeurs se retrouvent sur les trois autres quarts, comme nous le montrerons, attendu qu'il n'y a qu'une seule et même inclinaison du zodiaque sur l'é-

Καὶ ἔστι πρὸς μὲν τῷ τελευταίῳ ἄκρῳ ἡ ἀφαίρεσις τοῦ τῶν κδ ιε νζ″ πρὸς τὰ μη λα νε″ λόγου, πρὸς δὲ τῷ α ἡ κατάληψις. Ἐπεὶ καὶ ἡ διὰ τῶν γραμμῶν ἀπόδειξις τὸν δεύτερον τῶν συντιθέντων τὸν ἐξαρχῆς λόγον ἀφαιρούμενον εἶχε, τὸν δὲ πρῶτον καταλειπόμενον.

Πάλιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, βουλόμενος δεῖξαι πόσον λελόξωται ἡ ἑξηκονταμοιρία τοῦ ζωδιακοῦ ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου, φησίν· ἔστω πάλιν ἡ EH τοῦ ζωδιακοῦ περιφέρεια μοιρῶν ξ, ὥστε πάλιν τοῦ λόγου της ὑπὸ τὴν διπλην της ZA πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της AB μένοντος τοῦ τῶν ρκ πρὸς τὰ μκ λα νε″, καὶ της ὑπὸ τὴν διπλην της ZΘ μενούσης ρκ, τὴν μὲν διπλην της EH περιφερείας γίνεσθαι ρκ, καὶ τὴν ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖαν τμημάτων ρϛ νε κγ″. Καὶ ἐὰν ἄρα πάλιν ἀπὸ τοῦ τῶν ρκ πρὸς τὰ μη λα νε″ λόγου, ἀφέλωμεν τὸν τῶν ρϛ νε κγ″ πρὸς τὰ ρκ, καταλειφθήσεται ὁ λόγος της ὑπὸ τὴν διπλην της ZΘ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΘH, ὁ τῶν ρκ πρὸς τὰ μβ α μη″. Καὶ ἔστιν ἡ ὑπὸ τὴν διπλην της ZΘ τμημάτων ρκ, καὶ ἡ ὑπὸ τὴν διπλην ἄρα της ΘH, τμημάτων ἐστὶ μβ α μη″. Ἡ δὲ ἐπ' αὐτης περιφέρεια, τουτέστιν ἡ διπλη της ΘK, ἔσαι μα ο̄ ιη″, ἡ δὲ ἡμίσεια αὐτῆς, τουτέστιν αὐτὴ ἡ HΘ, ἔσαι κ λ θ″.

Τὸν αὐτὸν δὴ τρόπον καθ' ἑκάστην μοῖραν τοῦ ζωδιακοῦ ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπιλογισάμενοι τὰ μεγέθη τῶν ὁμοίων τῇ HΘ περιφερείᾳ ἐπὶ τοῦ ἑνὸς τεταρτημορίου· ἐπεὶ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τριῶν τὰ αὐτὰ μεγέθη συνάγηται, ὡς ἐξῆς δείξομεν, διὰ τὸ καὶ μίαν τινὰ καὶ τὴν αὐτὴν εἶναι ἔγκλισιν τοῦ ζω-

διακοῦ πρὸς τὸν ἰσημερινὸν, καὶ κανονοποιΐαν αὐτῶν ἐξέθετο, πρὸς τὸ καὶ τὰ τοιαῦτα μεγέθη ἐκ προχείρου καὶ ἡμᾶς δύνασθαι λαμβάνειν, ἐπὶ στίχους μὲν πάλιν μ̄ε̄, σελίδια δὲ δύο· ὧν τὰ μὲν πρῶτα περιέχει τὰς τοῦ ἑνὸς τεταρτημορίου, τοῦ ζωδιακοῦ μοῖρας ζ, κατὰ ᾱ̄ πάρηυξημένας, τὰ δὲ β̄ τὰς ἐπιβαλλούσας αὐταῖς ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ τῆς λοξώσεως πηλικότητας ἐπὶ τοῦ εἰρημένου κύκλου, καὶ ἔστι τὸ κανόνιον τοιοῦτον.

quateur. On les a mises en table pour les avoir sous la main, toutes prêtes à être prises, et disposées en 45 lignes en deux colonnes, l'une desquelles contient les 90 degrés d'un quart du zodiaque, augmentant d'un degré à chaque ligne; et la seconde contient les degrés et portions de degrés qui leur répondent sur le méridien, suivant leurs distances à l'équateur. C'est ainsi que cette table est construite.

Ὑπομνήσεως δὲ ἕνεκεν τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ἐκθησόμεθα τοὺς ἀριθμοὺς τοὺς ἐπὶ τῆς δείξεως. Ἐὰν οὖν, φησὶν, ἀπὸ τοῦ τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὰ μ̄η̄ λά̄ νε″ λόγου ἀφέλωμεν τὸν τῶν ρ̄γ̄ νέ̄ κγ″ πρὸς τὰ ρ̄κ̄, καταλειφθήσεται ὁ τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὰ μ̄β̄ ά̄ μη″, οὕτως. Ἐὰν γὰρ πάλιν πολλαπλασιάσωμεν τὸν ρ̄γ̄ νέ̄ κγ″, ἐπὶ τὸν μ̄η̄ λά̄ νε″, τὰ γενόμενα καθὼς ἐξῆς ἡ ἔκθεσις τῶν ἀριθμῶν περιέχει ,ε̄μ̄γ̄ λέ̄ ιε″ λθ‴ ιε⁗, μερίσομεν περὶ τὸν ρ̄κ̄ εὑρήσομεν τὸν μ̄β̄ λά̄ μη″ τέταρτον ἀνάλογον.

Mais pour rappeler la multiplication à la mémoire, nous allons l'appliquer aux nombres de cette démonstration. « Si, dit Ptolemée, de la raison de 120 à 48 31′ 55″, nous ôtons la raison de 103 55′ 23″ à 120, restera la raison de 120 à 42 1′ 48″. En effet, si nous multiplions 103 55′ 23″ par 48 31′ 55″, le produit sera, comme le calcul l'expose ici, 5043 35′ 15″ 39‴ 15⁗ que nous diviserons par 120, et nous trouverons pour quatrième terme proportionel 42 31′ 48.

Καὶ ἔστιν ὁ τῶν ρ̄γ̄ νέ̄ κγ″ πρὸς τὰ ρ̄κ̄ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ τῶν μ̄β̄ ά̄ μη″ πρὸς τὰ μ̄η̄ λά̄ νε″. Καὶ μέσον τοῦ τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὸν μ̄η̄ λά̄ νε″ λόγου λαμβανομένου τοῦ τῶν μ̄β̄ ά̄ μη″, ὁ τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὰ μ̄η̄ λά̄ νε″ λόγος, συγκείμενος ἔσται ἔκ τε τοῦ τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὰ μ̄β̄ ά̄ μη″ λόγου, καὶ τοῦ τῶν μ̄β̄ ά̄ μη″ πρὸς τὰ μ̄η̄ λά̄ νε″. Καὶ ἐὰν ἀπὸ τοῦ τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὰ μ̄η̄ λά̄ νε″ λόγου ἀφέλωμεν τὸν τῶν ρ̄γ̄ νέ̄ κγ″ πρὸς τὰ ρ̄κ̄, τουτέστι τὸν τῶν μ̄β̄ ά̄ μη″ πρὸς τὰ μ̄η̄ λά̄ νε″, καταλειφθήσεται ὁ τῶν ρ̄κ̄ πρὸς τὰ μ̄β̄ ά̄ μη″.

Or la raison de 103 55′ 23″ à 120, est la même que celle de 42 1′ 48″ à 48 31′ 55″, si l'on prend 42 1′ 48″ pour terme milieu de la raison de 120 à 48 31′ 55″, la raison de 120 à 48 31′ 55″ sera composée de la raison de 120 à 42 1′ 48″, et de la raison de 42 1′ 48″ à 48 31′ 55″; et si de la raison de 120 à 48. 31′ 55″, nous ôtons la raison de 103 55′ 23″ à 120, c'est-à-dire celle de 42 1′ 48″ à 48 31′ 55″, restera la raison de 120 à 42. 1′ 48″.

120^{p}	103^{p}	55′	23″	48^{d}	31′	55″.	ρκ̄	ργ̄	νε′	κγ″	μη̄	λά	νε″.
				42	1	48					μβ	α	μη.
	103	55′	23″					ργ	νε′	κγ″			
	48	31	55					μη	λα	νε			
	4944^{p}	3193′	5665″				,δ͵ϡμδ̄		γρ,ξγ′		′εχξε″		
		2640	1705	3025‴					,β′χμ		,αψε		,γκε‴
		1104	713	1265⁗					,αρδ		ψιγ		,ασξε⁗.
	5043^{p}	35′	15″	39‴		15⁗	,εμγ̄		λε″		ιε″		λθ‴ ιε⁗.

(1) Ces multiplications se font de la manière suivante, comme nous l'avons enseigné déjà. Nous multiplierons 103^{p} 55′ 23″ par 48^{d} 31′ 55″. D'abord 103^{p} par 48, le produit sera 4944 parties; ensuite 103^{p} par 31′, le produit est 3193. Puis encore 103^{p} par 55″, viennent 5665″. Après quoi 55′ multipliées par 48^{p} font 2640; par 31′, 1705″; (car des minutes ou primes étant multipliées les unes par les autres produisent des secondes.) Et 55′ encore par 55″ font 3025‴; enfin 23″ multipliées par 48^{p} font 1104″; par 31′, 713‴; et par 55″, 1265⁗. Car les secondes par les secondes produisent des quartes. Divisant maintenant les quartes par 60, et portant les 3 tierces que j'en tire, aux tierces; j'en divise la somme encore par 60, et je porte aux secondes les secondes que j'en tire. Je divise la somme de celles-ci par 60, et il me vient des primes ou minutes que je porte aux minutes, et que je divise toujours par 60. Le quotient est en nombres entiers que je somme avec les unités entières, et je trouve pour produit total des

Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ, καθὼς καὶ πρότερον ὑπεγράψαμεν, γίνονται οὕτω· πολλαπλασιάσομεν τὸν ργ̄ νέ κγ″, ἐπὶ τὸν μη̄ λά νε″, ὡς πρότερον τὸν ρκ̄ ἐπὶ τὸν μη̄, γίνονται μοῖραι ,δ͵ϡμδ̄. Εἶτα τὸν ργ̄ ἐπὶ τὸν λά, γίνονται πρῶτα ἑξηκος-ὰ ,γρ,ξγ′. Ἔπειτα πάλιν τὸν ργ̄ ἐπὶ τὰ νε″, γίνονται β̄ ἑξηκος-ὰ ,εχξε″. Ἔπειτα τὰ νε′ πρῶτα ἑξηκος-ὰ ἐπὶ τὰ μη̄, γίνονται πρῶτα ἑξηκος-ὰ βχμ′· ἐπὶ δὲ τὰ λά πρῶτα ἑξηκος-ὰ, γίνονται δεύτερα ἑξηκος-ὰ ,αψε″· πρῶτα γὰρ ἐπὶ πρῶτα, δεύτερα ποιεῖ. Καὶ ἔτι ἐπὶ τὰ νε″ β̄ γίνονται ,γκε‴. Ἔπειτα πάλιν τὰ κγ″ β̄ ἐπὶ τὰ μη̄, γίνονται β̄ ,αρδ‴· ἐπὶ δὲ τὰ πρῶτα λά′, γίνονται τριτα ψιγ‴, ἐπὶ δὲ τὰ δεύτερα νε″ γίνονται τέταρτα ,ασξε⁗, β̄ γὰρ ἐπὶ β̄ γίνονται δ̄. Παραβαλόντες οὖν τὰ τέταρτα ἑξηκος-ὰ παρὰ τὸν ξ̄, καὶ ποιήσαντες τρίτα καὶ τέταρτα ἑξηκος-ὰ, προσεθήκαμεν τὰ γ̄ τοῖς γ̄· καὶ συναγαγόντες αὐτὰ καὶ παραβαλόντες πάλιν παρὰ τὸν ξ̄, καὶ ποιήσαντες β̄ καὶ γ̄, προσεθήκαμεν πάλιν ὁμοίως τὰ β̄ τοῖς β̄. Καὶ ἔτι συναγαγόντες αὐτὰ καὶ μερίσαντες περὶ τὸν ξ̄, ἔχομεν μοῖρας καὶ πρῶτα ἑξηκος-ά. Καὶ προσθέντες τὰς μοῖρας ταῖς μοῖραις, ἔχομεν τὸν συναχθέντα ἀριθ-

(1) Voyez les détails de cette opération très-clairement exposés dans l'histoire de l'astronomie ancienne par M. Delambre, tome 2, page 566.

μὸν μοιρῶν ἐμγ̄ λε′ ιε″ λθ‴ ιε⁗, ὧν μερίσαντες παρὰ τὸν ρκ̄, εὕρομεν τὸν μβ̄ α′ μη″ τέταρτον ἀνάλογον.

nombres 5043ᵖ 35′ 15″ 39‴ 15⁗, qui divisées par 120, nous donnent le quatrième terme proportionnel 42ᵖ 1′ 48″.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΓ′.

CHAPITRE XIII.

ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΚΑΝΟΝΙΟΥ ΤΗΣ ΛΟΞΩΣΕΩΣ.

DE LA TABLE D'OBLIQUITÉ.

Ἐπει δὲ ἐν τῷ ἐκτεθειμένῳ τῆς λοξώσεως κανονίῳ ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ τυγχάνοντι κατὰ τὸ πρῶτον σελίδιον ἑνὸς μόνου τεταρτημορίου τοῦ διὰ μέσων ἔγκειται μοιρῶν ϟ, ἀναγκαῖον δηλῶσαι ὃν τρόπον εἰσάγειν ὀφείλομεν ἐν τῷ κανόνι, πλειόνων τῶν ϟ μοιρῶν διδομένων. Ὅταν μὲν οὖν, λόγου ἕνεκεν, ἀπ' ἀρχῆς κριοῦ δοθῶσι μέχρι μοιρῶν ϟ, αὐτοὶ τὰς διδομένας εἰσαγαγόντες εἰς τὸ πρῶτον σελίδιον τοῦ κανόνος, τας περιεχομένας αὐταῖς ἐν τῷ δευτέρῳ σελιδίῳ ἐροῦμεν λελοξῶσθαι τὸ δεδομένον τοῦ ζωδιακοῦ τμῆμα. Ἐὰν δὲ ὑπὲρ τὰς ϟ ὦσιν αἱ διδόμεναι τοῦ ζωδιακοῦ μοῖραι, τὰς λειπούσας εἰς τὰς ρπ̄ μοῖρας εἰσαγαγόντες, ὁμοίως ληψόμεθα τὴν ἐπιζητουμένην τῆς λοξώσεως πηλικότητα. Ἐὰν δὲ ὑπὲρ τὰς ρπ̄ ὦσιν ἕως σο̄, τὰς λοιπὰς τῶν ρπ̄ εἰσάξομεν. Ἐὰν δὲ ὑπὲρ τὰς σο̄, τας λειπούσας εἰς τὰς τξ̄. Ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ καταγραφῆς φανερὰ γένηται τὰ λεγόμενα, ἔστω ζωδιακὸς ὁ ΑΒΓΔ, ἰσημερινὸς δὲ, ὁ ΕΖΗΘ· τὰ δὲ ἰσημερινὰ καὶ τροπικὰ σημεῖα κατὰ τὰς ἀρχὰς τῶν τεσσάρων ζωδιακῶν· κριοῦ, καρκίνου, λίτρου, παρθένου, ὡς ὑπογέγραπται. Ἐὰν οὖν ζητῶμεν τινὸς τμήματος τῶν ἀπ' ἀρχῆς τοῦ κριοῦ μέχρι τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου, μοιρῶν ϟ τὴν λόξωσιν, δῆλον, ὡς ἔφαμεν, ὅτι αὐτὰς τὰς ἀπὸ κριοῦ διδομένας μοῖρας εἰσαγαγεῖν ὀφείλομεν. Ἐὰν δὲ

La table des inclinaisons du cercle oblique sur l'équateur ne donnant, telle qu'elle est posée, que les 90 degrés d'un seul quart du cercle mitoyen du zodiaque, dans la première colonne, il est nécessaire de montrer comment, avec des arcs de plus de 90 degrés, nous devons entrer dans cette table; par exemple, étant donnés 90 degrés depuis le commencement du bélier, les portant dans la première colonne de la table, nous disons que les nombres qui leur répondent dans la seconde colonne marquent l'inclinaison ou obliquité de cet arc du zodiaque. Mais si l'arc donné du zodiaque est de plus de 90 degrés, nous y porterons ce qui s'en manque jusqu'à 180 degrés, et nous prendrons pareillement la quantité cherchée de l'obliquité. Si l'arc surpasse 180 degrés jusqu'à 270, nous porterons dans la table l'excédent de 180; et enfin s'il passe 270, nous y porterons ce qui s'en manque jusqu'à 360. Pour expliquer clairement par une figure, ce que je viens de dire, (Fig. 83), soit le zodiaque ABGD, l'équateur EZHT; les points équinoxiaux et les point tropiques aux quatre points du zodiaque où commencent le bélier, le cancer, la balance et le capricorne comme ils sont marqués dans cette figure. Si donc nous cherchons l'inclinaison de quelque portion des 90 degrés comprise depuis le commencement du bélier jusqu'à

celui du cancer, il est clair que nous devons compter les degrés de ce segment depuis le commencement du bélier. Mais si nous cherchons l'obliquité d'un segment plus grand que 90 degrés, mais qui ne passe pas 180, il est clair que nous devrons prendre ce qui s'en manque pour que cet arc soit de 180^{d}, ou l'arc entre le point donné et le premier de la balance, et porter cet arc dans la table. Mais si l'arc donné surpasse 180^{d}, sans être de 270, il faut prendre l'arc depuis le commencement de la balance jusqu'au troisième point donné G, et porter cet arc dans la table. Enfin si on a plus de 270 degrés, jusqu'à 360, au quatrième point D donné, nous porterons ce qui s'en manque pour compléter 360, comptés depuis le commencement du bélier. Et nous agirions de même, si les degrés donnés étoient depuis le commencement de la balance.

Nous allons faire voir par cette même figure, qu'il suffit que cela soit démontré pour les arcs d'inclinaison sur un seul quart de cercle du zodiaque, parce que les mêmes ont les mêmes valeurs dans les trois autres quarts. K étant diamétralement opposé à L, supposons KA égal à LG, dès-lors A est diamétralement opposé à G. Soit M le pole de l'équateur et par A et M décrivons un grand cercle qui commencera en G, et passera par AE en G. Puisque AG est une demi-circonférence, (car ces grands cercles s'entrecoupent par le milieu) ainsi que EH, retranchons la portion commune GME: restera l'arc AE d'inclinaison égal à l'autre arc GH. On démontrera la même chose pour les autres. Donc les segmens du cercle mitoyen du zodiaque également dis-

πάλιν τοὺς τμήματος τῶν μετὰ τὰς ζ̄ ἕως τῶν ρπ̄· οἷον ὡς τοῦ κατὰ τὸ Β τμήματος, δῆλον ὅτι τὰς ἀπὸ λίτρας ἕως τοῦ Β λειπούσας εἰς τὰς ρπ̄ εἰσαγαγεῖν ὀφείλομεν. Ἐὰν δὲ ὑπὲρ τὰς ρπ̄ ἕως σō ὦσιν αἱ διδόμεναι ἀπὸ κριοῦ· οἷον πάλιν ὡς κατὰ τὸ Γ, δῆλον ὅτι πάλιν τὰς ἀπὸ λίτρας ἕως τοῦ Γ λοιπὰς οὔσας μετὰ τὰς ρπ̄ τοῦ ἡμικυκλίου εἰσαγαγεῖν ὀφείλομεν. Ἐὰν δὲ ὑπὲρ τὰς σō ἕως τξ̄, οἷον ὡς κατὰ τὸ Δ τὰς λειπούσας εἰς τὰς τξ̄ εἰσαγαγεῖν πάλιν ὀφείλομεν, ἵνα πάλιν ἀπὸ κριοῦ ὦσιν αἱ εἰσαγόμεναι. Ὁμοίως δὲ κἂν ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῶν λίτρων ἦσαν αἱ διδόμεναι τῇ αὐτῇ ἀγωγῇ χρήσομεν.

Ὅτι δὲ ἀρκούντως ἐπὶ τοῦ ἑνὸς τεταρτημορίου τοῦ ζωδιακοῦ τὰς λοξώσεις ἀπέδειξε, διὰ τὸ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τριῶν τεταρτημορίων τὰς αὐτὰς εἶναι, δείξομεν πάλιν ἐπὶ τῆς αὐτης καταγραφης. Ἐπεὶ γὰρ κατὰ διάμετρον ἐστὶ τὸ Κ τῷ Λ, κείσθω ἴση ἡ ΚΑ τῇ ΛΓ· κατὰ διάμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Α τῷ Γ. Εἰλήφθω ὁ πόλος τοῦ ἰσημερινοῦ, καὶ ἔστω τὸ Μ. Καὶ διὰ τοῦ Α καὶ τοῦ Μ μέγιστος κύκλος γεγράφθω· ἥρξει δὴ καὶ διὰ τοῦ Γ. Ἐρχέσθω ὡς ὁ ΑΕΜΓ, καὶ ἐπεὶ ἡμικυκλίου ἐστὶν ἡ ΑΓ (οἱ γὰρ μέγιστοι κύκλοι δίχα τέμνουσιν ἀλλήλους), ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΚ, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΓΜΕ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΕ της λοξώσεως περιφέρεια λοιπῇ τῇ ΓΗ ἴση ἐστίν. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν· τὰ ἄρα ἴσον ἀπέχοντα ἀφ' ἑκατέρου

τῶν ἰσημερινῶν σημείων τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων τμήματα, τὴν ἴσην λόξωσιν λοξοῦνται· ὥστε εἰκότως ἐπὶ ἑνὸς τεταρτημορίου τὴν ἀπόδειξιν πεποίηται.

Ὃν δε τρόπον κατὰ τὴν ἔκθεσιν τοῦ κανόνος ἀεὶ αἱ πρὸς τοῖς ἰσημερινοῖς σημείοις λοξώσεις μείζοσιν ὑπεροχαῖς παρηύξηνται τῶν ἀπώτερον, δείξομεν διὰ τῶν γραμμῶν οὕτως πάλιν· ἐκκείσθω ὁ δι' ἀμφοτέρων τῶν πόλων τοῦ τε διὰ μέσων τῶν ζωδίων καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, ὁ ΑΒΓΔ. Καὶ ἰσημερινοῦ μὲν ἡμικυκλίου τὸ ΑΕΓ, τοῦ δὲ διὰ μέσων τῶν ζωδίων, τὸ ΒΕΔ· πόλος δὲ τοῦ ἰσημερινοῦ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἀπειλήφθωσαν ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΕΗ, ΗΘ, ΘΚ, καὶ γεγράφθωσαν διὰ τοῦ Ζ πόλου τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ τῶν Η Θ Κ σημείων, μεγίστων κύκλων τεταρτημόρια, τὰ ΖΗΛ, ΖΘΜ, ΖΚΝ, ἐφ' ὧν αἱ λοξώσεις ἐδείκνυντο, λέγω ὅτι ἡ ΘΜ τῆς ΗΛ μείζονι ὑπερέχει ἥπερ ἡ ΚΝ τῆς ΘΜ. Καὶ ἔστιν αὐτόθεν φανερὸν, παραλλήλων γραφέντων διὰ τῶν Η Θ Κ, τῷ ΑΕΓ ἰσημερινῷ τῶν ΗΞ, ΘΟ, ΚΠ. Γίνεται γὰρ, ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ πέμπτῳ θεωρήματι τοῦ τρίτου τῶν σφαιρικῶν, ἡ μὲν ΑΞ τῆς ΞΟ μείζων, ἡ δὲ ΞΟ, τῆς ΟΠ. Καὶ ὑπερέχει ἡ μὲν ΘΜ τῆς ΗΛ τῇ ΞΟ, ἡ δὲ ΚΝ τῆς ΘΜ, τῇ ΟΠ. Ἴσαι γὰρ εἰσὶν αἱ τῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι, αἱ μεταξὺ τῶν παραλλήλων, ὥστε ἡ ΜΘ τῆς ΛΗ μείζονι ὑπερέχει, ἥπερ ἡ ΚΝ τῆς ΘΜ.

tants de chacun des deux points équinoxiaux sont également inclinés : d'où il suit qu'il suffit que Ptolemée ait établi sa démonstration sur un seul quart de cercle.

Nous allons de même démontrer par cette autre figure 84, que les arcs d'inclinaison croissent véritablement comme dans la table, par des différences d'autant plus grandes, qu'ils sont plus proches des points équinoxiaux. Supposons le cercle ABGD passant par les poles et du zodiaque et de l'équateur, AEG la demi-circonférence de l'équateur, BED celle du zodiaque, Z le pole de l'équateur, prenons depuis E sur le zodiaque des arcs égaux EH, HT, TK, et faisons passer par le pole Z de l'équateur et par les points H, T, K, les quarts de grands cercles ZHL, ZTM, ZKN, sur lesquels les inclinaisons ont été démontrées, je dis que l'arc TM surpasse plus l'arc HL, que l'arc KM ne surpasse l'arc TM. Ce qui est évident par soi-même, si l'on décrit par les points H, T, K, des arcs HX, TO, KP parallèles à l'équateur, car comme l'a démontré le troisième théorême sphérique, l'arc AX est plus grand que XO et XO plus grand que OP. Or l'arc TM a l'arc XO de plus que n'a l'arc HL, et l'arc KN a l'arc OP de plus que n'a l'arc TE. Car les arcs des grands cercles, entre parallèles, sont égaux ; donc l'arc MT surpasse l'arc LH d'une quantité plus grande que celle dont l'arc KN surpasse l'arc TN.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΔ.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΕΠ' ΟΡΘΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ ΑΝΑΦΟΡΩΝ.

CHAPITRE XIV.

DES ASCENSIONS DANS LA SPHÈRE DROITE.

Ἀποδειξας τὴν μεγίστην λόξωσιν μοιρῶν Ptolemée, après avoir démontré la valeur

du plus grand arc d'obliquité, de 23d 51′ 20″, et celles des autres arcs d'obliquité particulièrement, tous pris sur les grands cercles qui passent par les poles de l'équateur et par les points donnés du cercle oblique et du zodiaque, et après en avoir dressé une table, afin qu'on puisse les y trouver à la simple vue sur-le-champ, continue son discours par les ascensions de l'équateur et du zodiaque, dans la sphère droite, position dans laquelle les poles de la sphère sont dans l'horizon. C'est pourquoi il dit qu'il fait la même fonction que les méridiens pour les lieux de la terre qui ont la sphère droite, parce que leur horizon passe comme les méridiens par les poles de la sphère. Ensuite, voulant montrer les valeurs des arcs de l'équateur et du mitoyen du zodiaque, pris depuis l'intersection de ces deux cercles jusqu'à leurs sections par le grand cercle qui passe par les poles de l'équateur et par les points qui terminent ces arcs du cercle oblique, il dit : « Car nous saurons ainsi en combien de temps équinoxiaux les segmens du cercle oblique traverseront le méridien pour quelque lieu terrestre que ce soit, et l'horizon dans la sphère droite ». Pour démontrer les ascensions, ou passages au méridien, des points donnés dans le zodiaque, et combien de temps de l'équateur passent au méridien ou s'élèvent sur l'horizon de la sphère droite, il appelle temps les segmens de l'équateur, parce que la révolution de l'univers se fait uniformément d'orient en occident autour des poles de l'équateur, et qu'il faut régler les mesures du temps sur le mouvement égal et uniforme d'un grand cercle, et il le démontre par le moyen du théorême

κγ̅ νά κ″, καὶ ἔτι τὰς κατὰ μέρος τοιαύτας πηλικότητας, ἐπὶ τῶν διὰ τοῦ ἰσημερινοῦ πόλων γραφομένων μεγίστων κύκλων καὶ τῶν διδομένων τοῦ λοξοῦ, καὶ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλου τμημάτων, καὶ κανονοποιίαν τούτων ἐκθέμενος πρὸς τὸ ἐξ ἑτοίμου ταύτας ἔχειν εἰς τὰς κατὰ μέρος ἐπισκέψεις, ἐξῆς περὶ τῶν ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας ἀναφορῶν τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου τὸν λόγον ποιεῖται, καθ' ἣν θέσιν οἱ πόλοι τῆς σφαίρας ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος τυγχάνουσι· διὸ καὶ ἰσοδυναμεῖν αὐτὸν ἐρεῖ τοῖς καθ' ἑκάστην οἴκησιν μεσημβρινοῖς, ἐπεὶ καὶ ὁ τοιοῦτος ὁρίζων διὰ τῶν πόλων ἐστὶ τῆς σφαίρας, καθάπερ καὶ πάντες οἱ μεσημβρινοί. Εἶτα βουλόμενος ἀποδεῖξαι τὰς γινομένας πηλικότητας τῶν ἀπολαμβανομένων περιφερειῶν τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων, ἀπὸ τῆς κοινῆς τομῆς αὐτῆς, ὑπὸ τοῦ γραφομένου κύκλου διὰ τῶν τοῦ ἰσημερινοῦ πόλων καὶ τῶν διδομένων τοῦ λοξοῦ κύκλου τμημάτων, φησίν· Οὕτω γὰρ ἕξομεν πόσοις χρόνοις ἰσημερινοῖς τὰ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλου τμήματα, διελεύσεται τόν τε μεσημβρινὸν πανταχῆ, καὶ τὸν ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας ὁρίζοντα. Εἶτα βουλόμενος ἀποδεῖξαι ἐπὶ τῶν κατὰ μέρος συναναφορῶν, ἢ συμμεσουρανήσεων τοῖς διδομένοις τμήμασι τοῦ ζωδιακοῦ, πόσοι χρόνοι τοῦ ἰσημερινοῦ συμμεσουρανοῦσιν, ἢ συνανέρχονται τὸν ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας ὁρίζοντα χρόνον, καλῶν τὰ τοῦ ἰσημερινοῦ τμήματα, διὰ τὸ περὶ τοὺς τούτου πόλους τὴν ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς φορὰν τῶν ὅλων ὁμαλῶς φέρεσθαι, καὶ ἀναγκαῖον εἶναι τὰς καταμετρήσεις τῶν χρόνων, ἐπί τινος ὁμαλῶς καὶ τεταγμένως φερομένου μεγίστου κύκλου καταμετρεῖσθαι,

ποιεῖ τοῦ τὴν εἰρημένην ἀπόδειξιν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ θεωρήματος, ἐφ' οὗ καὶ τὰς λοξώσεις ἀπεδείκνυε, προσχρώμενος τῷ κατὰ διαίρεσιν δειχθέντι αὐτῷ σφαιρικῷ θεωρήματι.

Ἐκτεθείσης γὰρ τῆς αὐτης καταγραφης, τουτέστι τοῦ ἐπὶ δι' ἀμφοτέρων τῶν πόλων τοῦ ΑΒΓΔ, ἰσημερινοῦ δὲ τοῦ ΑΕΓ, καὶ ζωδιακοῦ τοῦ ΒΕΔ, ὥστε τὸ Ε σημεῖον τὴν ἐαρινὴν εἶναι τομὴν τοῦ ζωδιακοῦ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ. Καὶ ἀποληφθείσης ὁμοίως της ΕΗ, λόγου ἕνεκεν, μοιρῶν λ̄, καὶ γραφείσης διὰ τοῦ Ζ πόλου τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ δεδομένου τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων τοῦ Η, τεταρτημορίου μεγίστου κύκλου περιφερείας της ΖΗΘ, ἐπιλογίζεται ἐκ τῶν ἔμπροσθεν εἰρημένων τὴν συναναφερομένην αὐτῇ τοῦ ἰσημερινοῦ, τουτέστι τὴν ΕΘ· αὕτη γὰρ συναναφέρεται τῇ ΕΚ τοῦ ζωδιακοῦ, διὰ τὸ τὸν ΖΗΘ κύκλον διὰ τῶν πόλων ὄντα της σφαίρας, ἰσοδυναμεῖν τῷ ἐπ' ὀρθης της σφαίρας ὁρίζοντι, καὶ ἅμα τὸ κοινὸν αὐτης σημεῖον τὸ Ε ἐπ' αὐτοῦ γίνεσθαι, καὶ δηλαδὴ συνανέρχεσθαι τὴν ΕΗ τῇ ΕΘ. Κατὰ τὰ αὐτὰ οὖν τοῖς πρώτοις εἰρημένοις, ἐπεὶ εἰς δύο μεγίστων κύκλων περιφερείας τὰς ΑΖ, ΑΕ, δύο διηγμέναι εἰσὶν, ἥ τε ΖΘ καὶ ἡ ΕΘ τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ Η, ὁ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΖΒ, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην τῆς ΒΑ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΗ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΗΘ, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΘΕ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΕΑ. Ἀλλ' ἡ μὲν της ΖΒ περιφερείας διπλη μοιρῶν ἐστὶν ρλϐ ιϐ' κ", καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα τμημάτων ρθ̄ μϐ' νγ"· ἡ δὲ της ΒΑ διπλη, μοιρῶν ἐστὶ μζ̄ μϐ' μ", καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα, μη̄ λα' νε" (τὸ γὰρ Β τροπικὸν σημεῖον ἐστὶ,

qui a servi à donner les valeurs des arcs d'inclinaison ou d'obliquité, en prenant pour cette démonstration le théorême qu'il a démontré par diérèse.

Dans la même figure (82), c'est-à-dire, du cercle ABGD passant les deux poles et de AEG l'équateur, E étant l'intersection vernale du zodiaque et de l'équateur, prenant l'arc EH de 30 degrés, par exemple, et décrivant par le pole Z de l'équateur et par le point donné H du cercle oblique, le quart ZHT de grand cercle, il calcule, d'après ce qui précéde, l'arc ET de l'équateur qui se lève avec l'arc en question de l'oblique, ils se lèvent simultanément parce que le cercle ZHT passant par les poles de la sphère fait fonction d'horizon dans la sphère droite, et que le point commun E est dans l'horison même. C'est pourquoi EH marche avec ET. Or suivant ce qui a été prouvé, deux arcs ZT et ET de grands cercles qui s'entrecoupent en TH, en rencontrant deux autres AZ, AE, la raison de la corde du double de ZB à celle du double de BA, est composée de la raison de la corde du double de ZH à la corde du double de HT, et de la raison de la corde du double TE à la corde du double de EA. Mais l'arc double de ZB est de 132ᵖ 12' 20", et sa corde est de 109ᵖ 44' 53", l'arc double de BA est de 47ᵈ 42' 40", et sa corde est de 48ᵖ 31' 55", (car B est le point tropique, puisque EB est un quart de cercle comme nous l'avons

montré plus haut). Et BA qui est la plus grande obliquité, étant de 23ᵖ 51′ 20″; son double est de 47ᵈ 42′ 40″, le double de l'arc ZB est donc de 132ᵈ 12′ 20″. Et puisque l'arc ZA est de 180ᵈ, et que le double de l'arc ZH est de 156ᵈ 41′, parce que l'arc HT d'obliquité (de 10ᵈ) est donné, et que sa corde est de 117ᵖ 31′ 15″, le double de l'arc HT étant de 23ᵈ 19′ 59″, et sa corde de 24ᵖ 15′ 57″. Si de la raison de 109 44′ 53″ à 48 31′ 55″. Nous ôtons la raison de 117ᵖ 31′ 15″ à 24ᵖ 15′ 57″, il en résultera que la raison de la corde du double de TE à la corde du double de EA, est la même que la raison de 54 52′ 26″ à 117ᵖ 31′ 15″. Or à cette raison est égale celle de 56 1′ 25″ à 120; et le double de l'arc EA est de 180ᵈ, et sa corde est de 120ᵖ. Donc la corde du double de l'arc ET vaut ces 56ᵖ 1′ 25″. Par conséquent l'arc qu'elle soutend, c'est-à-dire le double de TE est d'environ 55ᵈ 40′, et sa moitié, ou TE, de 27ᵈ 50′.

Ainsi, de la raison de 109. 44′. 53″ à 48. 31′. 55″, étant ôtée celle de 117. 31′. 15″ à 24. 15′. 57″, reste la raison de 54. 52′. 26″ à 117. 31′. 15″. Et celle-ci se transforme en celle de 56. 31′. 25″, à 120, comme nous allons le montrer : puisque nous avons les trois nombres donnés 109. 44′. 53″, 48. 31′. 55″, et 24. 15′. 57″, pour avoir un quatrième proportionnel, nous multiplions 24. 15′. 57″ par 109. 44′. 53″,

διὰ τὸ τὴν ΕΒ εἶναι τεταρτημορίου, ὡς καὶ μικρῷ πρόσθεν ἀπεδείκνυμεν). Καὶ ἔστιν ἡ ΒΑ ἡ μεγίστη λόξωσις, μοιρῶν οὖσα κγ̄ να′ κ″, ὥστε καὶ ἡ διπλη αὐτης ἐστὶν μζ̄ μβ′ μ″· διὸ καὶ ἡ της ΖΒ διπλη μοιρῶν ἐστὶν ρλϛ̄ ιϐ′ κ″. Καὶ ἐπεὶ καὶ ἡ της ΖΑ μοιρῶν ἐστὶν ρπ̄, ἔστι δὲ καὶ ἡ της ΖΗ διπλη μοιρῶν ρνϛ̄ μα′, διὰ τὸ τὴν ΗΘ λόξωσιν δεδόσθαι, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα τμημάτων ἐστὶν ριζ̄ λα′ ιε″· ἡ δὲ της ΗΘ διπλη μοιρῶν ἐστὶν κγ̄ ιθ′ νθ″, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα τμημάτων κδ̄ ιε′ νζ″. Ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ τῶν ρθ̄ μδ′ νγ″ πρὸς τὰ μη̄ λα′ νε″ λόγου ἀφέλωμεν τὸν τῶν ριζ̄ λα′ ιε″ πρὸς τὰ κδ̄ ιε′ νζ″, καταλειφθήσεταί ἡμῖν ὅτι, ὁ της ὑπὸ τὴν διπλην της ΘΕ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλην της ΕΑ λόγος, ὁ τῶν νδ̄ νϐ̄ κϛ″ πρὸς τὰ ριζ̄ λα′ ιε″. Ὁ δ' αὐτὸς τούτῳ λόγος ἐστὶ καὶ ὁ τῶν νϛ̄ α′ κε″, πρὸς τὰ ρπ̄. Καὶ ἔστω ἡ μὲν διπλη της ΕΑ, μοιρῶν ρπ̄, ἡ δ' ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα, τμημάτων ρπ̄· καὶ ἡ ὑπὸ τὴν διπλην ἄρα της ΕΘ τῶν αὐτῶν ἐστὶν νϛ̄ α′ κε″, ὥστε καὶ ἡ ἐπ' αὐτης περιφέρεια, τουτέστιν ἡ διπλη της ΘΕ μοιρῶν ἐστὶν νε̄ μ′ ἔγγιστα· ἡ δὲ ϛ″ αὐτης, τουτέστιν αὐτὴ ἡ ΕΘ τῶν αὐτῶν κζ̄ ν′.

Ὃν δὲ τρόπον καὶ ἐνταῦθα ἀπὸ τοῦ τῶν ρθ̄ μα′ νγ″ πρὸς τὰ μη̄ λα′ νε″ λόγου ἀφαιρουμένου τοῦ τῶν ριζ̄ λα′ ιε″ πρὸς τὰ κδ̄ ιε′ νζ″, καταλείπεται ὁ τῶν νδ̄ νϐ̄ κϛ″, πρὸς τὰ ριζ̄ λα′ ιε″. Μεταλαμβάνεται δὲ οὗτος πάλιν εἰς τὸν τῶν πρὸς ρπ̄ τὰ νϛ̄ λα′ κε″, δείξομεν οὕτως. Ἐπεὶ γὰρ πάλιν ἔχομεν τρεῖς ἀριθμοὺς δεδομένους, τόν τε ρθ̄ μδ′ νγ″, καὶ τὸν μη̄ λα′ νε″, καὶ ἔτι τὸν κδ̄ ιε′ νζ″, μεταχειριζόμεθα ὁμοίως τὸν τέταρτον ἀνάλογον. Πολλαπλασιάζομεν τὸν κδ̄ ιε′ νζ″

ἐπὶ τὸν ρθ̄ μδ′ νγ″, καὶ μερίζοντες παρὰ τὸν μη̄ λα′ νε″, εὑρίσκομεν ἐκ τοῦ μερισμοῦ τὸν νδ̄ νϐ′ κς″, καὶ γέγονε πάλιν ὡς ρθ̄ μδ′ νγ″ πρὸς μη̄ λα′ νε″, οὕτως νδ̄ νϐ′ κς″ πρὸς κδ̄ ιε′ νζ″. Καὶ μέσου ἄρου λαμϐανομένου τοῦ ριζ̄ λα′ ιε″, ὁ τῶν νδ̄ νϐ′ κς″ πρὸς τὰ κδ̄ ιε′ νζ″ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῶν νδ̄ νϐ′ κς″ πρὸς τὰ ριζ̄ λα′ νε″, καὶ τοῦ τῶν ριζ̄ λα′ κε″ πρὸς τὰ κδ̄ ιε′ νζ″. Καὶ δῆλον ὡς ὅτι ἐὰν ἀπὸ τοῦ τῶν ρθ̄ μδ′ νγ″, πρὸς τὰ μη̄ λα′ νε″ λόγου, τουτέστι τῶν νδ̄ νϐ′ μς″ πρὸς τὰ κδ̄ ιε′ νζ″ (ὁ γὰρ αὐτὸς αὐτῷ ἐστιν) ἀφαιρεθῇ ὁ τῶν ριζ̄ λα′ ιε″ πρὸς τὰ κδ̄ ιε′ νζ″, καταλειφθήσεται ὁ τῶν νδ̄ νϐ′ κς″ πρὸς τὰ ριζ̄ λα′ ιε″, τουτέστιν ὡς ἐπὶ τῶν γραμμῶν ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΘΕ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΕΑ. Καὶ εἰ ἡ μὲν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΕΑ περιφερείας εὐθεῖα τμημάτων ἦν ριζ̄ λα′ ιε″, εἴχομεν ἂν αὐτόθεν καὶ τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΕΘ, νδ̄ νϐ′ κς″. Ἀλλ' ἐπεὶ ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΕΑ ἐστὶν ρκ̄, μετάγομεν τὸν καταλειφθέντα λόγον εἰς τὸν ρκ̄, πολλαπλασιάσαντες τὸν ρκ̄ ἐπὶ τὸν νδ̄ νϐ′ κς″, καὶ μερίσαντες τὸν γενόμενον παρα τὸν ριζ̄ λα′ ιε″. Εὑρίσκομεν οὖν τέταρτον ἀνάλογον τὸν νς̄ α′ κε″, καὶ γέγονεν ὡς νδ̄ νϐ′ κς″ πρὸς ριζ̄ λα′ ιε″, οὕτω νς̄ α′ κς″, πρὸς ρκ̄. Καὶ ἔστιν ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΕΑ ρκ̄, καὶ ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν ἄρα τῆς ΕΘ ἔσται νς̄ α′ κε″. Καὶ δῆλον ὅτι οὐκ ἐπὶ τῶν ἐκτεθειμένων ἀριθμῶν, καὶ τὸν λόγον περιεχόντων τῆς ἀφαιρέσεως πεποίηται, ἀλλ' ἐπὶ τῶν τὸν αὐτῶν λόγον ἐχόντων. Ἦν δὲ πάλιν καὶ ἀπ' αὐτοῦ τοῦ ἐκτεθέντος τοῦ τῶν ρθ̄ μδ′ νγ″ πρὸς τὰ μη̄ λα′ νε″ τὴν ἀφαίρεσιν ποιήσασθαι, πολλαπλασιασάντων ἡμῶν τὸν

et divisant le produit par 48 31′ 55″, nous trouvons le quotient 54 52′ 26″. D'où comme 109 44′ 53″ sont à 48 31′ 55″, ainsi 54 52′ 26″ sont à 24 15′ 57″. Prenant pour intermédiaire 117ᵖ 31′ 15″, la raison de 54ᵖ 52′ 26″, à 24 15′ 57″ est composée de la raison de 54 52′ 26″ à 117 31′ 55″, et de celle de 117 31′ 15″ à 24 15′ 57″. Or il est clair que si de la raison de 109 44′ 53″ à 48 31′ 55″, c'est-à-dire de 54 52′ 46″ à 24 15′ 57″ (car c'est le même rapport), on ôte la raison de 117 31′ 15″ à 24 15′ 57″, restera la raison de 54 52′ 26″ à 117 31′ 15″, c'est-à-dire, dans la figure, la raison du double de TE au double de EA. Si la corde du double de l'arc EA étoit de 117 31′ 15″, nous aurions par là même la corde du double de l'arc ET, de 54 52′ 26″. Mais la corde du double de EA étant de 120ᵖ, nous introduisons 120 dans la raison qui reste, en multipliant 120 par 54 52′ 26″, et en divisant le produit par 117 31′ 15″, nous trouvons pour quatrième proportionnel 56 1′ 25″. Voilà donc 54 52′ 26″ à 117 31′ 15″, comme 56 1′ 26″ sont à 120. Or la corde du double de EA est 120, par conséquent la corde du double de ET sera de 56 1′ 25″. On voit qu'ici on n'a pas agi sur les nombres proposés qui renferment la raison supprimée, mais sur d'autres nombres qui sont avec eux en même raison. On pourroit également ôter la raison des nombres donnés de 109 44′ 53″ à 48 31′ 55″, en multipliant 24 15′ 57″

par 109 44′ 53″, et en divisant le produit par 117 31′ 15″, et en prenant l'intermédiaire de la raison de 109 44″ 53″ à 48 31′ 55″. Alors le quatrième proportionnel trouvé ne nous donneroit plus dans le développement des nombres, le rapport resté, à 117 31′ 15″, mais à 48 31′ 55″. Or la raison n'a pas été ôtée, ni laissée autrement que dans notre première manière d'opérer. Car conformément à nos démonstrations géométriques, on a obtenu la seconde raison en ôtant la première. Il paroit donc que Ptolemée, dans tous les cas semblables, a supprimé une raison pour avoir celle qu'il cherchoit.

Après cette démonstration du nombre de temps équinoxiaux, que l'arc de 30 degrés du zodiaque pris depuis l'intersection commune de ce cercle avec l'équateur employe à monter sur l'horizon ou à traverser le méridien, ou à passer au point médiant du ciel, pour toute habitation terrestre dans la sphère terrestre, Ptolemée applique la même figure et les mêmes raisonnements à trouver en combien de temps depuis cette même intersection l'arc de 60 degrés du zodiaque montera ou médiera pour tous les lieux qui ont la sphère droite, il dit : Soit actuellement l'arc EH du zodiaque, de 60 degrés, et cherchons de combien de degrés est l'arc ET de l'équateur. La raison de la corde du double de l'arc ZB à la corde du double de l'arc BA, étant composée de la raison de la corde du double de l'arc ZH, à la corde du double de l'arc HT, et de la raison de la corde du double de l'arc TE à la corde du double de l'arc EA, d'après ce qui a été dit, le double de l'arc ZB est de 132ᵈ 17′ 20″, et sa corde est de 109ᵖ 44′ 53″; le double de l'arc BA

κδ̄ ιε′ νζ″ ἐπὶ τὸν ρθ̄ μδ′ νγ″, καὶ μερισάντων περὶ τὸν ριζ̄ λα′ ιε″, καὶ εὑρόντων τῶν τὸν μέσον ὅρον τοῦ ρθ̄ μδ′ νγ″ πρὸς τὰ μη̄ λα′ νε″. Ἀλλ' ὁ εὑρισκόμενος τέταρτος ἀνάλογος οὐκέτι πρὸς τὸν ριζ̄ λα′ ιε″ καταλειπόμενον λόγον ἐποιεῖτο κατὰ τὴν ἔκθεσιν αὐτῶν, ἀλλὰ πρὸς μη̄ λα′ νε″. Καὶ ἦν ἂν ἡ ἀφαίρεσις καὶ ἡ κατάληψις ἀκολούθως τῇ ἔμπροσθεν ἡμῖν εἰρημένῃ ἐφόδῳ· ἀκολούθως γὰρ ταῖς γραμμικαῖς ἐνταῦθα δείξεσι, τοῦ πρώτου λόγου ἀφαιρουμένου, ὁ δεύτερος κατελαμβάνετο. Ὅθεν ἀπὸ ὁμοίου φαίνεται τὴν ἀφαίρεσιν καὶ τὴν κατάλειψιν τοῦ λόγου ποιησάμενος.

Ἀποδείξας τὴν λ̄ μοιρίαν τοῦ ζωδιακοῦ, τὴν ἀπὸ τῆς κοινῆς τομῆς αὐτοῦ τε καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, πόσοις χρόνοις τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας, ἤτοι συνανέρχεται τὸν ὁρίζοντα, ἢ συνεξέρχεται τὸν μεσημβρινὸν κατὰ πᾶσαν οἴκησιν, τουτέστι συμμεσουρανεῖ, ἑξῆς βούλεται δεῖξαι ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς τῇ αὐτῇ ἀποδείξει προσχρώμενος, καὶ τὴν ξ̄ μοιρίαν τοῦ ζωδιακοῦ ἀπὸ τῆς αὐτῆς κοινῆς τομῆς, πόσαις συναναφέρονται ἢ συμμεσουρανοῦσι πανταχοῦ; καὶ φησίν· Ἔστω οὖν πάλιν ἡ ΕΗ τοῦ ζωδιακοῦ περιφέρεια, μοιρῶν ξ̄, καὶ δέον ἔστω εὑρεῖν τὴν ΕΘ τοῦ ἰσημερινοῦ περιφέρειαν πόσων ἐστὶ μοιρῶν. Διὰ τὰ αὐτὰ οὖν ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΒ, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΒΑ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΖΗ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΗΘ, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΘΕ, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΕΑ. Ἀλλ' ἡ μὲν τῆς ΖΒ διπλῆ, διὰ τὰ εἰρημένα, μοιρῶν ἐστιν ρλϐ ιζ′ κ″, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα, τμημάτων ρθ̄ μδ′ νγ″, ἡ δὲ τῆς ΒΑ διπλῆ

μοιρῶν ἐστι μζ̄ μβ′ μ″, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα μη̄ λα′ νε″· ἡ δὲ τῆς ZH διπλῆ, ρλη̄ νε′, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα, ριβ̄ κγ′ νς″· ἡ δὲ τῆς HΘ διπλῆ μοιρῶν μᾱ ō ιη″, καὶ ἡ ὑπ' αὐτὴν εὐθεῖα, μβ̄ α′ μη″. Δέδοται δὲ ἡ HΘ περιφέρεια ἐκ τοῦ τῆς λοξώσεως κανονίου (λόξωσις γὰρ ἐστὶ μοιρῶν ζ̄)· διὸ καὶ λοιπὴ ἡ ZH δίδοται. Ἐὰν οὖν πάλιν ἀπὸ τοῦ τῶν ρθ̄ μδ′ νγ″ πρὸς τὰ μη̄ λα′ νε″ λόγου ἀφέλωμεν τὸν τῶν ριβ̄ κγ′ νς″ πρὸς τὰ μβ̄ α′ μη″, καταλειφθήσεται ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς EΘ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς EA λόγος, ὁ τῶν ξε̄ β′ μ″ πρὸς τὰ ριβ̄ κγ′ νς″. Καὶ εἰ μὲν ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς EA τμημάτων ἦν ριβ̄ κγ′ νς″, καὶ ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΘE τῶν αὐτῶν ἦν ξε̄ β′ μ″. Ἀλλ' ἐπεὶ ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς EA ἐστὶ ρκ̄, μεταγάγομεν πάλιν τὸν λόγον εἰς τὸν ρκ̄, καὶ εὕρομεν τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς EΘ, ρᾱ κη′ κ″· ὥστε καὶ ἡ ἐπ' αὐτῆς περιφέρεια, τουτέστιν ἡ διπλῆ τῆς ΘE, ἔσται ἐκ τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν ριε̄ κη′ ἔγγιστα· ἧς τὴν ϛ″, ἣ εὐθεῖαν αὐτὴν τὴν ΘE, ἕξομεν νδ̄ μδ′, αἵτινες συμμεσουρανήσουσι ταῖς ξ̄ μοίραις τοῦ ζωδιακοῦ.

Καὶ ἐνταῦθα δὲ πάλιν πολλαπλασιάσαντες τὰ μβ̄ α′ μη″ ἐπὶ τὸν ρθ̄ μδ′ νγ″, καὶ μερίσαντες περὶ τὸν μη̄ λα′ νε″, εὑρίσκομεν τὸν ξε̄ β′ μ″· καὶ γίνεται ὡς ρθ̄ μδ′ νγ″ πρὸς μη̄ λα′ νε″, οὕτως ξε̄ β′ μ″ πρὸς μβ α′ μ″· καὶ μέσου ὅρου λαμβανομένου τοῦ ριβ̄ κγ′ νς″, ὁ τῶν ξε̄ β′ μ″ πρὸς τὰ μβ̄ α′ μη″ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῶν ξε̄ β′ μ″ πρὸς τὰ ριβ̄ κγ′ νς″, καὶ τοῦ τῶν ριβ̄ κγ′ νς″ πρὸς τὰ μβ̄ α′ μ″. Καὶ ἐὰν πάλιν ἀπὸ τοῦ τῶν ρθ̄ μδ′ νγ″ πρὸς τὰ μη̄ λα′ νε″ λόγου, τουτέστι τοῦ τῶν ξε̄ β′ μ″ πρὸς

est de 47ᵈ 42′ 40″, et sa corde est de 48ᵖ 31′ 55″; le double de l'arc ZH est de 138 55′ 42″, et sa corde est de 112ᵖ 23′ 56″; le double de l'arc HT est de 41ᵈ 0′ 18″, et sa corde est de 42ᵖ 1′ 48″. Or l'arc HT est donné par la table d'obliquité, car il est l'arc d'inclinaison de 60 degrés, l'arc restant ZH est donc donné. Partant, si encore de la raison de 109ᵖ 44′ 53″ à 48ᵖ 31′ 55″, nous ôtons la raison de 112 23′ 56″ à 42ᵖ 1′ 48″, restera la raison de la corde du double de ET à la corde du double de EA, laquelle est celle de 95ᵖ 2′ 40″ à 112ᵖ 23′ 56″. Et si la corde du double de EA étoit de 112ᵖ 23′ 56″, la corde du double de TE seroit de 95ᵖ 2′ 40″. Mais parce que la corde du double de EA est de 120 parties, nous transformons la raison de manière que EA y soit 120, et nous trouvons la corde du double de l'arc ET, de 101ᵖ 28′ 20″. Ainsi, son arc, c'est-à-dire le double de TE, sera, par la table des cordes, de 115ᵈ 28′ à peu près, et sa moitié 57ᵈ 44′, arc de l'équateur, qui passera au méridien avec l'arc de 60 degrés du zodiaque.

Puis ici encore multipliant 42ᵖ 1′ 48″ par 109ᵖ 44′ 53″, et divisant par 48ᵖ 31′ 55″, nous trouvons 95ᵖ 2′ 40″. Or 109ᵖ 44′ 53″ sont à 48ᵖ 31′ 55″, comme 95ᵖ 2′ 40″ sont à 42ᵖ 1′ 40″. Et prenant l'intermédiaire 112ᵖ 23′ 56″, la raison de 95ᵖ 2′ 40″ à 42ᵖ 1′ 4″ est composée de la raison de 94ᵖ 2′ 40″ à 112ᵖ 23′ 56″, et de la raison de 112ᵖ 23′ 56″ à 42ᵖ 1′ 48″. Si donc encore de la raison 109ᵖ 44′ 53″ à 48ᵖ 31′ 55″, c'est-à-dire de la raison de 95ᵖ 2′ 40″ à 42ᵖ 1′ 48″, nous ôtons la raison de 112ᵖ 23′ 56″ à 42ᵖ 1′ 4″, restera la raison de

95ᵖ 2′ 4″ à 112ᵖ 23′ 56″. Transformant celle-ci en une raison égale où entre le nombre 120, selon ce que nous avons dit, nous trouverons la même raison de 101ᵖ 28′ 20″ à 120ᵖ.

Ayant ainsi démontré que 60 degrés du zodiaque, comptés depuis l'équateur (qui sont deux dodécatémories du cercle oblique entier dont 30 degrés sont la douzième partie), passent au méridien avec 57ᵈ 44′ de l'équateur, la première dodécatémorie traversant avec 27ᵈ 50′ de l'équateur, la seconde traverse donc avec 29ᵈ 54′. Et puisque tout le quart de cercle du zodiaque traverse avec celui de l'équateur, et qu'il est composé de trois dodécatémories faisant ensemble 90 degrés, il s'ensuit que la troisième passe au méridien avec les 32ᵈ 16′ restants des 90ᵈ de l'équateur .Il est évident que dans cette figure, nous trouvons par la même méthode, les arcs de l'équateur qui passent au méridien avec les arcs du zodiaque de dix en dix degrés, attendu que l'on n'apperçoit pas que les arcs plus petits soient sensiblement différents de ce qu'ils seroient s'ils croissoient uniformément. Ainsi, par exemple, dix degrés du bélier se trouvant par le calcul monter ou médier avec 9ᵈ 10′ de l'équateur, si nous voulons savoir combien de temps de l'équateur passent au méridien avec cinq degrés du bélier, nous prenons proportionellement la moitié de 9ᵈ 10′, laquelle est 4ᵈ 35′, et nous disons que ce nombre est synchronique aux 5 degrés du bélier. Car si nous voulons les calculer

τὰ ριβ̄ κγ́ νς̄″, ἀφέλωμεν τὸν τῶν ριβ̄ κγ́ νς̄″ πρὸς τὰ μβ̄ ά μ́″, καταλειφθήσεται ὁ τῶν ξ̄ε̄ β́ μ́″ πρὸς τὰ ριβ̄ κγ́ νς̄″· ὃν μεταλαβόντες εἰς τὸν ρκ̄, ὃι' ἣν εἴπομεν αἰτίαν, εὑρήσομεν αὐτῷ τὸν αὐτὸν τὸν ρᾱ κή″ πρὸς τὰ ρκ̄.

Δείξας οὖν πάλιν ὅτι ταῖς ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ τοῦ ζωδιακοῦ μοίραις ξ̄ (αἵ τινες εἰσὶ δύο δωδεκατημόρια τοῦ ὅλου κύκλου, διὰ τὸ δυοδεκάκις τοῦ ὅλου κύκλου εἶναι λ̄) συγχρονοῦσι τοῦ ἰσημερινοῦ τμήμασι νζ̄ μδ́, ὧν τὸ πρῶτον συνεχρόνει τμήμασιν κζ̄ ν́, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ δεύτερον συγχρονήσει μοιρῶν κθ̄ νδ́. Καὶ ἐπεὶ ὅλον τὸ τοῦ ζωδιακοῦ τεταρτημορίου ὅλῳ τῷ τοῦ ἰσημερινοῦ τεταρτημορίῳ συγχρονεῖ, τὸ δὲ τεταρτημόριον, τριῶν μὲν ἐστὶ δωδεκατημορίων, μοιρῶν δὲ ϟ, καὶ τὸ τρίτον ἄρα τοῦ ζωδιακοῦ δωδεκατημόριον, συγχρονήσει τοῖς λοιποῖς μετὰ τοὺς νζ̄ μδ́ χρόνοις τοῦ ἰσημερινοῦ, εἰς τοὺς ϟ̄ χρόνους λβ̄ ις́. Καὶ δῆλον ὅτι ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς τῇ αὐτῇ ἀποδείξει κατακολουθοῦντες, καὶ τὰς ταῖς κατὰ δεκαμοιρίαις τοῦ ζωδιακοῦ συγχρονούσας τοῦ ἰσημερινοῦ περιφερείας εὑρίσκομεν, διὰ τὸ τὰς ἔτι τούτων ἐλάττονας μηδενὶ ἀξιολόγῳ διαφέρειν τῶν καθ' ὁμαλὴν παραύξησιν ἐπιβαλλόντων παρὰ τὰ γραμμικά· οἷον, ἐπεὶ τῇ δεκαμοιρίᾳ τοῦ κριοῦ εὑρίσκομεν διὰ τῶν γραμμικῶν συναναφερομένους, ἤτοι συμμεσουρανοῦντας τοῦ ἰσημερινοῦ χρόνους ϑ̄ ί, ἐὰν τοὺς τῆς ε̄ συναναφερομένους ὁμοίως χρόνους ἐπὶ τοῦ κριοῦ εὑρίσκομεν, λαμβάνομεν ἐξ ἀναλόγου τὰς ϛ″ τῶν ϑ̄ ί, ἤτοι δ̄ λέ́, καὶ τοσαύτας λέγομεν συγχρονεῖν ταῖς τοῦ κριοῦ μοίραις ε̄· ἐπεὶ καὶ ἐὰν διὰ τῶν γραμμικῶν πάλιν τὰς ταῖς ε̄ μοίραις συν-

ἀναφερομένας θελήσωμεν ἐπιλογίσασθαι, τοσαύτας ἔγγιστα εὑρήσομεν. Ἐκτίθεται οὖν καὶ τούτων κανονογραφίαν, πρὸς τὸ πάλιν ἐκ προχείρου ἔχειν ἡμᾶς παραλαμβάνειν εἰς τὰς κατὰ μέρος ἐπισκέψεις, πόσοις χρόνοις ἰσημερινοῖς τὰ διδόμενα τοῦ ζωδιακοῦ τμήματα, ἤτοι συνανέρχεται τὸν ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας ὁρίζοντα, ἢ συνεξέρχονται πανταχοῦ τὸν μεσημβρινὸν, ὡς ἔφαμεν τὴν ἀρχὴν τῆς ἐν τῷ κανόνι ἐκθέσεως ἀπὸ τῆς πρὸς τῷ ἐαρινῷ γινομένης τομῆς τοῦ ζωδιακοῦ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ποιησάμενος, τουτέστιν ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τοῦ κριοῦ, καὶ ἔτι τὰς παραυξήσεις τῶν τοῦ ζωδιακοῦ τμημάτων κατὰ δεκαμοιρίαν ἐκθέμενος. Εὑρίσκει δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων ἐπιλογισμῶν, τῇ μὲν πρώτῃ δεκαμοιρίᾳ, τῇ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τοῦ κριοῦ συναναφερομένους ἢ συμμεσουρανοῦντας τοῦ ἰσημερινοῦ χρόνους ϡ ι', τῇ δευτέρᾳ, ϡ ιε'· τῇ τρίτῃ, ϡ κε'. Ὡς συνάγεσθαι τοὺς μεσουρανοῦντας χρόνους, τῷ τοῦ κριοῦ δωδεκατημορίῳ κξ ν', τῇ δὲ τετάρτῃ δεκαμοιρίᾳ, ἥτις ἐστὶ πρώτη τοῦ ταύρου, θ μ'· τῇ δὲ πέμπτῃ, ἥτις ἐστὶ δευτέρα τοῦ ταύρου, θ νή· τῇ δὲ ἕκτῃ, τρίτῃ δὲ τοῦ ταύρου, ι ις, ὡς συνάγεσθαι καὶ τοὺς μεσουρανοῦντας χρόνους τῷ τοῦ ταύρου δωδεκατημορίῳ κθ νδ'· τὴν δὲ ἑβδόμην ι μοῖραν, πρώτην δὲ τῶν διδύμων, χρόνους ι λδ'· τῇ δὲ ὀγδόῃ, δευτέρᾳ δὲ τῶν διδύμων, ι μζ'· τῇ δὲ ἐνάτῃ, τρίτῃ δὲ τῶν διδύμων, ι νε', ὡς συνάγεσθαι πάλιν καὶ τοὺς τούτου τοῦ δωδεκατημορίου λθ ις' χρόνους· ὅλου δὲ τοῦ τεταρτημορίου, ϟ.

Καὶ ἔστιν αὐτόθεν φανερὸν, ὅτι καὶ ἡ τῶν λοιπῶν τεταρτημορίων τάξις ἡ αὐτὴ τυγχάνει, πάντων καθ' ἕκαστον τῶν αὐτῶν συμβαινόντων, διὰ τὸ τὴν σφαῖραν ὀρθὴν ὑποκεῖσθαι, ἐπει-

par le moyen de la figure, nous trouverons les mêmes nombres à très-peu près. Ptolemée les expose en forme de table, pour nous aider à trouver promptement en combien de temps de l'équateur les arcs donnés du zodiaque traversent l'horizon, ou passent au méridien, pour tous les lieux qui ont la sphère droite, en commençant comme nous l'avons dit, sa table au point d'intersection du zodiaque et de l'équateur, c'est-à-dire au premier point du bélier, et en y donnant les arcs du zodiaque croissants de dix en dix degrés. Il trouve par les calculs qu'il a développés, qu'avec la première décamorie (dixaine de degrés), qui est la portion ou le segment qui commence au premier point du bélier, montent ou médient 9 temps 10′ minutes de l'équateur; avec la seconde, 9ᵗ 15′; avec la troisième, 9ᵗ 25′; qui font 27 temps 50 minutes traversant le méridien avec la dodécatémorie du bélier; avec la quatrième décamorie qui est la première du taureau, 9ᵗ 40′; avec la cinquième qui est la seconde du taureau, 9ᵗ 58′; avec la sixième qui est la troisième du taureau, 10ᵗ 16′, qui font 29 temps 54 minutes passant au méridien avec la dodécatémorie du taureau; avec la septième décamorie qui est la première des gémeaux, 10ᵗ 34; avec la huitième, seconde des gémeaux, 10ᵗ 47′; avec la neuvième, troisième des gémeaux, 10ᵗ 55′, qui font pour cette dodécatémorie, 32 temps 16 minutes, et ensemble les temps du quart de cercle.

Il est évident par soi-même que tout se passe dans le même ordre pour les autres quarts de la circonférence, tout étant disposé de la même manière en chacun

d'eux. Nous supposons toujours que la sphère est droite; en effet dans la présente figure (86) décrivons le demi-cercle KEL du zodiaque, de sorte que E soit le point équinoxial du printems, B le point tropique d'hiver, et D celui d'été; que E étant le point équinoxial d'automne, K soit le point tropique d'été, et L le point tropique d'hiver, et que le demi-cercle BED s'étende depuis le premier point du capricorne jusqu'au premier point du cancer, et KEL depuis le premier point du cancer jusqu'au premier point du capricorne; puis décrivons le demi-cercle ZHTP. Chacun des arcs EB, EA, EK, sera un quart de cercle, parce que le cercle ABGD en passant par leurs poles, coupe en deux parties égales les demi-cercles interceptés. C'est pourquoi, puisque les deux arcs BE, EA, sont égaux aux deux EA, EK, et que la base BA est égale à la base AK, il s'ensuit que l'angle BEA est égal à l'angle AEK, suivant la raison des côtés homologues coïncidens chacun à chacun. Mais les angles en T sont droits, et ET commun aux trilatères, ainsi ils sont parfaitement égaux l'un à l'autre, suivant la même raison des parties homologues qui coïncident exactement l'une sur l'autre, comme Ménélas l'a prouvé dans ses sphériques. Donc l'arc EH du cercle oblique est égal à l'arc EM du même cercle, et l'arc HT d'obliquité est par conséquent égal à l'arc HT d'obliquité aussi. Et il est évident que les deux arcs EH, EM, s'étendant à une distance égale de part et d'autre de l'équateur, ils passent au méridien avec des segmens égaux de l'équateur. Car si nous décrivons le demi-cercle ZEP de l'horizon, et par les points H et M les arcs HR, MS, parallèles à l'équateur, l'arc RH marchera avec l'arc EH, et SM avec EM. Mais cha-

ὅπερ ἐὰν, ἐκτεθείσης τῆς ἐπάνω καταγραφῆς, γράψωμεν καὶ τὸ ΚΕΛ τοῦ ζωδιακοῦ ἡμικύκλιον, ὥστε τοῦ μὲν Ε σημείου ἐαρινοῦ ὑποκειμένου, τὸ μὲν Β γίνεσθαι χειμερινὸν τροπικὸν, τὸ δὲ Δ θερινόν· τοῦ δὲ Ε πάλιν μετοπωρινοῦ ὑποκειμένου, τὸ μὲν Κ γίνεσθαι θερινὸν, τὸ δὲ Λ χειμερινόν· καὶ τὸ μὲν ΒΕΔ ἡμικυκλίου γίνεσθαι ἀπ' ἀρχῆς παρθένου ἐπὶ ἀρχὴν καρκίνου, τὸ δὲ ΚΕΛ ἀπ' ἀρχῆς καρκίνου ἐπὶ ἀρχὴν αἰγόκερω, καὶ ἀναπληρώσωμεν τὸ ΖΗΘΠ ἡμικύκλιον, ἑκάτη μὲν τῶν ΕΒ, ΕΑ, ΕΚ, τεταρτημορίου ἔσται, διὰ τὸ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, διὰ τῶν πόλων αὐτῶν τυγχάνοντα, δίχα τέμνειν τὰ ἀπολαμβανόμενα αὐτῶν ἡμικύκλια. Καὶ διὰ τοῦτο ἐπεὶ δύο αἱ ΒΕ, ΕΑ, δυσὶ ταῖς ΕΑ, ΕΚ ἴσαι εἰσὶν, ἀλλὰ καὶ βάσις ἡ ΒΑ, βάσει τῇ ΑΚ ἴσῃ. Γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΑ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΕΚ ἴση ἐστὶ, κατὰ τὸν τῶν ἐφαρμοζόντων λόγον. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τῷ Θ γωνίαι ὀρθαὶ, καὶ κοινὴ τῶν δύο τριπλεύρων ἡ ΕΘ, καὶ πάντα πᾶσιν ἴσα κατὰ τὸν τῶν ἐφαρμοζόντων ὁμοίως λόγον, ὡς καὶ ὁ Μενέλαος ἐν τοῖς σφαιρικοῖς. Ἴση ἄρα ἡ μὲν ΕΗ τοῦ διὰ μέσων τῇ ΕΜ τοῦ αὐτοῦ κύκλου, ἡ δὲ ΗΘ δηλονότι τῆς λοξώσεως τῇ ΘΜ ὁμοίως τῆς λοξώσεως. Καὶ φανερὸν ὅτι ἑκατέρα τῶν ΕΗ, ΕΜ, ἴσον ἀπέχουσα τοῦ ἰσημερινοῦ, τοῖς ἴσοις τοῦ ἰσημερινοῦ τμήμασι συναναφέρεται. Ἐπειδήπερ ἐὰν γράψωμεν καὶ τὸ ΖΕΠ τοῦ ὁρίζοντος ἡμικυκλίου, καὶ διὰ τῶν Η καὶ Μ σημείων παραλλήλους τῷ ἰσημερινῷ γράψομεν τὰς ΗΡ, ΜΕ περιφερείας, ἡ μὲν ΡΗ τῇ ΕΗ συναπενεχθήσεται, ἡ δὲ ΣΜ τῇ ΕΜ. Ἀλλὰ

ἑκατέρα τῶν PH, ΣM τῇ EΘ, ὅμοιαι γὰρ, καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν EH, EM τῇ EΘ ἴσῃ οὔσῃ συνανενεχθήσεται.

cun des arcs RH, SM, marchera avec ET, car ils sont semblables, donc chacun des arcs EH, EM, marchera avec l'arc égal ET.

Ἢ καὶ ὅτι πάλιν εἰς δύο τὰς ΠA, AE, δύο γεγραμμέναι εἰσὶν, αἱ ΠΘ, EK, τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ M, καὶ ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΠK πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς KA, ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ZB πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς BA λόγῳ σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΠM πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς MΘ, τοῦ αὐτοῦ ὄντος τῷ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ZH πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς HΘ, καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ΘE, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς EA, ἐν ἑκατέρᾳ τοῦ αὐτοῦ τυγχάνοντος, ὡς καὶ ἐφ' ἑκατέρας τῶν καταγραφῶν, τὴν EΘ περιφέρειαν καταλαμβάνεσθαι συναναφερομένην ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας ἑκατέρα τῶν HE, EM τοῦ ζωδιακοῦ ἴσων περιφερειῶν. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ κἂν τὴν EZ ἴσην τῇ EH ἀπολαβόντες γράψωμεν τὸ ZΞNΠ ἡμικύκλιον, καὶ τὴν EO ἴσην τῇ EΘ οὖσαν εὑρήσομεν, διὰ τὸ καὶ τὰς πρὸς τῷ E γωνίας ἴσας εἶναι, τῶν AB, ΓΔ περιφερειῶν ἴσων οὐσῶν, καὶ ἑκατέρα τῶν EΞ, EN συναναφερομένων. Καὶ ἔστιν αὐτόθεν φανερὸν, ὡς ἔφαμεν, ὅτι καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τριῶν τεταρτημορίων τῇ αὐτῇ τάξει κατακολουθοῦντες, τὰς αὐτὰς συναναφορὰς καταληψόμεθα ἐπὶ τῶν ἴσων ἀπὸ τῶν ἰσημερινῶν τοῦ ζωδιακοῦ περιφερειῶν, διὰ τὸ τὰς ZΘ, ΘE, ΠΘ, ΠE, διὰ τῶν πόλων οὔσας ἰσοδυναμεῖν τῷ ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας ὁρίζοντι.

Ou bien, comme aux deux arcs PA, AE, sont menés les deux PT, EK qui s'entrecoupent en M, la raison de la corde du double de PK à la corde du double KA, étant la même que la raison de la corde du double de ZB à la corde du double de BA, est composée de la raison de la corde du double de PM à la corde du double de MT, qui est la même que la raison de la corde du double de ZH à la corde du double de HT, et de la raison de la corde du double de TE à la corde du double de EA, la même raison étant dans chacuns, de sorte que dans l'une et l'autre figure, l'arc ET, se trouve passer au méridien dans la sphère droite, avec les arcs HE, EM égaux du zodiaque. Pour ces raisons, si prenant l'arc EZ égal à l'arc EH, nous décrivons le demi-cercle ZXNA, nous trouverons l'arc EO égal à l'arc ET, parce que les angles en E sont égaux, les arcs AB, GD, étant égaux, et les arcs EX, traversant le méridien ensemble. Il résulte donc clairement de tout cela, comme nous l'avons dit, qu'en suivant le même ordre pour les trois autres quarts de cercle, nous trouverons les mêmes coascensions des mêmes arcs du zodiaque depuis les points équinoxiaux, attendu que les arcs ZT, ZE, PT, PE, passant par les poles font la même chose que l'horizon dans la sphère droite (1).

(1) Théophile omet le paragraphe suivant qui paroît être une note intruse relative à la figure 48. Porta n'a pas manqué de la traduire.

Comme dans celle des figures précédentes qui représente la divison d'un arc par moitié, nous avons décrit sur le diamètre AG le demi-cercle ABG, l'ayant divisé en demi-degrés, si nous prenons GB de $1\frac{1}{2}$, et GD de $\frac{1}{2}$, et que nous joignions les droites GB, GD, et les droites AB, AD, et que prenant AE égale à AB, nous abaissions de D, la perpendiculaire DZ sur AG, GB étant donnée, BA, c'est-à-dire AE est aussi donnée, et par conséquent EG sera donnée. Mais la raison de EG à GZ n'est pas donnée, comme quand l'arc GB étant coupé par le milieu, on avoit la moitié ZG de EG, puisque si nous prenions l'arc DH égal à l'arc GD, et si nous joignions AH, HD, en faisant AT égale à AH, ZG sera moitié de GT qui n'est pas donnée. Ainsi GZ n'étant pas donnée, le produit de AG par GZ, c'est-à-dire le carré de GD n'est pas donné, ni la droite GD qui soutend la moitié.

Pour prouver que les arcs du cercle oblique passent simultanément avec les mêmes temps ou segmens de l'équateur, par le méridien, pour tous les lieux terrestres, et par l'horizon dans la sphère droite, soit, (Fig. 86) ABGD le méridien, BED un demi-cercle de l'horizon dans la sphère droite, AEG un autre de l'équateur, ZHT un autre du cercle oblique, et décrivons par le point K le segment KD d'un parallèle à l'équateur. Puisque l'horizon BED passe par les poles de la sphère, KL est donc semblable à EA. Par conséquent HA est plus grand qu'il ne faut pour être semblable à

Ἐπειδήπερ κἂν ἐπὶ τῆς ἔμπροσθεν ἐπὶ τῆς διχοτομίας ἐκτεθειμένης καταγραφῆς, ἐγγράψωμεν ἐπὶ τῆς ΑΓ διαμέτρου, ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἔχοντες αὐτὸ διηρημένον κατὰ ἡμιμοίριον, ἀπολαβόντες τὴν μὲν ΓΒ μοῖρας $\bar{\alpha}$ $\bar{\varsigma}''$, τὴν δὲ ΓΔ ἡμιμοιρίας, ἐπιζεύξωμεν τὰς ΓΒ, ΓΔ, καὶ ἔτι τὰς ΑΒ, ΑΔ, καὶ ἀπολαβόντες τῇ ΑΒ ἴσην τὴν ΑΕ, κάθετον ἐπὶ τὴν ΑΓ ἀπὸ τοῦ Δ ἀγάγωμεν τὴν ΔΖ. Ἐπεὶ δοθείσης τῆς ΓΒ, δίδοται καὶ ἡ ΒΑ, τουτέστιν ἡ ΑΕ, καὶ λοιπὴ ἡ ΕΓ δοθήσεται. Οὐκέτι δὲ καὶ ὁ τῆς ΕΓ πρὸς ΓΖ λόγος δίδοται καθάπερ ἐπὶ τῆς διχοτομίας τῆς ΓΒ περιφερείας, ἡμίσεια κατελαμβάνετο ἡ ΖΓ της ΕΓ. Ἐπειδήπερ ἐὰν ἴσην τῇ ΓΔ περιφερείᾳ ἀπολάβωμεν τὴν ΔΗ, καὶ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΑΗ, ΗΔ, ἴσην τῇ ΑΗ. Ἀπολαβόντες τὴν ΑΘ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΑΘ, ἡμίσεια γενήσεται ἡ ΖΓ της ΓΘ μὴ δεδομένης. Διὸ, της ΓΖ μὴ δεδομένης, οὐδὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΖ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ δοθήσεται δηλαδὴ, οὐδὲ αὐτὴ ἡ ΓΔ εὐθεῖα ὑποτείνουσα τὸ ἡμιμαίριον.

Ὅτι δὲ τοῖς αὐτοῖς χρόνοις, ἤτοι τμήμασι τοῦ ἰσημερινοῦ τὰ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων τμήματα διελεύσεται, τόν τε ἰσημερινὸν πανταχοῦ, καὶ τὸν ἐπ' ὀρθης της σφαίρας ὁρίζοντα, οὕτω δεικτέον· ἔστω μεσημβρινὸς μὲν κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τῶν ἡμικυκλίων τοῦ μὲν ἐπ' ὀρθης της σφαίρας ὁρίζοντος τὸ ΒΕΔ, ἰσημερινοῦ δὲ, τὸ ΑΕΓ, τοῦ δὲ διὰ μέσων, τὸ ΖΗΘ, καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ Κ παράλληλον τῷ ἰσημερινῷ τὸ ΚΛ τμῆμα· καὶ ἐπεὶ ὁ ΒΕΔ ὁρίζων διὰ τῶν πόλων ἐστὶ της σφαίρας, ὁμοία ἄρα ἡ ΚΛ τῇ ΕΑ· ἡ ἄρα ΗΑ μείζων ἐστὶν, ἢ ὁμοία τῇ ΚΛ. Κείσθω τῇ ΚΛ

ὁμοία ἡ HM, ἐν ᾧ ἄρα τὸ K ἐπὶ τὸ Λ, ἐν τούτῳ καὶ τὸ H ἐπὶ τὸ M, καὶ ἕξει ἡ KH τοῦ ζωδιακοῦ περιφέρεια τὴν της ΛM θέσιν. Καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν EA, HM, ὁμοία ἐστὶ τῇ KΛ, καὶ ἡ EA ἄρα ὁμοία ἐστὶ τῇ HM, ἴση ἄρα ἡ KM τῇ EA. Καὶ κοινης ἀφαιρεθείσης της EM, λοιπὴ ἡ EH λοιπῇ τῇ MA ἐστὶν ἴση. Καὶ τῇ μὲν EH τοῦ ἰσημερινοῦ συνανέρχεται ἡ HK τοῦ ζωδιακοῦ τὸν ὁρίζοντα, τῇ δὲ MA τοῦ ἰσημερινοῦ συνεξέρχηται τὸν μεσημβρινὸν ἡ ΛM τοῦ ζωδιακοῦ, ὥστε τοῖς αὐτοῖς τοῦ ἰσημερινοῦ χρόνοις τὰ τοῦ διὰ μέσων τμήματα διελεύσεται, τόν τε μεσημβρινὸν πανταχῆ καὶ τὸν ἐπ' ὀρθης της σφαίρας ὁρίζοντα.

l'arc KL, supposons HM semblable à KL, alors si l'on pose K sur L, et H sur M, par cette superposition, l'arc KH du zodiaque prendra la position LM. Et puisque chacun des arcs EA, HM est semblable à l'arc KL, l'arc est aussi semblable à l'arc HM, et par conséquent HM est égal à EA. Otant donc l'arc commun EM, restent les arcs égaux EH et MA. Or l'arc HK du zodiaque traverse l'horizon avec l'arc EH de l'équateur, et l'arc LM du zodiaque passe au méridien avec l'arc MA de l'équateur; donc les segmens du cercle oblique traverseront, avec les mêmes tems de l'équateur, le méridien pour tous les lieux terrestres, et l'horizon dans la sphère droite.

ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ.

FIN DU PREMIER LIVRE.

L'application que j'ai faite, sous le médaillon qui est en tête de ce volume, des deux vers tirés de l'hymne de S. Remi (Brev. de Reims), est justifiée par les paragraphes des pages 7, 8, 9, 18, 19 de la lettre pastorale publiée à Paris le 9 octobre 1819. H.

NOTES.

Epitre dédicatoire.

Ce que j'ai dit de la commission donnée par le concile de Nicée à l'évêque d'Alexandrie, de s'informer auprès des astronomes de cette ville, du jour précis de l'équinoxe pour la détermination du jour de la fête de pâques en chaque année, est confirmé par l'inscription suivante gravée au dessous de la pyramide de la méridienne de Saint-Sulpice à Paris :

« Quod S. Martyr et episcopus Hippolytus adorsus est, quod concilium Nicænum patriarchæ Alexandrino demandavit, quod patres Constantienses et Lateranenses sollicitos habuit, quod inter Romanos pontifices Gregorius XIII et Clemens XI incredibili labore et adhibita peritiorum astronomorum industria conati sunt, hoc æmulatur stylus iste cum subducta linea meridiana et puncto æquinoxiali certis periodorum solarium indicibus. »

Mon quatrième volume intitulé : Hypothèses de Ptolemée, contient à la fin du discours préliminaire, les preuves de cette commission donnée par le concile de Nicée à l'évêque d'Alexandrie.

Alexandrie en devenant chrétienne, dès le premier siècle de l'église, avoit reçu un évêque et une école que Saint Clément dans le deuxième siècle, et Origène dans le troisième rendirent célèbre. Elle profita de la culture de l'astronomie dans cette ville, pour régler le calendrier des fêtes mobiles. Cette école chrétienne fut anéantie, comme celle des payens, par la prise d'Alexandrie et l'incendie de sa bibliothèque sous le calife Omar dans le septième siècle.

Ammonius d'Alexandrie, philosophe chrétien et maître d'Origène et de Plotin, écrivit dans le troisième siècle ses commentaires sur la composition de Ptolemée, ils sont totalement perdus.

Les tables paschales de saint Hippolyte sont du second siècle, et dressées d'après celles que Clément d'Alexandrie avoit composées. Les disputes sur le vrai temps de la célébration de la fête de pâques firent éclore bien des écrits sur le calendrier. Le P. Petau en rapporte une partie dans son Uranologien.

Le romancier grec Achilles Tatius, mauvais abbréviateur d'astronomie, ne parlant pas des astronomes postérieurs à Hypsicle, ne peut appartenir qu'au troisième siècle, où vivoit l'évêque Pierre d'Alexandrie qui composa un canon paschal, et qui eut pour successeur Achillas qu'il avoit préposé à l'école chrétienne d'Alexandrie, et après celui-ci, Alexandre qui fut chargé par les pères du concile de Nicée, de faire savoir à toute l'église, d'après la réponse des astronomes d'Alexandrie, le jour de l'année auquel il falloit placer la célébration de la fête de pâques.

L'école chrétienne établie à Rome par le philosophe Saint Justin, l'apologiste de la religion, ne s'occupoit aucunement des sciences profanes. Aussi le Pape Victor s'en

rapportoit-il pour la détermination de la fête de pâques, aux évêques d'Orient.

Denis évêque d'Alexandrie, décida qu'elle suivroit l'équinoxe vernal. Anatolius d'Alexandrie, évêque de Laodicée, fit sur le cycle lunaire de 19 ans un canon pascal qui fut perfectionné ensuite par Eusèbe et Saint Cyrille, évêques d'Alexandrie.

Cinquante ans avant le concile de Nicée, l'empereur Aurélien, sous qui vécut Porphyre plus astrologue qu'astronome, avoit détruit le musée dans une révolte des habitans d'Alexandrie. Et depuis le second siége, le Sérapéum étoit devenu l'unique demeure des savans et le seul dépôt des livres de cette ville.

Ce fut donc en ce lieu, que Théon et Pappus, contemporains, sous le régne de Théodose le grand, professèrent l'astronomie, et qu'ils écrivirent leurs commentaires sur la composition de Ptolemée.

Discours préliminaire, page première.

Saint Augustin montre bien le mépris qu'il faisoit des prédictions des astrologues, quand il dit dans sa Cité de Dieu, que l'on ne peut attribuer qu'aux mauvais esprits celles qui se trouvent vérifiées par l'événement. Ces êtres malfaisans ne s'occupant, ajoute-t-il, que de fasciner les ames par de fausses et dangereuses idées d'influence des astres sur les destinées humaines, et non par quel ¡ue moyen certain d'horoscope, science vaine et illusoire. (1)

Ce grand évêque rapporte un fait curieux dans son cinquième livre de la Cité de Dieu. Il le cite pour prouver la vanité des prétendues prédictions des astrologues par les étoiles, sur les événemens de la vie au moment de la naissance. (2) « Cicéron disoit que le célèbre médecin Hippocrate avoit parlé dans ses écrits, de deux frères dont l'un tomboit malade en même temps que l'autre le devenoit. Le stoïcien Possidonius, fort adonné à l'astrologie, expliquoit cela par la constitution des astres qui avoit été la même au moment de la conception de ces deux enfans. Mais le médecin, présumant qu'ils étoient jumeaux, attribuoit cette disposition de leurs corps à la similitude du genre de vie depuis leur naissance, élevés et nourris de même, dans la même maison, sous les yeux des mêmes parens, faisant les mêmes exercices et usant de toutes les mêmes choses. L'opinion du médecin est plus croyable, ajoute Saint Augustin, puisqu'on voit des frères jumeaux qui élevés différemment et en des lieux différens, n'ont ni les mêmes passions ni le même tempérament, et n'éprouvent pas les mêmes accidens ni les mêmes affections en même temps.

Saint Augustin réfute ensuite l'argument, tiré de la roue du potier par Nigidius qui fut surnommé pour cela Figulus. Ce philosophe supposoit un potier qui en faisant tourner rapidement sa roue, touchoit deux fois au même instant avec une matière colorée,

(1) Non immeritò creditur, cum astrologi mirabiliter multa vera respondent, occulto instinctu fieri spirituum non bonorum, quorum cura est has falsas et noxias opiniones de astralibus fatis insererere humanis mentibus atque firmare, non horoscopi notati et inspecti aliqua arte quæ nulla est.

S. A. Augustini *Hipp. Episc. de civit. Dei L. v. C. vii.*

(2) Ce fait ne se trouve pas dans les ouvrages que nous avons de Cicéron et d'Hippocrate.

sur le même point, le vase qu'il façonnoit au tour; et il soutenoit qu'aussitôt que la roue cessoit de tourner, ce vase se trouvoit marqué de deux taches de couleurs, assez éloignées l'une de l'autre. Il en concluoit que deux frères jumeaux qui paroissoient naître en même temps, naissoient pourtant l'un après l'autre, et que la constitution ou l'aspect du ciel changeant pendant l'intervalle quoique très court de ces deux naissances, cela suffisoit aux astrologues pour rendre raison de la différence d'inclinations, de santé, de mœurs et d'aventures de ces deux jumeaux.

Saint Augustin répond avec beaucoup de justesse, que ce raisonnement est faux, en ce que, s'il étoit vrai, il prouveroit tout à la fois trop et trop peu : il prouveroit trop, parce que la grande diversité de fortune dans la vie des jumeaux n'est pas proportionnée au court intervalle qui sépare leur naissance, vu que les astrologues établissent l'identité de leur horoscope sur la durée d'une heure entière : il ne prouveroit pas assez, parce que la portion du ciel qui, par le mouvement de rotation sur l'axe, tourne pendant cet intervalle des deux naissances, est trop petite pour causer cette grande diversité, qui a été dans deux frères jumeaux, jusqu'à faire de l'un un homme libre et de l'autre un esclave. (1)

Cette vaine prétention de vouloir annoncer les évènemens futurs de la volonté contingente des hommes, par l'inspection du ciel, a fait mal-à-propos confondre les astronomes avec les astrologues, sous la dénomination commune de mathématiciens. Mais l'astronomie ne s'ingère pas de prédire les évènemens humains. Elle se borne à calculer les mouvemens des astres, pour marquer leurs places relatives dans le ciel, en un instant quelconque donné ; et à tous les faux argumens des astrologues qui sont cause de la persécution dirigée autrefois à Rome contre les mathématiciens confondus avec les diseurs de bonne aventure, elle répond que les constellations n'étant plus les signes par l'effet de la précession des équinoxes depuis un grand nombre de siècles, les prétendus horoscopes fondés sur l'identité des constellations et des signes qui n'en ont plus que les noms, portent à faux et sont nuls.

Cicéron dans son second livre *de Divinatione*, en prouvant que les étoiles n'ont eu aucune influence de prédestination sur le jour où Rome fut fondée, dit que Tarrutius Firmanus versé dans les calculs des Chaldéens, assuroit que ce jour fut le premier des *parilia*, lorsque la lune étoit dans la balance, et il exprime cette constellation par le mot *jugo* (2). Ce qui prouve que ce mot étoit usité à Rome, pour les serres du scorpion, avant le règne d'Auguste.

Théon n'a pas plus donné que Ptolemée dans les absurdités de l'astrologie. Il a commenté les deux derniers chapitres du 13^{e} livre de Ptolemée ; mais on a perdu cette partie de ses commentaires, et la traduction latine manuscrite de Viviani ne va que jusques vers la fin du x^{e} chap. du 9^{e} livre des commentaires de Théon. Le reste est de Teofili, ou de Viviani, mais plutôt du premier de ces deux interprètes latins.

(1) S. Aug. *ibid. C.* I, II, III. (2) *Ibid. L.* IV. *C.* 33.

Porta a traduit aussi en latin le premier livre du Commentaire de Théon, ainsi que le premier de Ptolemée. Mais sa traduction de Théon ne vaut pas celles de Saint-Clair et de Viviani : C'étoit un Napolitain habile dans les mathématiques, la médecine et l'histoire naturelle. Il tenoit chez lui des assemblées de savans, et chacun y apportoit des secrets pour les progrès de la médecine et des arts mécaniques, ce qui fit nommer ces assemblées, l'Académie des secrets. Porta en tira de quoi composer son livre de la magie naturelle, qui fit prohiber ces assemblées par ordre du pape. Porta est aussi l'auteur d'un traité de physionomie en latin, inférieur à celui d'Aristote; et d'un autre traité latin, mais plus curieux, sur l'art d'écrire en chiffres ou notes occultes, et de déchiffrer cette sorte d'écriture. Il mourut en 1515. Il étoit comme Gauric plus astrologue qu'astronome. Gauric, évêque de Civita Ducale, a fait quelques notes sur l'Almageste dans la version latine de George de Trebizonde. C'étoit aussi un Napolitain qui se mêloit de prédire par les astres. Mais il se trompa lourdement dans la prédiction qu'il fit à Henri II, roi de France, à qui il avoit promis l'empire du monde, et qui trouva la mort dans un tournoi.

Je n'ai pas parlé, dans ce que j'ai dit d'Archimède, du miroir ardent par lequel les écrivains grecs du Bas-Empire rapportent qu'il incendia du haut des remparts de Syracuse, la flotte romaine dans le port de cette ville. Ma raison est que les meilleurs historiens grecs et latins, tels que Polybe, Plutarque et Tite-Live qui n'oublient rien de ce qui peut faire honneur à ce grand géomètre, n'ont rien dit de ce fait. Il est donc fort douteux. Il est même presque impossible, à cause du mouvement continuel du soleil dans l'écliptique, ce qui empêcheroit de faire réfléchir ses rayons sur un point unique, à moins qu'on ne fît tourner du même mouvement, ce miroir qui devroit être d'une forme paraboloïde concave. D'ailleurs l'agitation perpétuelle des vaisseaux causée par celle des eaux de la mer, s'opposeroit encore à la fixité des rayons réfléchis en un seul et même foyer. Archimède n'a pas besoin de ce miroir pour sa gloire. Son arénaire seul qui est le principe de notre arithmétique décuple, qu'on prétend venue de l'Inde, suffiroit pour l'illustrer.

Page 62.

Voici une preuve plus aisée à entendre, pour ceux qui ne sont pas mathématiciens, que celle de Théon : Supposons la plus grande montagne d'une lieue de hauteur perpendiculaire. Les 360 degrés de la circonférence terrestre, de 25 lieues au degré, donnant 9000 lieues de tour, et 3000 de diamètre, la circonférence de la terre est donc 9000 fois plus grande que la hauteur de cette montagne. C'est pourquoi cette hauteur n'empêche pas plus la sphéricité de la terre, que la plus forte tubérosité granulée de l'écorce d'une orange, ne l'empêche d'être ronde. Car supposons cette tubérosité d'une demi-ligne de hauteur, et l'orange de 4 pouces de diamètre. La circonférence seroit donc d'un pied. Or un pied contient 288 demi-lignes. Cette petite tubérosité n'est donc égale qu'à la 288^{e} partie de la rondeur de l'orange. Or $\frac{1}{288}$ est une fraction plus forte

de l'unité que $\frac{1}{9000}$, par conséquent, puisqu'une hauteur égale à la 288e partie de la rondeur n'empêche pas cette rondeur, à bien plus forte raison la hauteur qui n'est que un neuf-millième de la rondeur, ne détruit pas cette rondeur ou sphéricité.

Le chorobate étoit tout-à-la-fois un niveau à pendules et un niveau d'eau. Perrault, l'architecte de la belle colonnade du Louvre, en a fait la description dans une note de sa traduction française de Vitruve. J'en donne ci-après, dans la planche IV, fig. 89, la représentation calquée sur celle que Perrault a fait graver d'après la description que Vitruve en a faite dans son huitième livre, chapitre sixième, en ces termes :

(1) « Le chorobate (F. 89) est composé d'une règle AA longue d'environ 20 pieds, de deux autres bouts de règle BD joints en équerre aux extrêmités de la règle en forme de coude, et de deux autres tringles qui sont entre la règle et les extrêmités des pièces coudées, sur lesquelles on marque des lignes perpendiculaires, et sur ces lignes pendent des plombs de chaque côté de la règle AA. L'usage du chorobate est que lorsque l'instrument sera placé, si les plombs touchent également les lignes qui sont marquées sur les tringles traversantes, ils feront voir que la machine est à niveau. Que si l'on craint que le vent empêche les plombs de s'arrêter pour faire connoître s'ils tombent sur la ligne perpendiculaire, il faudra creuser sur le haut de la règle un canal EE de la longueur de cinq pieds, large d'un doigt et creux d'un doigt et demi, et y verser de l'eau. Si l'eau touche également le haut des bords du canal, on ne pourra douter que le chorobate ne soit à niveau ; et par ce moyen, on pourra être assuré de la hauteur que l'eau a, et quelle sera sa pente ». VITRUVE, traduction *de Perrault, in-fol. p.* 254.

En effet, ainsi qu'Hesychius explique le mot χωροβατει par πιριπατει, le nom de χωροβατης reste sans doute aux pèse-liqueurs qu'on fit depuis, tels que celui qui est décrit par Synésius dans sa lettre à Hypatia, que je vais rapporter :

(2) « Je suis dans un tel besoin d'un hydroscope, qu'il faut que vous m'en fassiez faire un en cuivre ou que vous en achetiez un pour moi ; c'est un canal (cylindrique, selon Columelle), qui a la forme et la grandeur d'une flûte. Une ligne droite tracée sur sa longueur est divisée en plusieurs sections par lesquelles on reconnoît la pesanteur des eaux. Car l'une de ses extrêmités est terminée par un cône qui est joint au canal par une base commune. Ce cône est un petit poids qui sert à maintenir droite dans l'eau cette espèce de flûte, quand on l'y a plongée, et on peut y compter les divisions qui indiquent par leur nombre le poids de l'eau. »

(1) Le fruit chorobates étoit probablement un instrument en forme de poire ou de coing dont la section, de la queue à la tête, avait assez la forme d'un alpha. Le gros bout s'enfonçoit plus ou moins dans le liquide ; mais il était toujours en bas. Avant d'imaginer cet instrument, on s'est peut-être servi de quelque fruit semblable pour le même usage, et ce fruit restant droit dans le liquide où il sembloit marcher, quoique plus ou moins enfoncé, sans aller tout à fait au fond, on aura dit qu'il s'y promenoit comme sur un terrein uni, ou qu'il y restoit debout. Et delà, le nom de chorobate.

(2) Que Naogeorus prend mal à propos pour une horloge à eau, dans son édition grecque et latine des lettres de Synesius, à Bâle, chez Oporinus, 1559.

C'étoit donc une espèce de balance hydrostatique, comme l'assure Portus dans sa version latine des lettres de Synesius, publiée à Paris, avec le grec, en 1605, chez Morel. La règle, principale partie du chorobate, devoit être plus pesante que les autres parties de l'instrument, pour le tenir à la surface de l'eau, mais cette pesanteur ne devoit pas aller jusqu'à le faire enfoncer. Et c'est sans doute en cela que Synesius dit que son instrument doit ressembler au chorobate, car il en avoit la règle, dit le P. Pétau dans ses remarques sur les lettres de Synesius. Ce savant homme dit aussi que, pour le reste, il ne sait trop quel instrument Synesius a voulu désigner, mais qu'à coup sûr ce n'étoit pas une sorte de clepsydre, puisque dans les clepsydres on mettoit de l'eau, au lieu que l'instrument de Synesius se mettoit dans l'eau.

Page 33, *lig.* 8.

Pour entendre ce qu'a dit Zénodore dans son traité des figures isopérimètres, concevons qu'une ligne d'un pouce de longueur composé de 12 lignes, étant pliée en un triangle de 4 lignes à chaque côté, ce rectangle est égal en contour à un carré dont chaque côté a trois lignes. L'un et l'autre étant inscrits au même cercle y prennent un espace d'autant plus grand, qu'ils ont plus d'angles, c'est-à-dire que le carré occupe dans le cercle circonscrit un espace plus grand que le triangle équilatéral inscrit dans ce cercle. Soit le diamètre $= \sqrt{18}$, la surface du triangle équilatéral inscrit est $4\sqrt{5}$ l. c.; la surface du carré inscrit est $9 > 4\sqrt{5}$ l. c. l. c. donc, plus les figures isopérimètres ont d'angles, plus elles contiennent d'espace.

Page 34. *Fig.*

TEM : TMN > TML : TMX, TEM + TML : TML > TMN + TMX : TMX, TEL : TML > TNX : TMX. Il y a erreur dans l'édition grecque et dans la traduction latine de Porta, qui font TEL : TML > TMX : TNX, il faut > TNX : TMX.

Note de M. Delambre, page 34.

EZ : périmètre DEZ : : ETZ : 360

Pér. ABG : BG : : 360° : BHG,

Mais les périmètres sont égaux,

Donc EZ : BG : : ETZ : BHG : : EL : BK : : EL : LM : : ETL : BHK,

Ou $\frac{EL}{LM} = \frac{ETL}{MTL}$,

Car $\frac{\text{tri. TEM}}{\text{Sect. TMN}} > \frac{\text{tri. TML.}}{\text{Sect. TMX.}}$

Donc $\frac{\text{tr. TEM}}{\text{tr. TML}} \; \frac{\text{Sect. TMN}}{\text{Sect. TMX}}$

$$\frac{TEM + TML}{TML} > \frac{ZMN + TMX.}{TMX}$$

$\frac{ETL}{TML} > \frac{NTX}{TMX}$, donc $\frac{EL}{LM} > \frac{ETL}{MTL}$

Donc MTL > BHK, ou $(90^\circ - TML) > (90^\circ - KBH$,

Ou KBH > TML.

Soit NML = KBH, donc HK = NL > TL. D.

Page 181.

$gz \times dz + \overline{de}^2 = (de + dz)^2$

Car $gz = 2de + dz$

Donc $gz. \times dz = (2\,de + dz)\,dz$

Ainsi $gz. \times dz + de^2 = (2\,de + dz)\,dz + de^2$,

Mais $(2\,de + dz)\,dz = 2\,de.\,dz + dz^2$

Donc $(2\,de + dz)\,dz + de^2 = 2\,de.\,dz + \overline{dz}^2 + \overline{de}^2$

Or, $(de + dz)^2 = de^2 + 2\,de.dz + \overline{dz}^2$

Et $2\,de.\,dz + \overline{dz}^2 + \overline{de}^2 = \overline{de}^2 + 2\,de.\,dz + dz^2$

Donc $gz.\,dz + \overline{de}^2 = (de + dz)^2$. Donc $gz.\,dz + \overline{de}^2 = (de + dz)^2$.

Mais $(de + dz)^2 = be^2 = bd^2 + de^2 = gd^2 + de^2$, donc $gz.\,dz = gd^2$, et gz : gd : dz. moyenne et extrême raison. H.

(1) Chorobates autem est regula longa circiter pedum XX. Eahabet ancones in capitibus extremis æquali modo perfectos, in què regulæ capitibus ad norman coagmentatos, et inter regulam et ancones a cardinibus compacta transversaria, quæ habent lineas ad perpendiculum rectè descriptas, pendentia què ex regula, quæ cùm regula fuerit collocata, ea que tangent æquè ac pariter lineas descritionis, indicabunt libratam collocationem, etc.

Vitruv. de architect.

(2). Ὑδροσκοπίου μοι δεῖ, ἐπίταξον αὐτὸ χαλκευθῆναί τε καὶ συνωνηθῆναι. Σωλήν ἐςι κυλινδρικὸς, αὐλοῦ καὶ σχῆμα καὶ μέγεθος ἔχων. Οὗτος ἐπί τινος εὐθείας δέχεται τὰς κατατομὰς, αἷς τῶν ὑδάτων τὴν ῥοπὴν ἐξετάζομεν. Ἐπιπωματίζει γὰρ αὐτὸν ἑκ θατέρου κῶνος κατὰ θέσιν ἴσην ἐγκείμενος, ὡς εἶναι κοινὴν βάσιν ἀμφοῖν τοῦ κώνου τε καὶ τοῦ σωλῆνος, αὐτὸ δὴ τοῦτό ἐςι τὸ βαρύλλιον. Ὅταν οὖν εἰς ὕδωρ καθῇς τὸν αὐλὸν, ὀρθὸς ἑςήξει, καὶ παρέξει σοι τὰς κατατομὰς ἀριθμεῖν· αἱ δὲ, τῆς ῥητῆς εἰσὶ γνωρίσματα.

Synesii episcopi epist.

H.

Page 235, l. 3 d'en bas.

Ce passage de Théon a été sévèrement censuré par R. Simson dont je vais traduire une note intéressante sur la XVIII^e^ proposition du 6^e^ livre, relative à ce passage d'Euclide.

« Les commençans ne trouvent ordinairement rien de plus difficile dans les élemens de géométrie, que la doctrine de la raison composée. Théon l'a rendue aussi absurde que peu géométrique par la substitution qu'il a faite de la cinquième définition du 6^e^ livre, à la vraie définition qu'Eudoxe ou Euclide en avoit donnée, à la suite de la définition de la raison triplée dans le 5^e^ livre. Voici quelle est celle de Théon : « Une raison est dite être composée de raisons, quand les quantités des raisons étant multipliées entr'elles en font une. Ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τίνα. (Il dit dans ses commentaires, font une certaine quantité de raisons, quando rationum quantitates inter se multiplicatæ aliquam efficiunt rationem, suivant la version de Commandin). Wallis traduit le mot πηλικότητες par rationem exponentes exposants de la raison; et Gregory rend les derniers mots de grec par illius facit quantitatem, en fait la quantité (de la raison). Mais en quelque sens que l'on prenne les expressions *quantités*, ou *exposants de la raison,* et leur *multiplication,* la définition sera toujours inexacte et ne fera rien connoître. Car il ne peut y avoir de multiplication que par un nombre. Or la quantité ou exposant de la raison, selon Eutochius dans son commentaire sur la proposition IV du 2^d^ livre d'Archimède *de sph. et cyl.,* et selon l'explication moderne de ces termes, est le nombre qui, multiplié par le terme conséquent d'une raison, produit l'antécédent; ou, ce qui est la même chose, c'est le nombre qui provient de la division de l'antécédent par le conséquent. Par exemple, la raison de la diagonale du carré, au côté; et celle de la circonférence du cercle au diamètre; et autres semblables. D'ailleurs, on ne trouve pas la moindre mention de cette définition dans les écrits d'Euclide, d'Archimède, d'Apollonius et des autres anciens, quoiqu'ils fassent un usage fréquent de la raison composée. Et dans la III^e^ proposition du 6^e^ livre, où il est question de la raison composée, pour la première fois, il n'y a pas un seul mot qui soit relatif à cette définition; quoique, s'il y avoit quelque endroit où il en fallût parler, c'étoit là précisément qu'il falloit l'insérer. La juste définition est expressément citée en ces termes : « Or la raison de K à M, est composée de la raison de K à L, et de la raison de L à M ». La définition du Théon est donc absurde et sans application. On ne peut guères douter que Théon ne l'ait fourrée dans les élémens d'Euclide. Car elle se retrouve dans son commentaire sur la grande composition de Ptolemée, où il en donne une explication puérile qui ne convient qu'aux quantités que l'on peut exprimer en nombres. Et c'est de ce commentaire, que cette définition et l'explication ont été copiées mot à mot, et transportées delà parmi celles du 6^e^ livre, comme il paroit par l'édition d'Hervagius. Mais Zamberti et Commandini, dans leurs versions latines des élémens, disent la même chose à l'occasion de ces définitions. Et ni Campani, ni, à ce qu'il paroit, les manuscrits arabes sur lesquels il a traduit Euclide, ne présentent cette définition. Clavius, dans les remar-

Page 235, *l.* 3 *d'en bas.*

Nothing is usually reckoned more difficult in the elements of geometry by learners, than the doctrine of compoud ratio which Theon has rendered absurd and ungeometrical, by substituting the 5th definition of the 6th book in place of the right definition, which without doubt Eudoxus or Euclid gave, in its proper place, after the definition of triplicate ratio, etc., in the 5th book.

Theon's definition is this; a ratio is said to be compounded of ratios ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιωσι τινὰ : Which Commandine thus translates: « quando rationum quantitates inter se multiplicatæ aliquam efficiunt rationem; » that is, when the quantities of the ratios being multiplied by one another make a certain ratio. Dr Wallis translates the word πηλικοτητες « rationem exponentes, » the exponents of the ratios : And Dr Gregory renders the last words of the definition by « illius « facit quantitatem, » mades the quantity of that ratio : But in whatever sense the « quantities, » or « exponents of the ratios, » and their « multiplication » be taken, the definition will be ungeometrical and useless : For there can be no multiplication but by a number : Now the quantity or exponent of a ratio (according to Eutochius in his comment. on prop. 4. book 2. of Arch. de Sp. et Cyl. and the moderns explain that term) is the number which multiplied into the consequent term of a ratio produces the antecedent, or, wich is the same thing, the number wich arises by dividing the antecedent by the consequent; but there are many ratios such, that no number can arise from the division of the antecedent by the consequent; ex. gr. the ratio of which the diameter of a square has to the side of it; and the ratio wich the circumference of a circle has to its diameter, and such like. Besides, that there is not the least mention made of this definition in the writings of Euclid, Archimedes, Apollonius, or other ancients, tho' they frequently make use of compound ratio : And in this 23d prop. of the 6th book, where compound ratio is first mentioned, there is not one word which can relate to this definition, though here, if in any place, it was necessary to be brought in; but the right definition is expressly cited in these words : « But the ratio » of K to M is compounded of the ratio of K to L, and of the ratio of L to M. » This definition therefore of Theon is quite uselefs and absurd : For that Theon brought it into the elements can scarce be doubted; as it is to be found in his commentary upon Ptolemy's Μεγαλη Συνταξις, page 62. where he also gives a childish explication of it, as agreeing only to such ratios as can be expressed by numbers; and from this place the definition and explication have been exaactly copied and prefixed to the definitions of the 6th book, as appears from Hervagius's edition : But Zambertus and Commandine, in their Latin translations, subjoin the same to these definitions. Neither campanus, nor, as it seems, the Arabic manuscripts, from which he made his translation, have this definition. Clavius, in his observations upon it, rightly judges that the definition of compound ratio might have been made after the

ques qu'elle lui donne lieu de faire, pense judicieusement que la raison composée auroit pû être définie de la même manière que la raison doublée et que la raison triplée. « Quand, dit-il, plusieurs grandeurs sont en proportion continue, Euclide a nommé la raison de la première à la troisième, raison doublée de la première à la seconde; et la raison de la première à la quatrième, raison triplée de la première à la seconde; c'est-à-dire, raison composée de deux ou trois raisons intermédiaires qui sont égales entr'elles, et ainsi de suite. De sorte que si plusieurs grandeurs de la même espèce se suivent l'une l'autre, sans être en proportion continue, la première est dite être à la dernière, la raison composée de toutes les raisons intermédiaires. C'est pour cela seulement, que ces raisons intermédiaires sont placées entre les deux extrêmes, savoir entre la moindre et la plus forte grandeur, comme dans la 10e définition du 5e livre, la raison du premier terme au troisième a été appellée raison doublée, seulement parce qu'il y a deux raisons entre les extrêmes. Il n'y a donc pas de différence entre la composition des raisons, et leur duplication, triplication, etc., définies dans le 5e livre, sinon que dans la duplication, la triplication etc., des raisons, les raisons intermédiaires sont égales entr'elles, tandis que dans la composition des raisons, il n'est pas nécessaire que les raisons soient égales les unes aux autres ». Aussi M. Edmond Scarburgh dans sa traduction anglaise des six premiers livres, p. 238, 266, affirme expressément que la 5e définition du 6e livre est supposée, et que la vraie définition de la raison composée, c'est-à-dire celle de la raison doublée est contenue dans la 10e définition du 5e livre, ou doit s'en déduire conformément à l'explication que Clavius en a donnée. Cependant les modernes ont perdu beaucoup de temps et de peines à expliquer par de longs commentaires cette 5e définition qu'ils auroient dû plutôt supprimer comme fausse et controuvée.

En effet, si l'on compare la 5e définition du 6e livre avec la 5e proposition du 8e livre, on verra que cette définition a été insérée dans les élémens en place de la vraie qu'on en a ôtée. Car la 5e du 8e démontre que le nombre plan dont les côtés sont C, D, est au nombre plan dont les côtés sont E, Z, (v. l'éd. d'Herv. ou de Greg.) en raison composée des raisons de leurs côtés, c'est-à-dire qu'ils sont entr'eux en raison composée de C à E, et de D à Z. Mais par la définition 5 du livre 6, et par l'explication qu'en donnent tous les commentateurs, la raison composée des raisons de C à E et de D à Z est la raison du produit de la multiplication des antécédens C, D, au produit des conséquens E, Z, c'est-à-dire la raison du nombre plan dont les côtés sont G, D, au nombre plan dont les côtés sont E, Z. Ainsi la proposition qui est la définition 5 du livre 6, est la même que la 5e du livre 8. Il faut donc la supprimer dans l'un ou l'autre, car il est absurde de donner comme définition dans un endroit des élémens, une proposition démontrée dans un autre. Or il n'est pas douteux que la 5e proposition du livre 8 ne doive être conservée à sa place, puisqu'elle démontre la même chose concernant les nombres plans, qui est démontrée dans la 23e proposition du livre 6 concernant les parallélogrammes équiangles. Elle ne peut donc pas rester parmi les défini-

same manner in wich the definitions of duplicate and triplicate ratio are given, viz. « That is in several magnitudes that are continual proportionals, Euclid named the » ratio of the first to the third, the duplicate ratio of the first to the second; and » the ratio of the first to the fourth, the triplicate ratio of the first to the second, » that ts, the ratio compounded of two or three intermediate ratios that are equal » to one another, and so on; so, in like manner, if there be several magnitudes of » the same kind, following one another, which are not continual proportionals, the » first is said to have to the last the ratio compounded of all the intermediate ratios, » — only for this reason, that these intermediate ratios are interposed betwixt the » two extremes, viz. the first and last magnitudes; even as, in the 10th definition of » the 5th book, the ratio of the first to the third was called the duplicate ratio, » merely upon account of two ratios being interposed betwixt the extremes, that are » equal to one another : So that there is no difference betwixt this compounding of » ratios, and the duplication or triplication of them wich are defined in the 5th » book, but that in the duplication, triplication, etc. of ratios, all the interposed » ratios, it is not necessary that the intermediate ratios should be equal to one ano- » ther ». Also Mr Edmund Scarburgh, in his English translation of the first six books, page 238, 266, expressly affirms, that the 5th definition of the 6th book is supposititious, and that the true definition of compound ratio is contained in the 10th definitions of the 5th book, viz. the definition of duplicate ratio, or to be understood from it, to wit, in the same manner as Clavius has explained it in the preceding citation. Yet these, and the rest of the moderns, do notwithstanding retain retain this 5th def. of the 6th book, and illustrate and explain it by long commentaries, when they ought rather to have taken it quite away from the elements.

For, by comparing def. 5. book 8. it will clearly appear that this definition has been put into the elements in place of the right one wich has been taken out of them: because, in prop. 5. book 8. it is demonstrated that the plane number, of wich the sides are C, D, has to the plane number of wich the sides are E, Z, (see Hergavius's or Gregory's edition), the ratio wich is compounded of the ratios of their fides; that is, of the ratios of C to E, and D to Z; and by def. 5. book 6. and the explication given of it by all the commentators, the ratio wich is compounded of the ratios of C to E, and D to Z, is the ratio of the product maee by the multiplication of the antecedents C, D to the product by the consequents E, Z, that is, the ratio of the plane number of wich the sides are C, D, to the plane number of which the sides are E, Z. Wherefore the proposition wich is the 5th def. of book 6. is the very same with the 5th prop. of book 8. and therefore it ought necessarily to be cancelled in one of these places; because it is absurd that the same proposition should stand as a definition in one place of the elements, and be demonstrated in another place of them. Now, there is no doubt that prop. 5. book 8. should have a place in the elements, as the same thing is demonstrated in it concerning plane numbers, which is demonstrated

tions du livre 6, où il est évident qu'elle n'a pas été mise par Euclide, mais par Théon, ou par quelque autre geomètre peu habile.

Mais personne, à ma connoissance, n'a jusqu'à présent montré le véritable usage de la raison composée, ou à quelle fin elle a été introduite dans la géométrie. Car toute proposition dans laquelle la raison composée est employée, peut être énoncée et démontrée sans qu'on ait besoin d'y avoir recours. L'utilité de la raison composée consiste en ce que par son moyen on évite des périphrases et on abrège l'exposé et la démonstration. Or on peut de la manière suivante énoncer et démontrer, par exemple, la proposition 23e du livre 6, sans faire mention de la raison composée en disant : Si deux parallélogrammes sont équiangles, et si comme un côté du premier est à un côté du second, ainsi une ligne droite est à une autre ligne droite, et si comme l'autre côté du premier est à l'autre côté du second, ainsi la seconde ligne droite est faite à une troisième, le premier parallélogramme sera au second, comme la première ligne droite à la troisième. La démonstration seroit exactement la même que nous la faisons à présent, mais les anciens géomètres, voyant qu'on pouvoit la rendre plus courte en donnant un nom à la raison de la première ligne avec la dernière, par lequel les raisons intermédiaires pussent être également exprimées, savoir celles de la première à la seconde et de la seconde à la troisième, et ainsi de suite, s'il y en a plusieurs, ils appellèrent cette raison de la première à la dernière, raison composée de la raison de la première ligne à la seconde, et de celle de la seconde à la troisième, c'est-à-dire dans le présent exemple, composée des raisons qui sont les mêmes que les raisons des côtés, et par là ils exprimèrent la proposition d'une manière plus abrégée en disant : Si deux parallélogrammes sont équiangulaires, ils ont entr'eux la raison qui est la même que celle qui est composée des raisons qui sont les raisons des côtés. Ce qui est plus court que l'énonciation précédente, mais a le même sens; ou même plus brièvement : les parallélogrammes équiangles ont entr'eux la raison qui est la même que celle qui est composée des raisons de leurs côtés. Ces deux énonciations, la première surtout, s'accordent avec la démonstration qui est dans le grec. Cette proposition peut se démontrer encore plus brièvement en disant avec Candalla : (Fig. 88.)

Soient ABCD, CEFG deux parallélogrammes équiangles : complettez le parallélogramme CDHG. Comme nous avons maintenant trois parallélogrammes AC, CH, CF, le premier AC (par la définition de la raison composée) a, au troisième CF, la raison qui est composée de la raison du premier AC au second CH, et de la raison de CH au troisième CF. Mais le parallélogramme AC est au parallélogramme CH, comme la ligne droite BC est à CG; et le parallélogramme CH est à CF, comme la ligne droite CD est à CE. Ainsi donc le parallélogramme AC est à CF en raison composée des raisons qui sont les mêmes que les raisons des côtés. Cette démonstration s'accorde avec celle du texte grec, qui est que les parallélogrammes équiangles ont entr'eux la raison qui est composée des raisons des côtés; car il est absurde de dire vulgairement

in prop. 23. book 6. of equiangular parallelograms; wherefore def. 5. book 6. ought not to be in the elements. And from this it is evident that this definition is not Euclid's, but Theon's, or some other unskilful geometer's.

But nobody, as far as I know, has hitherto shown the true use of compound ratio, or for what purpose it has been introduced into geometry: for every proposition in wich compound ratio is made use of, may without it be both enunciated and demonstrated. Now the use of compound ratio consists wholly in this, that by means of it, circumlocutions may be avoided, and thereby propositions may be more briefly either enunciated or demonstrated, or both may be done, for instance, if this 23d proposition of the sixth book were to be enunciated, without mentioning compound ratio, it might be done as follows. If two parallelograms be equiangular, and if as a side of the first to a side of the second, so any assumed straight line be made to a second straight line; and as the other side of the first to the other side of the second, so the second straight line be made a third. The first parallelogram is to the second, as the first straight line to the third. And the demonstration would be exactly the same as we now have it. But the ancient geometers, when they observed this enunciation could be made shorter, by giving a name to the ratio which the first straight line has to the last, by which name the intermediate ratios might likewise be signified, of the first to the second, and of the second to the third, and so on, if there were more of them, they called this ratio of the first to the last, the ratio compounded of the ratios of the first to the second, and of the second to the third straight line; that is, in the present example, of the ratios which are the same with the ratios of the sides, and by this they expressed the proposition more briefly thus: If there be two equiangular parallelograms, they have to one another the ratio which is the same with that which is compounded of ratios that are the same with the ratios of the sides. Which is shorter than the preceding enunciation, but has precisely the same meaning. Or yet shorter thus: Equiangular parallelograms have to one another the ratio which is the same with that which is compounded of the ratios of their sides. And these two enunciations, the first especially, agree to the demonstration wich is now in the Greek. The proposition may be more briefly demonstated, as Candalla does thus: Let ABCD, CEFG be two equiangular parallelograms, and complete the parallelogram CDHG; then, because there are three parallelograms AC, CH, CF, the first AC (by the definition of compound ratio) has to the third CF, the ratio wich is compounded of the ratio of the first AC to the second CH, and of the ratio of CH to the third CF; but the parallelograms AC is to the parallelogram CH, as the straight line BC to CG; and the parallelogram CH is to CF, as the straight line CD is to CE; therefore the parallelogram AC has to CF the ratio which is compounded of ratios that are the same with the ratios of the sides. And to this demonstration agrees the enunciation wich is at present in the text, viz. Equiangular parallelograms have to one another the ratio which is com-

la raison qui est composée des côtés. Nous avons préféré la démonstration du texte grec, quoique moins courte que celle de Candalla. Parce que non celle-ci, mais la première montre la manière de trouver la raison composée des raisons des côtés, c'est-à-dire de trouver la raison des parallélogrammes, et les commençans peuvent y apprendre en cas semblables, le moyen d'avoir la raison composée de deux ou de plusieurs raisons données.

De tout cela on peut conclure que dans toutes grandeurs de la même espèce A, B, C, D etc. la raison composée des raisons de la première à la seconde, de la seconde à la troisième, et ainsi de suite jusqu'à la dernière, est seulement une manière d'exprimer la raison de la première A à la dernière D, et d'indiquer en même temps les raisons de A à B, de B à C, de C à D, depuis la première jusqu'à la dernière, soit qu'elles soient les mêmes ou différentes, comme dans les grandeurs qui sont en progression A, B, C, D, la raison doublée de la première à la seconde n'est que l'expression de la raison de la première à la troisième, ce qui indique aussi qu'il y a deux raisons de grandeurs de la première à la dernière, savoir celle de A à B, et celle de B à C qui sont égales. Il en est de même pour la raison triplée de la première à la seconde pour exprimer la raison de A à D, et ainsi de toutes raisons multipliées. Cela est clair par l'expression : λέγεται, *est dite*, dont Euclide se sert dans ses définitions de la raison doublée et triplée, et que Théon ou d'autres ont effacée des élémens, quoique retenue dans la mauvaise définition de la raison composée, 5e du 6e, mais mise quelquefois dans la citation de ces définitions, comme dans la démonstration de la proposition XIX du livre 6 mal traduite par Commandin qui n'a pas rendu λέγεται, quand il a dit : la première raison a à la troisième la raison doublée..... Il falloit dire, est dite avoir. Quelquefois cette expression est omise, comme dans la démonstration 33e du livre XI, où on lit : La première a à la troisième la raison triplée, il y a ἔχει qui signifie sans doute : est dite avoir. Et pareillement nous trouvons cette citation dans la 23e proposition du 6e livre : mais la raison de K à M est composée, σύγκειται, de la raison de K à L et de la raison de L à M, manière plus expéditive d'exprimer la même chose qui auroit dû être exprimée par les mots : est dite être composée, σύγκεισθαι λέγεται.

pounded of the ratios of the sides: For the vulgar reading, « which is compounded of » their sides », is absurd. But, in this edition, we have kept the demonstration wich is in the Greek text, though not so short as Candallas; because the way of finding the ratio wich is compounded of the ratios of the sides, that is, of finding the ratio of the parallelograms, is sbewn in that, but not in Candalla's demonstration; whereby beginners mry learn, in like cases, how to find the ratio wich is compounded of two or more given ratios.

From what has been said, it may be observed, that in any magnitudes whatever of the same kind A, B, C, D, etc., the ratio compounded of the ratios of the first to the second, of the second to the third, and so on to the last, is only a name or expression by which the ratio which the first A has to the last D is signified, and by which at the same time the ratios of all the magnitudes A to B, B to C, C to D from the first to the last, to one another, whether they be the same, or be not the same, are indicated; as in magnitudes which are continual proportionals A, B, C, D, etc., the duplicate ratio of the first to the second is only a name, or expression by which the ratio of the first A to the third C is signified, and by wich, at the same time, is shown that there are two ratios of the magnitudes from the first to the last, viz. of the first A to the second B, and of the second B to the third or last C, which are the same with one another; and the triplicate ratio of the first to the second is a name or expression by which the ratio of the first A to the fourth D is signified, and by which, at the same time, is shown that there are three ratios of the magnitudes from the first to the last, viz. of the first A to the second B, and of B to the third C, and of C to the fourth or last D, which are all the same with one another; and so in the case of any other multiplicate ratios. And that this is the right explication of the meaning of these ratios is plain from the definitions of duplicate and triplicate ratio in which Euclid makes use of the word λεγεται, is said to be, or is called; which word, he, no doubt, made use of also in the definition of compound ratio, which Theon, or some other, has expunged from the elements, for the very same word is still retained in the wrong definition of ccmpound ratio, which is now the 5th of the 6th book: But in the citation of these definitions it is sometimes retained, as in the demonstration of prop. 19. book 6. « the first is said to have, ἐχειν λεγεται, to the third the duplicate ratio, etc. » which is wrong translated by commandine and others, « has » instead of « is said to have »: and sometimes it is left out, as in the demonstration of prop. 33. of the 11th book, in which we find « the first has, εχει, to the third the triplicate ratio; » but without doubt εχει, « has », in this place signifies the same as εχειν λεγεται, is said to have: « So likewise in prop. 23. B. 6. we find this citation, « but the ratio of K to M is « compounded, συγκειται, of the ratio of K to L, and the ratio of L to M », which is a a shorter way of expressing the same thing, which, according to the definition, ought to have been expressed by συγκεισθαι λεγεται, is said to be compounded.

VARIANTES

Et Critique du texte grec, manuscrit et imprimé du Commentaire de Théon sur la Composition mathématique ou Astronomie de Ptolemée, et des trois versions latines de S.-Clair, de Viviani ou Téofili, et de Porta.

Il seroit trop long de rapporter les fautes d'impression et de texte, les omissions, les transpositions, les répétitions, les altérations de calculs, qui se rencontrent à chaque page de l'édition grecque des Commentaires de Théon, donnée à Bâle en 1538, outre les défauts que les figures présentent. Je ne releverai ci-après que les fautes les plus importantes, celles qui pourroient influer sur le véritable sens des phrases. Par exemple, je ne parlerai ni de ἀρτους, pains, mis par l'édition de Bâle, pour ἀρκτους, ourses, page 27, l. 12 comptée d'en bas; ni de τογχανοντων, mis pour τογχανοντος qui se rapporte à ὁριζοντος, p. 21, l. 24, etc. Les figures sont des copies de celles du manuscrit grec. On peut en corriger quelques-unes d'après celle de M. Delambre, dans son analyse de Théon, Hist. de l'Ast. anc., T. II.

CHAPITRE II.

Manuscrit grec. *P.* 26, *l.* 3 *d'en bas*, δια του ἡλιου παραλλαχαεις καταλαμβανεθαι.
Edition de Bâle. *P.* 11, *l.* 3, δια το του ἡλιου παραλληλας καταλαμβανεθαι.
Nouvelle édition. *P.* 31, *l.* 29, δια το του ἡλιου ἀκτινας παραλληλας καταλαμβανεθαι.

Ce membre de phrase est inintelligible, si l'on n'y supplée pas par le mot ακτινας, que le manuscrit grec a omis, et que les latins n'ont pas rendu. Cependant il est nécessaire dans le raisonnement de Ptolemée: sinon, à quoi se rapporteroit l'adjectif pluriel féminin παραλληλας? ce ne pourroit être qu'à ὑποθεσεσι, qui est le substantif pluriel précédent le plus proche. Mais qu'est-ce que signifieroient ces mots-ci: que les hypothèses du soleil se trouvent parallèles sur la terre? cela seroit absurde. Or il ne peut se trouver que les rayons solaires qui tombent parallèlement sur la terre, car ils y arrivent d'une distance presqu'infinie, c'est ce qui fait leur parallélisme apparent, comme dans la projection orthographique de la sphère sur un plan.

CHAPITRE III.

Manuscrit grec.	Edition de Bâle.	Nouvelle édition.
P. *l.* 14, παραλληλων...	*P.* 18, *l.* 16, παραλληλον...	*P.* 51, *l.* 28, παραλλαξεων...
P. 15, *l.* 6, ποιουν εν...	*P.* 24, *l.* 19, ποιουν ἐν...	*P.* 66, *l.* 20, ποιουντες εν...
Ibid. ευθειαν...	*P.* 24, *l.* 20, ευθειας...	*Ibid.* *l.* 21, ευθειαν...

CHAPITRE IV.

Ibid., *l.* 15, ισημεριαν...	*Ibid.* 16, ισημε αντιχριαν...	*P.* 68, *l.* 2, ισημεριαν...
Ibid. v. 6. b. λέγ. ἄν. ἴσοι γαρ...	*P.* 25, *l.* 42, λέγοι ἂν. ἴσοι γαρ...	*P.* 70, *l.* 20, λέγει· ἀνισοι γάρ.

Saint-Clair et Viviani, ou Théophile, ont traduit ces mots d'une manière toute opposée : le premier dit : *Non enim æqualia esse tempora dicat quis. Hæc autem æqualia, ut demonstratur, l.* 3°...., et le second : *Nec sanè æqualia tempora dicit, inæqualia enim hæc sunt*, ut in 3° ostendit libro. De ces deux versions, celle de Viviani est préférable, parce que le grec n'a pas le mot ὡς qu'il faudroit après ἄν, pour celle de Saint-Clair, et que d'ailleurs le mot ἴσοι contredit ce que Ptolemée dit dans le livre 3.

CHAPITRE VI.

Manuscrit grec.	Edition de Bâle.	Nouvelle édition.
P. 20, *l.* 22, νυχθημὲρα...	*P.* 33, *l.* 21, νυχθημέρα...	*P.* 91, *l.* 20, νυχθημὲρα...

Porta a rendu ce mot νυχθημὲρα, comme s'il eût lu ἰσημὲρα; en quoi il a tort, car Saint-Clair et Viviani s'accordent à dire, l'un : *Continget etiam ex una cæli circumvolutione duas fieri dies et noctes duas ;* et l'autre : *Erit autem ut una conversio duos efficiat dies.*

L'*alinea* de la page 93 de cette nouvelle édition-ci, contient dans les premières lignes un aveu bien naïf de Ptolemée en faveur du véritable système du monde, quand il dit que quant aux phénomènes, rien n'empêcheroit que la terre ne tournât autour du soleil, pour plus de simplicité dans les mouvemens et dans leurs démonstrations. Mais il s'en tient aux apparences qu'il explique bien péniblement.

CHAPITRE IX.

Manuscrit grec.	Edition de Bâle.	Nouvelle édition.
P. 26, *l.* 29, μ̄ α̅ και ω̄...	*P.* 44, *l. dern.*, μυριων α̅ και ω̄...	*P.* 183, *l.* 20, μυριαδος α̅ και ω...

Μυριων suffit pour exprimer 10000 sans être suivi de α̅. Mais si l'on veut ajouter α̅, il faut changer μυριων en μυριαδος, ce qui fait μυριαδος μιας, d'une myriade.

Manuscrit grec.	Edition de Bâle.	Nouvelle édition.
P. 30. v, *l.* 13, τον β μ" ϑ^αν...	*P.* 51, *l.* 20, των 6 μοιρων...	*P.* 205, *l.* 3, τον β ς"

Viviani ou Téofili a corrigé la faute de Porta qui a oublié la demie ς" que le calcul donne après των β.

Manuscrit grec.	Edition de Bâle.	Nouvelle édition.
P. 34, *l.* 3, του ♑...	*P.* 57, της παρθένου...	*P.* 221, *l. dern.*, τοῦ αιγοκερω...

La faute commise par l'édition de Bâle, en substituant à tort la vierge au capricorne pour le lieu du soleil dans le solstice d'hiver, se trouve répétée par la même édition dans celles de ses pages qui répondent aux pages 105, 248, 256, etc., de mon édition, où j'ai eu soin de rétablir le mot αιγοκερω, comme cela doit être. Car puisque, suivant Théon, le solstice d'été étoit au commencement du cancer, le solstice d'hiver devoit être au commencement du septième signe suivant qui est le capricorne. H.

ERRATA.

Pages.	Lignes.	
3	dernière,	*au lieu de* pratiquer, *lisez* pratique.
36	10	*au lieu de* d'abord, *lisez* (Fig. 10)
37	9	*au lieu de* Fig. 10, *lisez* dans
45	19	soit ABGD, *lisez* soit (Fig. 22) ABGD
46	25	*au lieu de* (Fig. 22), *lisez* (Fig. 23)
Ibid.	32	*au lieu de* sons, *lisez* sont
60	2	effacez Fig. 27, qu'il faut transporter à la ligne 3 suivante, après les mots: en effet,
62	dernière,	*au lieu de* et la terre, *lisez* et que la terre
65	1	après car, *lisez* Fig. 29,
81	11	après (Fig. 36), *lisez* bis, ou 37.
91	27	*lisez* (Fig. 39 *bis*)
103	4	*au lieu de* (Fig. 45), *lisez* (Fig. 40).
118	10 d'en bas,	après entières, *lisez* et
185	10	*lisez* (Fig. 45 *bis*) à la ligne 11 suivante.

La pagination est fautive depuis la page 120, après laquelle on a imprimé mal à propos 181 au lieu de 121, et cette faute s'est accumulée en conséquence dans les pages suivantes, jusqu'après la page 244 qui conséquemment à cette erreur, devroit être suivie de 245, mais l'erreur est ici diminuée de 10, et la page est numérotée 235, et cette diminution continue jusqu'à la fin de ce tome.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Fig. 1.

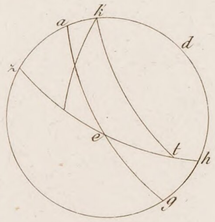


Fig. 2.

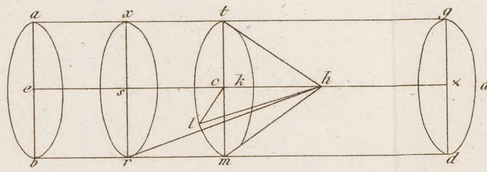


Fig. 3

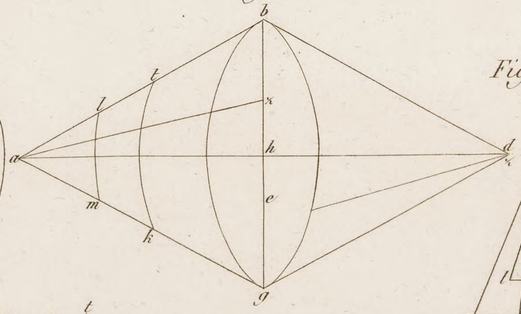


Fig. 4.

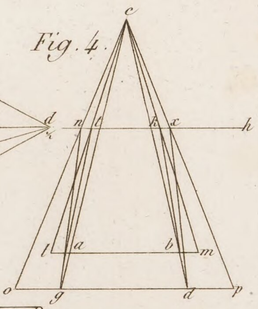


Fig. 5.

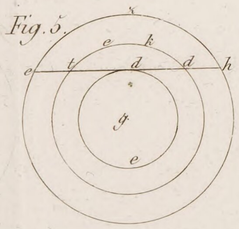


Fig. 6.

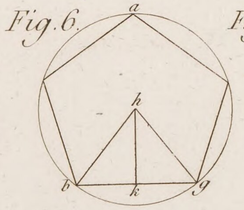


Fig. 7.

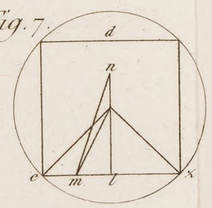


Fig. 8.

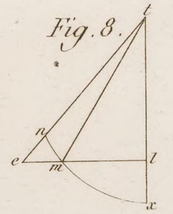


Fig. 9.

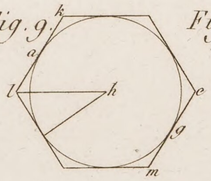
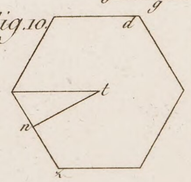


Fig. 10.



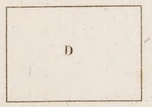


Fig. 11.

Fig. 12.

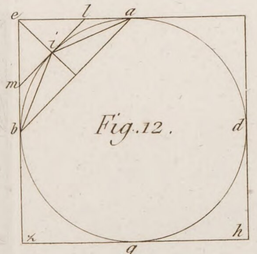


Fig. 13.

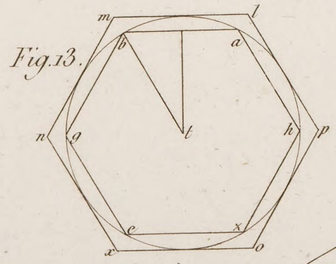


Fig. 14.

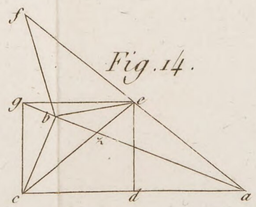


Fig. 15.

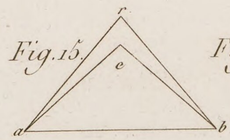


Fig. 16.

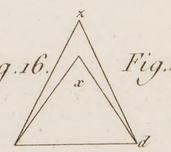


Fig. 17.

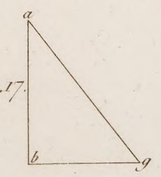


Fig. 18.

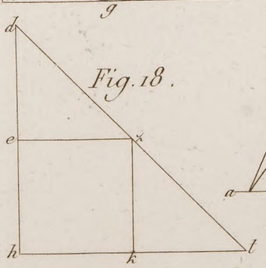


Fig. 19.

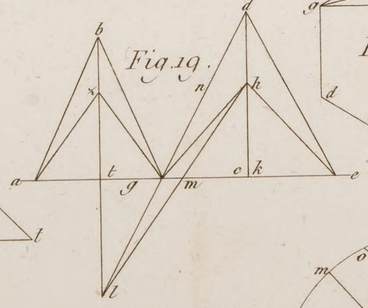


Fig. 20



Fig. 21.

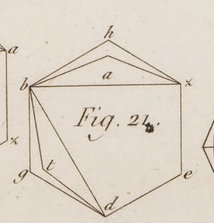


Fig. 22.

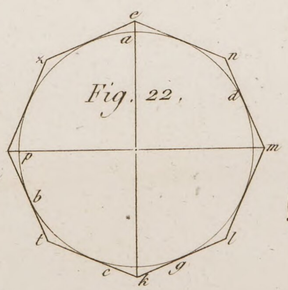
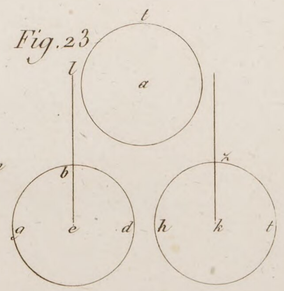


Fig. 23



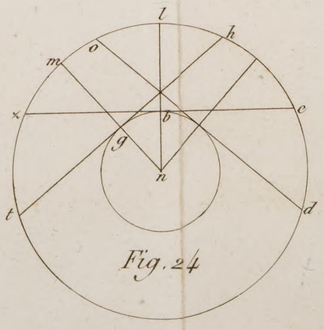
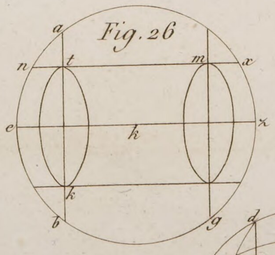


Fig. 24

Fig. 26.



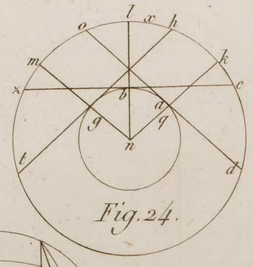


Fig. 24.

Fig. 25.

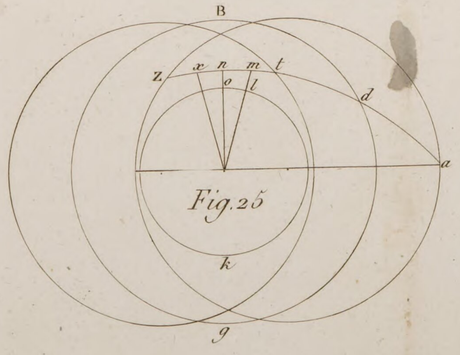


Fig. 29

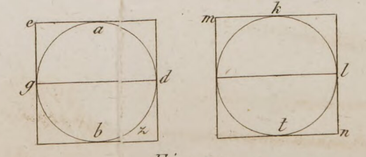


Fig. 28

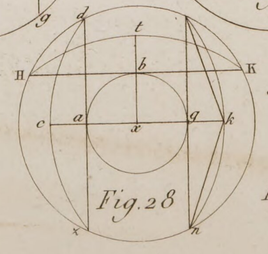
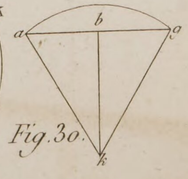


Fig. 30.



Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Fig. 31.

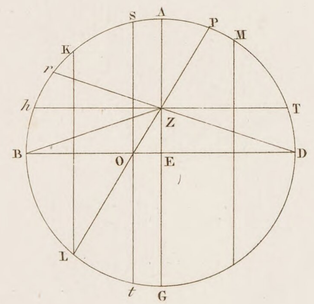


Fig. 32.

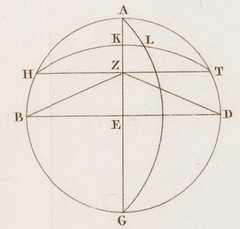


Fig. 33.

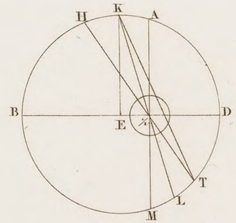


Fig. 34.

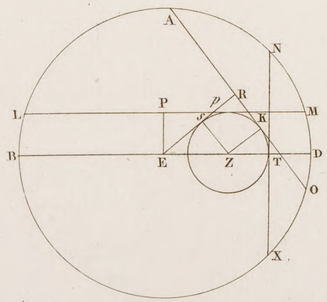


Fig. 35.

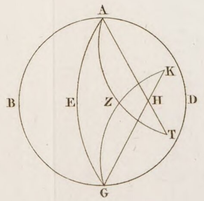


Fig. 36.

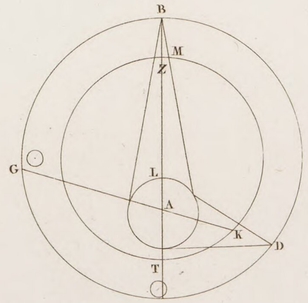


Fig. 38.

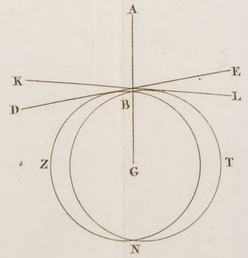


Fig. 37.

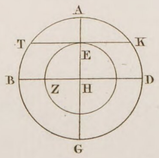


Fig. 39.

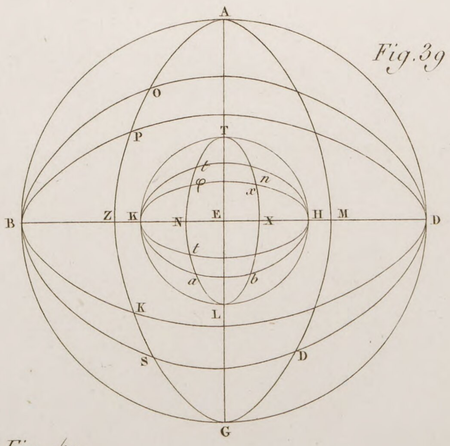


Fig. 40.

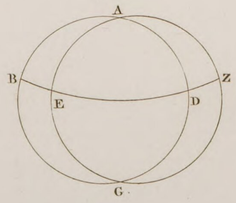


Fig. 41.

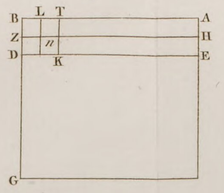


Fig. 42

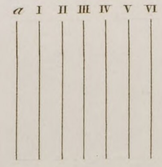
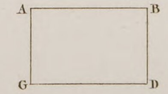


Fig. 43.



Gravé par Clara Adam.









Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN





Fig. 44.

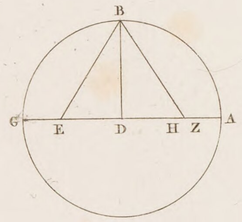


Fig. 45.

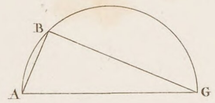


Fig. 46.

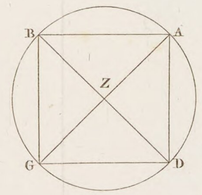


Fig. 47

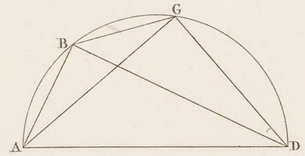


Fig. 45 bis.



Fig. 48

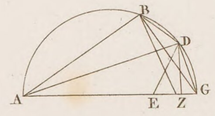


Fig. 49.

1	34	15
34	"	301
15	301	325

Fig. 50

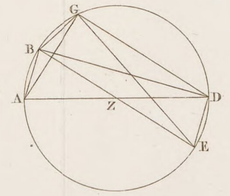


Fig. 51.

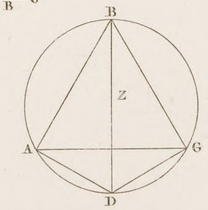


Fig. 52.

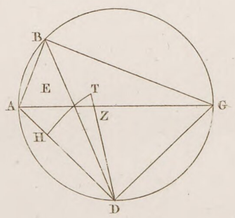


Fig. 53.

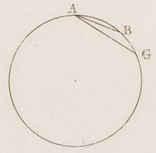


Fig. 54.

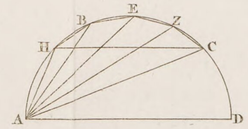


Fig. 55.

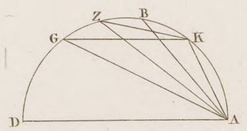


Fig. 56.

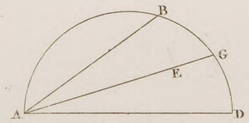


Fig. 57.

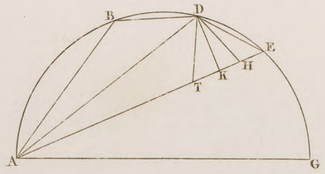


Fig. 58.

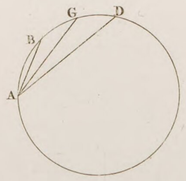


Fig. 59.

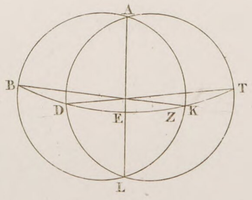


Fig. 60.

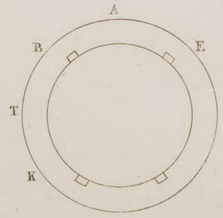


Fig. 61.

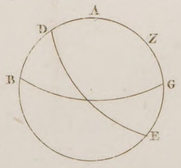


Fig. 62.

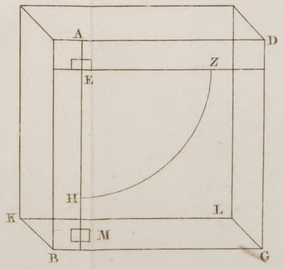
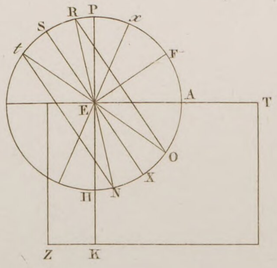


Fig. 63



Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Fig. 64.

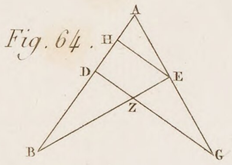


Fig. 65.

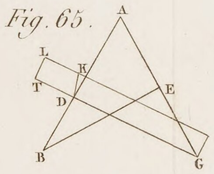


Fig. 66.

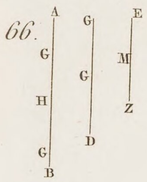


Fig. 67.

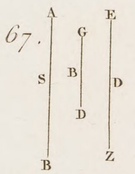


Fig. 68.

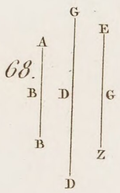


Fig. 69.

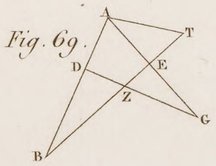


Fig. 70.

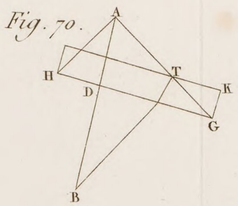


Fig. 71.

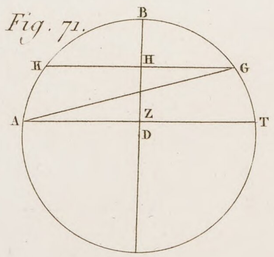


Fig. 72.

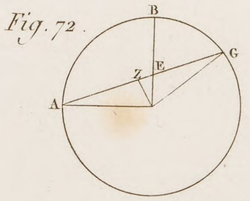


Fig. 73.

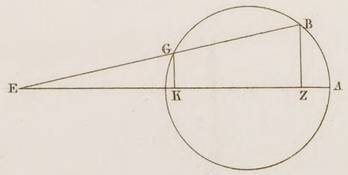


Fig. 74.

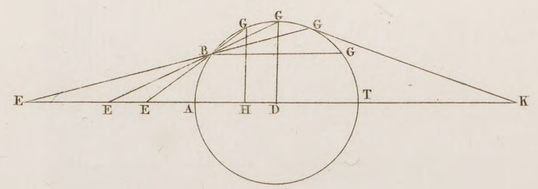


Fig. 75.

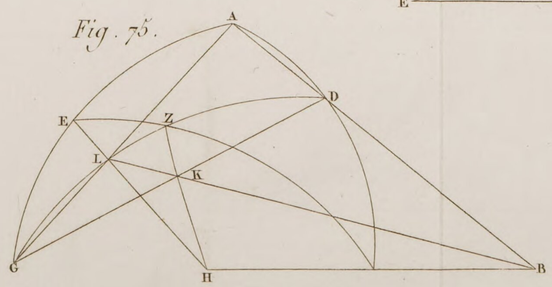


Fig. 76.

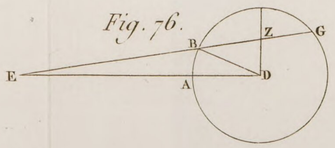
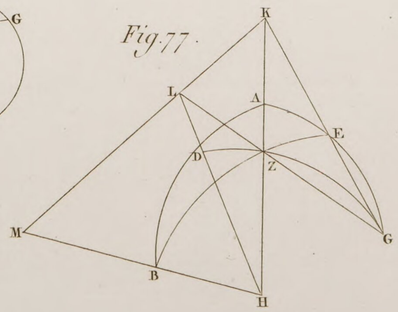


Fig. 77.



Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Fig. 78.

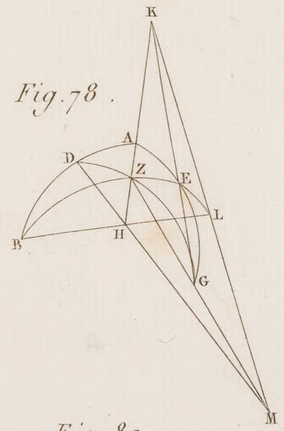


Fig. 79.

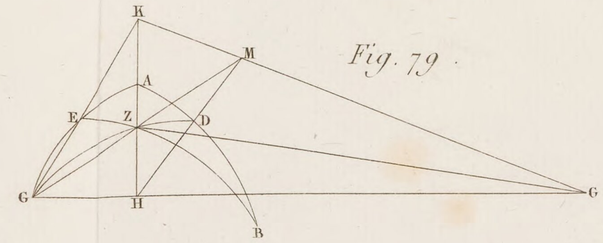


Fig. 80.

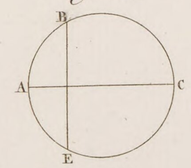


Fig. 81.

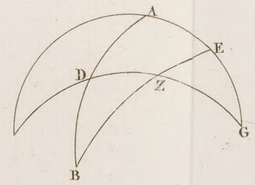


Fig. 82.

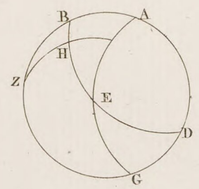


Fig. 83.

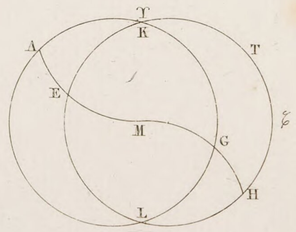


Fig. 84.

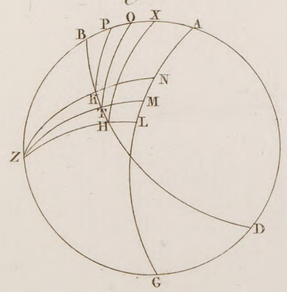


Fig. 85.

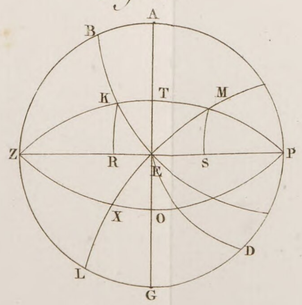


Fig. 86.

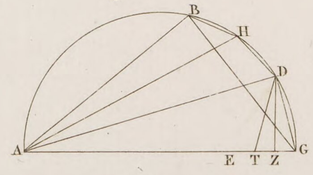


Fig. 89.

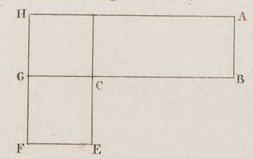


Fig. 87.

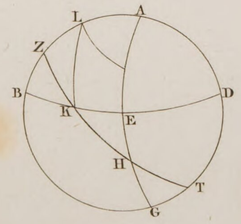
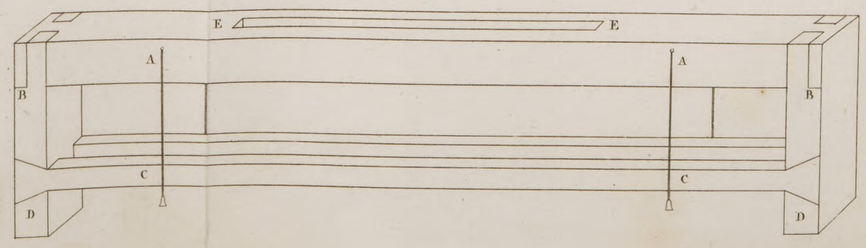


Fig. 88.



Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

ed Halma p. 117. ὡς ὑπογέγραπται

ϛ δ' νε'' (Handschr. Halma)
ξ δ' νε''

,αχξθ ρμη ,βλε''
ρμη ,ξ'ς, ϭκ
,βιξ'' ϭκ ,ϝκε'''

fol. 72v.

37° 4' 55''
37 4 55

1369 148 2035
148 16 220'''
2035 220 3025''''

1375° 4' 14'' 10''' 25''''(?)

Vide γ 111, 192, 214, 234
251, 269

N.

Cant 5
8
Num
2?

[,αχοε δ' ιδ° ἴσχυσε]

fol. 72 verso.

λ ξ Δ' μ''ε
κ ξ Δ' νε''

,αχξθ ρμη ,βλε'' ϭκ'' ,ϝκε''''
ρμη ις'' ϭκ'''
,βιε''

als μοῖρα bezeichnet

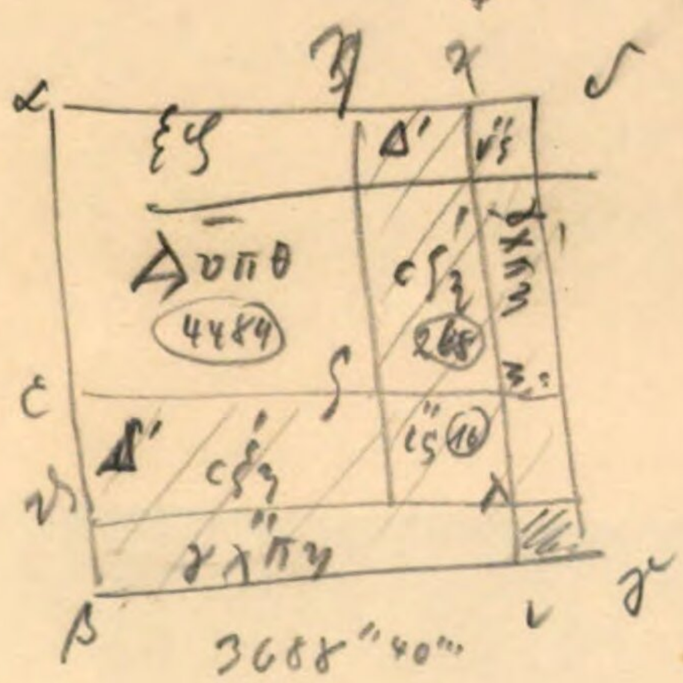
ἐκτίθημι αὐτὴν · καὶ πάλιν αὐτὴν τῇ αὐτῇ ὡς ὑπογέγραπται

γ 116 μερίζειν
ἤτοι μεταβάλλειν

ρ̄ν νέ κ''
μ̄ δ́ά νε''

Δ δ μ̄δ

B.
Fris. 744
Fragm. d. Galen.



B ΔΔ = 2° 3' 44''
= 7424''

2 x mal: dies sind EZ

Rest 11'' = 660'

192 Subtraktion Rechnung

1/2 1/4 ς'' δ'

(83 x)!!!

μ̄η λα νς ρ̄Ϟμδνϛ
48 31 55 109 44 53

χ̄δ ιδ νς — νσ νρχπ

24 15 57 | 54 52 20

ῑ ϡς λβ
ῑ ιϛ ι''
ῑ μϛ ι''
ῑ νη μ''
ō λ' ōλώις. ōις
ō ιε λ'' λ''' ō ō νξϛ ιϛ'''

ϛ 214 76 v.

a.b : c = d

ab = cd
a : c = d : b

γ214 Halma

82 verso

Γαλ ωιη-ϛτη Ιθιιη

Ι. Halma

ibi Theon ed. Halma

110. κανόνιον μέν τον χρηζόμενα τᾶις τῶν ἀριθμῶν ἐφόδοις.

Ἐν τοῖνα πάτιν τὸν συμπαρισφίστον προνοούμενος, βούλεται ἡμῖν τὰ μέρη τῶν μοιρῶν εἰς ἑξηκοστὰ ταμεύσειν, ἵνα εἰμὶ πρώτην μοῖραν ἀναλύοντες εἰς ξ, ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς, τύχωμεν χάριν, ἀντὶ τοῦ πολλαπλασιάσαι ἡμᾶς λ" δ' κ" ἐφ' ἑαυτὸ, ὅπερ ἐν τοῖς πυροῦσαι/συνοχέρσιον περιέχει, μὴ ἑξηκοστὰ πολλαπλασιάσωμεν, κτλ.

117. 37 πλευρ. in C. Mg.

193 $\sqrt{2^p 28'}$ c $2^p 28' - 1 = 88'$ $\sqrt{\ } = 1^p \frac{88'}{2} : \ldots$ | Methyl. Regeln.

194 ō ō ϛ" α"' ?

235. σύνοδος τῶν τοίχων

254 103 55' 23"
48 31 55

4944" 3193' 5665'
2040 1705 3028"'
1104 713 1265""

5043" 35' 15" 3ϛ"' 15""

250. τῶν 120 πρὸς τὰ μὴ τὰ α' νς" ἀφαίρεσιν τὸν τῶν ϛ πρὸ τᾶ ϙ̄, καταλείπεται τὸ τῶν ϙ̄ πρὸς τὰ κδ' ις' νϛ".

60, 120, 48" 31' 55"
1 2 3

$K = \frac{60 \cdot 48^h 31' 55"}{120}$ 2) 1:) 3)

μερίζ.. πολλ

$\frac{120}{48^h 31' 55"} = \frac{60}{120} \cdot \frac{120}{24^h 15' 57"}$

Probatio: δύο τὰ ρ̄ καὶ δ ἴσος τῷ νδ̄ β καὶ ϝ ...

ϙ̄ ξ μη̄ τ α' νε" πδ̄ ιε' ϛ"

β̄ κ̄ α' νε"

Ziller

Mehren

γ 10 $\sqrt{10}$ (3)

η η'' $\eta'' \pi \epsilon \varphi$

$6 : 3 = 2$ $q = (3 \cdot 3)$

$\frac{720}{54}$ $\frac{23 \cdot 21}{620}$ $\frac{9}{54}$ g''

$\frac{720}{54} : 27 = (26\frac{2}{3})$

$\frac{180}{18}$

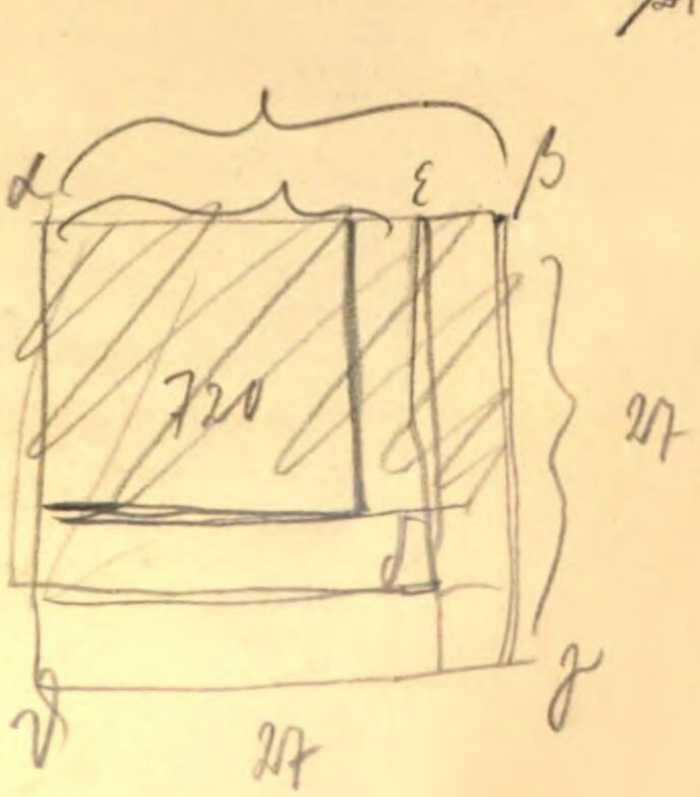
724 ε

$27 + 26\frac{2}{3}$ $\sqrt{\quad}$ $53\frac{2}{3}$ $26\frac{1}{2}\frac{1}{3}$

27

$\left[\frac{27 + 26\frac{2}{3}}{2}\right]$

$27 \cdot$ (724)



$\sqrt{27} =$ $5 + \frac{2}{10 \cdot 5}$ $\frac{5\frac{1}{5}}{5}$

$26\frac{5}{6}$.

$\sqrt{a^2 \pm b} = a \pm \frac{b}{2a}$

$a + \frac{b}{a + \frac{a+b}{2a}}$

$6 \quad 2 \quad 3.$
$12 \quad 4 \quad 3$

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN



BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Theon

Theōnos Alexandreōs hypomnēma eis to prōton tēs Ptolemaiu mathēmatikēs syntaxeōs

Bd.: 1. (1821). - XVI, 287 S.

Paris 1821
4 A.gr.b. 1270-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10216397-0